两种不同结构的混合流体局部行波对流斑图

宁利中^{①*}, 王永起^①, 袁喆^②, 李开继^①, 胡彪^①

① 西安理工大学西北旱区生态水利工程国家重点实验室培育基地, 西安 710048;

② 中水珠江规划勘测设计有限公司, 广州 510610

* 联系人, E-mail: ninglz@xaut.edu.cn

2015-03-13 收稿, 2015-06-03 修回, 2015-06-08 接受, 2015-10-14 网络版发表

国家自然科学基金(10872164)和陕西省重点学科建设专项资金(00X901)资助

摘要 通过流体力学基本方程组的二维数值模拟, 探讨了长高比 $\Gamma=20$ 的矩形腔体中有较强Soret效应的混合流体对流中的局部行波的形成及含有缺陷的局部行波的动力学特性. 当分离比 $\psi=-0.60$ 时, 在分叉曲线的鞍结分叉点附近相对Rayleigh数为 $r=1.926\sim 2.074$ 的范围内, 出现了无缺陷局部行波. 然后, 随 r 逐渐增加, 系统由无缺陷局部行波过渡到含有缺陷的局部行波并在 $r=2.075\sim 2.224$ 的范围内形成稳定的含有缺陷的局部行波. 局部行波对流的宽度随 r 增加而增加, 并在 $r=2.075$ 处随着对流斑图的转变突然加宽. 再随 r 增加, 含有缺陷的局部行波失去稳定, 对流控制整个腔体并演化成有缺陷的行波. 有缺陷的局部行波是我们发现的新型对流结构. 有缺陷的局部行波的形成依赖于局部行波的对流宽度. 在具有缺陷的局部行波存在范围内, 这种缺陷出现的周期随 r 增大而增加.

关键词 混合流体, 局部行波, 对流, 缺陷, 斑图

自然界的许多运动现象, 如海洋、大气、湖泊中的对流运动都是远离热平衡系统的非平衡开放系统, 都是精妙的自组织结构. 对这些现象的深入理解无论是人们与自然和谐共处方面还是控制利用自然方面都是不可缺少的. 底部加热流体层对流在人们日常生活中广泛的存在. Henri Bénard在1900年首先通过在具有均匀温度的水平金属板上盛一薄层液体, 观察到了底部加热流体层中存在的规则的六边形对流胞腔, 开始了这一问题的研究. 之后, Lord Rayleigh于1916年通过小扰动理论分析探讨了底部受热的静止纯流体层的稳定问题, 发现对流的出现依赖于无量纲参数——Rayleigh数. 因此, 这种对流运动经常被称作Rayleigh-Bénard对流. Rayleigh-Bénard对流是研究这些非平衡开放系统中的诸共有特性的典型模型之一. 因此, 探讨Rayleigh-Bénard对流模型系统中对流运动的稳定性、时空结构、斑图(pattern)形成及非线性动力学特性

具有一定的代表性、理论价值和非常重要的实际意义.

研究人员首先是对底部加热的纯流体对流进行大量的研究. 当流体层上下壁面之间温度差不大时, 由下向上通过热传导的方式传递热量, 流体层保持静止. 若温度差达到某个临界值时, 流体层的液体因静平衡失稳从而开始运动, 腔体内出现规则的对流结构, 研究获得了丰富的成果^[1~4].

20世纪80年代后, Rayleigh-Bénard热对流的研究转向于混合流体. 对于分离比

$$\psi < 0 \left(\psi = -\frac{\beta}{\alpha} S_T C_0 (1 - C_0) \right),$$

若温度梯度超过相应的临界值以后, 在合适的条件下, 系统会出现对流卷向一个方向传播的行波对流斑图, 这极大地吸引了研究者的兴趣, 引起了研究人员的重视. Moses等人^[5]和Heinrichs等人^[6]于1986年首先利用矩形窄、长腔体, 在分离比 $\psi \in (-0.15, -0.06)$

引用格式: 宁利中, 王永起, 袁喆, 等. 两种不同结构的混合流体局部行波对流斑图. 科学通报, 2016, 61: 872-880

Ning L Z, Wang Y Q, Yuan Z, et al. Two types of patterns of localized traveling wave convection in binary fluid mixtures with different structures (in Chinese). Chin Sci Bull, 2016, 61: 872-880, doi: 10.1360/N972015-00226

范围内,发现了一种局部行波对流斑图,即在某一给定的温度差下,部分区域为无对流的传导状态,另一部分区域被对流运动控制.之后, Niemela等人^[7]利用一种无端壁的环状实验装置,当温度差超过对流临界值以后,在相对Rayleigh数 r 的某一范围内,同样观察到了稳定的局部行波. Harada等人^[8]于1993年在 $\psi = -0.47$, $\Gamma = 46$ 的矩形窄、长腔体中,在对流分叉曲线的鞍结分叉点以上观察到了双局部行波对流斑图,即在腔体中,靠近两端壁附近的对流区域和中间区域的无对流的传导状态共存. Kolodner^[9,10]在环状腔体的实验中也观察到局部行波对流斑图.在局部行波对流的数值模拟方面, Lucke小组利用流体力学方程组的数值模拟在周期边界条件和局部对流的初始条件下,获得了 $\psi = -0.25$ 时的局部行波对流斑图^[11,12]. Batiste等人^[13]也利用流体力学基本方程组的模拟也揭示了局部行波对流斑图的存在.利用流体力学扰动方程组的数值模拟,我们及Yahata获得了局部行波和双局部行波^[14-16].本课题组^[17]利用流体力学方程组的数值模拟在小扰动初值条件下自然地过渡到局部行波.最近,关于局部行波的研究又获得许多进展^[18-22].它一直是一个吸引研究者的有趣对流斑图.对于它的研究具有重要的理论价值.

具有缺陷的混合流体行波对流斑图是另外一种引起人们兴趣的斑图. Couillet等人^[23]利用耦合的Landau-Newell型方程组发现了汇(sink)式和源(source)式的连续缺陷的行波斑图. Kolodner等人^[24]在环形腔体中发现了有时空错位缺陷的行波斑图,空间位置固定的缺陷连续出现的源和汇式的行波斑图^[10,25]及有连续缺陷的行波对流^[26]. Deane等人^[27]在模拟中获得了一个汇式的行波斑图. Granzow等人^[28]在研究中观察到了一个汇式缺陷的形成. Moses^[5]在实验中观察到了对传波源缺陷. Kaplan等人^[29]研究了侧面加热对对传波源中缺陷横向移动的影响. Harada等人^[8]在实验中发现有缺陷的行波斑图中缺陷的数量是取决于相对Rayleigh数 r 的.我们在利用流体力学扰动方程组的数值模拟中发现了矩形腔体中一个缺陷位置固定的汇式的行波的的形成^[30],有间歇缺陷的行波对流^[31,32]和缺陷源水平移动的对传波^[33-35].以上说明有缺陷的对流斑图具有复杂多样的非线性结构和形式.探讨其缺陷结构和形式对于理解含缺陷的行波斑图及非线性结构的特性是很有意义的.

局部行波和缺陷结构是混合流体Rayleigh-Bénard

对流中出现的非线性结构,有缺陷的局部行波是我们首次发现的新型对流结构.研究它的动力学特性可以加深人们对于远离热平衡系统的非平衡开放系统动力学特性的理解和认识.目前,关于局部行波和缺陷结构的研究基本是在二维情况下进行的.本文通过流体力学基本方程组的二维数值模拟,为了研究较大长高比腔体中的复杂对流斑图及动力学特性,选择长高比 $\Gamma = 20$ 的矩形腔体,探讨了有较强Soret效应的混合流体对流中的局部行波的形成及含有缺陷的局部行波的动力学特性.当分离比 $\psi = -0.60$ 时,在分叉曲线的鞍结分叉点附近相对Rayleigh数为 $r = 1.926 \sim 2.074$ 的范围内,出现了无缺陷局部行波.然后,随 r 逐渐增加,系统由无缺陷局部行波过渡到含有缺陷的局部行波并在 $r = 2.075 \sim 2.224$ 的范围内形成稳定的含有缺陷的局部行波.局部行波对流的宽度随 r 增加而增加,并在 $r = 2.075$ 处随着对流斑图的转变突然加宽.再随 r 增加,含有缺陷的局部行波失去稳定,对流控制整个腔体并演化成有缺陷的行波.有缺陷的局部行波的形成依赖于局部行波的对流宽度.在具有缺陷的局部行波存在范围内,这种缺陷出现的周期随 r 增大而增加.

1 数学物理模型

1.1 流体力学基本方程组

对于从底板加热的两水平板间填满混合流体的物理模型.若上部平板的温度保持不变,底部加热,当流体层的温度差超过临界数值时,对流运动在两水平板间将产生.假定对流卷的轴线相互平行,则对流斑图取决于上下板之间温度差.对于上述的对流运动,可用二维流体动力学基本方程组来描述.

假设坐标原点位于左侧端壁与下部板的交汇点,取 x 轴向右为正, z 轴向上为正.在布辛涅斯克(Boussinesq)近似假设下,描述这一运动的流体力学基本方程组可表示为^[3]

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = -(\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} + \nu \nabla^2 \mathbf{U} - \nabla(p/\rho_0)^* + g \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right), \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} = & -(\mathbf{U} \cdot \nabla) T + \kappa \nabla^2 T \\ & + D \left(\frac{\kappa_T}{C_p} \right) \left(\frac{\partial \mu}{\partial c} \right) \Big|_{p,T} \cdot \left[\nabla C + \left(\frac{\kappa_T}{T_0} \right) \nabla T \right], \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -(U \cdot \nabla)C + D \left[\nabla^2 C + \left(\frac{\kappa_T}{T_0} \right) \nabla^2 T \right], \quad (4)$$

式中 $U(u, 0, w)$, T , C , p , ρ , C_p , t , v , κ , D , κ_T , μ 分别表示速度矢量场、温度场、浓度场、压强、密度、比热、时间、运动黏性系数、热扩散系数、浓度扩散系数、与Soret效应有关的系数、混合流体混合物的化学势。下标0表示对应物理量的平均值。重力加速度 g 平行于 z 轴向下, $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_z$, $\mathbf{e}_z$ 表示 z 方向的单位矢量。若温度场 T 和浓度场 C 偏离平均值很小, 则质量密度的状态方程可表示为

$$\rho = \rho_0 [1 - \alpha(T - T_0) - \beta(C - C_0)], \quad (5)$$

式中热产生的体积膨胀系数 α 及浓度变化产生的体积膨胀系数 β 分别定义为

$$\alpha = -\left(\frac{1}{\rho_0} \right) \frac{\partial \rho(T, P, C_0)}{\partial T}, \quad \beta = -\left(\frac{1}{\rho_0} \right) \frac{\partial \rho(T_0, P, C)}{\partial C}.$$

对于混合液体可略去方程(3)右边第3项^[3]。如果所有的长度尺度用流体层厚度 d , 时间由 d^2/κ , 速度由 κ/d , 压强由 $\rho_0 \kappa^2/d^2$ 无因次化, 则无因次流体力学基本方程组可表示为

$$\nabla \cdot \delta U = 0, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta U}{\partial t} = & -(\delta U \cdot \nabla) \delta U + Pr \nabla^2 \delta U - \nabla p \\ & + (RPr) [\delta T(1 + \psi) + \delta \zeta] \mathbf{e}_z, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \delta T}{\partial t} = -(\delta U \cdot \nabla) \delta T + \nabla^2 \delta T, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \delta \zeta}{\partial t} = -(\delta U \cdot \nabla) \delta \zeta + L \nabla^2 \delta \zeta - \psi \nabla^2 \delta T, \quad (9)$$

式中, Rayleigh数 $R = \frac{\alpha g d^3}{\kappa v} \Delta T$, 分离比 $\psi = -\frac{\beta \kappa_T}{\alpha T_0}$

$-\frac{\beta}{\alpha} S_T C_0 (1 - C_0)$, Prandtl数 $Pr = v/\kappa$, 无因次数 $L = D/\kappa$,

$\delta U = (U - U_0) \frac{d}{\kappa}$, $\delta T = (T - T_0)/\Delta T$, $\delta C = \frac{\beta}{\alpha} \frac{C - C_0}{\Delta T}$,

$\delta \zeta = \delta C - \psi \delta T$, $p = [p^* + \rho_0 g z] \frac{d^2}{\rho_0 \kappa^2}$, ΔT 为上下壁面的

温度差, $\delta \zeta$ 表示浓度流, S_T 为Soret系数, $\gamma_2 = \frac{\kappa_T}{T_0} D$.

1.2 边界条件和初值

为了求解流体力学基本方程组给出相应的边界条

件是必要的。由于所有壁面都是固定的, 则所有壁面上的速度为0。所有壁面上的浓度流是不可穿透的。故

$$\text{当 } x=0, \Gamma \text{ 时, } \delta u = \delta w = \frac{\partial \delta \zeta}{\partial x} = 0, \quad (10)$$

$$\text{当 } z=0, 1 \text{ 时, } \delta u = \delta w = \frac{\partial \delta \zeta}{\partial z} = 0, \quad (11)$$

式中 δu , δw 分别表示水平流速, 垂直流速。

由于温度在 $x=0, \Gamma$ 处是绝热的, 温度在 $z=0, 1$ 处是等温的, 故

$$\text{当 } x=0, \Gamma \text{ 时, } \frac{\partial \delta T}{\partial x} = 0, \quad (12)$$

$$\text{当 } z=0 \text{ 时, } \delta T = 0.5, \quad (13)$$

$$\text{当 } z=1 \text{ 时, } \delta T = -0.5. \quad (14)$$

计算的初值为, 假定初始流动是波长为2倍腔体高度的平行卷, 其对流卷微小振幅的包络线为峰值不位于腔体中心的高斯分布。

1.3 数值方法与流体参数

在数值模拟中, 采用均匀交错网格系统, 利用有限容积法对计算区域进行了离散化。Simple算法被应用来求解具有流体流动, 热传输及浓度传输相互耦合的流体力学基本方程组, 即求解流体力学基本方程组的压力修正方法。本文利用的数值格式及计算软件的正确性在文献[36]中已经获得验证。模拟中计算域的长高比 $\Gamma = L/d = 20$ 。模拟几何区域划分为两种网格, 即网格尺寸为 $d/20$ 或网格尺寸为 $d/30$ 。时间步长 $\Delta t = 0.001$ 。当 $\psi = -0.40$, $Pr = 13.8$, $L = 0.01$, $r = 1.950$ 时, 在上面两种不同密度网格下的数值模拟的最大垂直流速、最大温度与最大浓度得到了一致的结果, 从而, 验证了数值模拟结果对于不同网格密度的独立性。为了节约计算资源, 模拟中采用了 $d/20$ 的网格尺寸。计算中混合流体的物性参数为 $\psi = -0.60$, $Pr = 13.8$, $L = 0.01$ 。经常使用相对 Rayleigh 数定义为 $r = R/R_{c0}$, 这里 R_{c0} 是纯流体对流时的临界 Rayleigh 数, 取 $R_{c0} = 1707$, R 是混合流体对流时的 Rayleigh 数。

2 两种不同结构的混合流体局部行波对流斑图

2.1 小扰动条件下局部行波的形成

对于长高比 $\Gamma = 20$, 分离比 $\psi = -0.60$ 的情况, 我们研究了局部行波对流的形成过程。图1是腔体二分之

图1 小扰动下局部行波的形成过程. (a) $r=1.926$; (b) $r=2.000$; (c) $r=2.071$

Figure 1 Formation process of localized traveling wave under small perturbations. (a) $r=1.926$; (b) $r=2.000$; (c) $r=2.071$

一高度处的温度场随时间的变化作成的时空斑图, 它显示出向局部行波状态过渡的演化过程. 计算是从一个具有很小振幅且在空间上称高斯分布的初值开始的. 当 $r=1.926$ 时, 在 $t \leq 6$ 之前形成没有缺陷源的对传波, 对流垂直流速也迅速增加. 当 $t > 6$ 时, 向左和向右传播的有缺陷源的对传波控制了腔体. 当 $t > 12$ 时, 向右传播的行波占领了整个腔体. 然后, 在 $t > 35$ 之后过渡到控制着左端部腔体向右传播的局部行波, 如图1(a)所示. 当 $r=2.0$ 时, 在 $t \leq 4$ 之前系统迅速发展成驻波状态, 微小振幅成长得很快, 驻波状态没有演变成通常的对传波. 当 $t > 4$ 时, 腔体被向左传播的行波控制. 当 $t > 12$ 时, 开始形成控制腔体右端部且宽度变化的局部行波. 当 $t > 28$ 以后, 稳定的局部行波被形成, 对流控制了腔体右端部, 如图1(b)所示. 当 $r=2.071$ 时, 在 $t \leq 6$ 之前形成了无缺陷的对传波. 当 $t > 6$ 时, 向左和向右传播的有缺陷源的对传波控制了腔体. 当 $t > 15$ 时, 向左传播的行波充满了整个腔体. 当 $t > 24$ 时, 形成向左传播的有缺陷的局部行波, 对流控制了腔体右端部. 当 $t > 32$ 时, 在向左传播的有缺陷的局部行波的左端出现向右传播的扰动波. 当 $t > 36$ 时, 向右传播的扰动波消失, 系统过渡到向左传播的无缺陷的局部行波, 如图1(c)所示. 比较图1可以发现, 在相同的初值大小和分布条件下, 形成局部行波斑图之前, 行波对流的时空斑图是不同的. 稳定的局部行波斑图形成的时间随着 r 的增加而加长. 也就是说, 随着 r 的增加, 过渡过程变得更为复杂. 局部行波向左还是向右传播, 是控制左端部还是控制右端部, 取决于复杂的过渡过程. 尽管如此, 它们最终都

演化成局部行波. 这与 $\Gamma=12$ 的模拟结果有相似之处. 这说明在局部行波的存在范围内虽然不同的 r 值可以对应不同的过渡过程, 但最终都会形成局部行波斑图.

2.2 表征行波对流场结构的特征参数

对流振幅, 即垂直最大流速 $\delta w_{\max}$, 它可以用来特征行波对流的流场特性.

努塞尔数 N , 它可以用来特征行波对流的传热特性, 这里被传导状态的值约化后, 努塞尔数被定义为^[3]

$$N = \frac{\int_0^{\Gamma} \partial_z \delta T dx}{\int_0^{\Gamma} \partial_z \delta T_{\text{cond}} dx} = \frac{\int_0^{\Gamma} \partial_z \delta T dx}{\Gamma \partial_z \delta T_{\text{cond}}},$$

式中 $\partial_z \delta T_{\text{cond}}$ 是传导状态的温度梯度, 是一个常数.

浓度场混合参数 M , 它可以用来表征腔体行波对流的浓度场特征. 这里被传导状态的值约化后, 混合参数被定义为^[11]

$$M = \sqrt{\langle \delta C^2 \rangle / \delta C_{\text{cond}}^2},$$

式中 δC_{cond} 表示传导状态的浓度场, $\langle \rangle$ 表示侧向平均值, $—$ 表示垂直平均值.

一般, 可以通过研究垂直最大流速 $\delta w_{\max}$, 努塞尔数 $N-1$, 浓度场混合参数 M 的变化规律来分析局部行波的动力学特性.

2.3 无缺陷的局部行波的动力学特性

对于长高比 $\Gamma=20$, 分离比 $\psi=-0.60$ 的情况, 我们研究了无缺陷的局部行波的稳定性及其特性. 当 $r=1.950$ 时, 各种参数达到稳定后的局部行波时空斑图如图2所示. 这里横轴为腔体的长度方向; 纵轴向上方向, z 从0到1表示腔体的高度, 每一个长矩形框中的图像为某一时刻的温度场, 纵轴向上方向, 相邻两个长矩形框的时间间隔为 $t=3.0$. 可以看出, 对流被限定在腔体左端部 $x=0 \sim 6.2$ 的范围内, 在 $x=6.2 \sim 20.0$ 区间内流体处于无对流的传导状态, 位于腔体左端部的对流行波随着时间的增加向腔体右端部传播, 当对流行波传播到 $x=6.2$ 附近, 对流卷消失.

根据数值模拟, 当 $r < 1.926$ 时, 计算结果说明随时间增长, 对流垂直流速开始阶段有所增长但很快减为零, 对流行波最终消失. 这说明 $r < 1.926$ 时位于分流分叉曲线的鞍结分叉点以下. 当 $r \in [1.926, 2.074]$

图2 (网络版彩色) $r=1.950$ 时无缺陷的局部行波的时空结构
Figure 2 (Color online) Spatio-temporal structure of localized travelling wave without defect at $r=1.950$

时, 获得了稳定的无缺陷的局部行波. 当 $r > 2.074$ 时无缺陷的局部行波失去稳定, 系统转化成有缺陷的行波对流斑图. 在无缺陷的局部行波存在的范围内, 对流的特征参数, 即对流振幅 $\delta w_{\max}$, 努塞尔数 $N-1$, 浓度场混合参数 M 随着相对Rayleigh数 r 的变化如图3所示.

可以看出, 随着相对Rayleigh数 r 的增加, 对流强度加强, 因此, 表示对流振幅的最大垂直流速 $\delta w_{\max}$ 变大, 相应地, 热通量也加大, 从而努塞尔数 $N-1$ 增加; 相反, 浓度场混合参数 M 随着相对Rayleigh数 r 的增加而减小.

反映局部对流的对流区间位置, 对流区间长度与局部行波传播方向的无缺陷的局部行波对流特性的结果如表1所示. 对流区间长度随着 r 的增大而增大, 局部行波对流并没有固定存在于腔体一侧, 而是随着 r 的增加在腔体的左右两侧间隔出现, 并且对流传播的方向是在背离对流存在区间. 这与过渡过程中对传波或者行波的摆动方向有关.

2.4 有缺陷的局部行波的动力学特性

在无缺陷的局部行波对流的基础上, 增加相对Rayleigh数 r , 当 $r > 2.074$ 时, 无缺陷的局部行波对流失去稳定, 系统过渡到有缺陷的局部行波对流. 这是我们首次发现的一种新型的行波对流斑图. 图4是腔体二分之一高度处的温度场随时间的变化作成的时空斑图, 它显示出稳定的具有缺陷的局部行波对流的时空结构. 在 $r=2.150, 2.200, 2.224$ 时, 各种参数达到稳定后的局部行波对流控制着腔体的右端部区域, 行波向左传播. 在局部行波控制的区间, 可以看出缺陷源的产生. 对于给定的 r , 缺陷源在腔体长度方向位于固定位置, 在缺陷源的左前方, 一个周期的2个新滚动形成, 因此, 在缺陷源产生前后局部波数和平

均波数在时空上发生急剧变化, 正是空间平均波数和局部波数在时空上的不断调整导致了行波对流滚动的不断产生, 缺陷有规律地形成. 另外, 在向上的时间方向, 缺陷源有规律的出现, 是一种间歇性而非连续的有缺陷的局部行波. 在腔体的左端部附近是无对流的传导状态. 当 $r=2.200$ 时, 稳定的有缺陷的局部行波时空斑图如图5所示. 这里横轴为腔体的长度方向; 纵轴向上方向, z 从0到1表示腔体的高度, 每一个长矩形框中的图像为某一时刻的温度场, 纵轴向上

图3 无缺陷的局部行波对流特征参数随 r 的变化
Figure 3 Variation of characteristic parameters in localized travelling wave without defect with r

表1 无缺陷的局部行波特性随 r 的变化

Table 1 Variation of behaviour in localized travelling wave without defect with r

Rayleigh数 R	对流区间	对流区间长度	传播方向
1.926	0~6.0	6.0	右
1.927	14.0~20.0	6.0	左
1.938	0~6.1	6.1	右
1.950	0~6.2	6.2	右
2.000	13.0~20.0	7.0	左
2.037	12.9~20.0	7.1	左
2.055	0~7.1	7.1	右
2.062	12.5~20.0	7.5	左
2.065	0~7.0	7.0	右
2.071	12.8~20.0	7.2	左
2.074	0~7.5	7.5	右

图 4 有缺陷的局部行波的时空结构. (a) $r=2.150$; (b) $r=2.200$; (c) $r=2.224$

Figure 4 Spatio-temporal structure of localized travelling wave with defect. (a) $r=2.150$; (b) $r=2.200$; (c) $r=2.224$

图 5 (网络版彩色) $r=2.200$ 时有缺陷的局部行波时空结构

Figure 5 (Color online) Spatio-temporal structure of localized travelling wave with defect at $r=2.200$

方向, 相邻2个长矩形框的时间间隔为 $t=3.0$. 在这里显示了一个缺陷的产生过程, 具有缺陷的局部行波控制着腔体右端部向左传播, 左端部附近是无对流的传导状态. 这种缺陷的产生可能还与局部行波的宽度有关.

当 $r>2.224$ 时无缺陷的局部行波失去稳定, 系统转化成具有缺陷的均匀行波对流斑图. 因此, 在 $r \in (2.074, 2.224]$ 范围内, 获得了稳定的有缺陷的局部行波. 在有缺陷的局部行波存在的范围内, 对流振幅 $\delta w_{\max}$, 努塞尔数 $N-1$, 浓度场混合参数 M 随着相对Rayleigh数 r 的变化如图6所示. 这一结果与无缺陷的局部行波的对流的特征参数分布相似. 可以看出, 随着相对Rayleigh数 r 的增加, 表示对流振幅的最大垂直流

速 $\delta w_{\max}$ 变大, 相应地, 努塞尔数 $N-1$ 增加; 相反, 浓度场混合参数 M 随着相对Rayleigh数 r 的增加而减小.

有缺陷的局部行波的特性如表2所示. 这里给出了有缺陷的局部对流的对流区间位置, 对流区间长度, 缺陷位置, 缺陷出现周期与局部行波传播方向的特征数据. 在有缺陷的局部行波存在的范围内, 有缺陷的局部行波的对流区间位于右端部附近向左传播. 在 $r=2.075$ 处, 系统由无缺陷的局部行波向有缺陷的局部行波过渡时, 局部行波的宽度有一个跳跃式的增加, 从7.5增加到13.2. 然后, 对流区间长度随着 r 的增大而增大. 缺陷出现的位置随着 r 的增大而向右移动, 缺陷出现周期随着 r 的增大而增大.

除过流体的物性参数的影响外, 腔体的长高比 Γ

图 6 有缺陷的局部行波特征参数随 r 的变化

Figure 6 Variation of characteristic parameters in localized travelling wave with defect with r

表 2 有缺陷的局部行波特性随 r 的变化

Table 2 Variation of behaviour in localized travelling wave with defect with r

Rayleigh数 R	对流区间	对流区间长度	缺陷位置 x	缺陷出现周期 T_d	传播方向
2.075	6.8~20.0	13.2	13.8	2.10	左
2.150	6.5~20.0	13.5	14.0	2.20	左
2.200	6.3~20.0	13.7	13.8	2.40	左
2.210	6.1~20.0	13.9	14.2	2.52	左
2.220	5.5~20.0	14.5	14.1	2.78	左
2.224	6.0~20.0	14.0	14.5	2.80	左

是影响缺陷出现的一个重要因素,或者说腔体内的对流区间长度是影响缺陷出现的一个重要因素.在腔体的长高比 $\Gamma=12$ 时,在强Soret效应条件下,腔体中出现了有缺陷的均匀行波,但是在局部行波斑图中,由于局部行波控制的对流区间比较短,没有发现有缺陷的局部行波.可是,对于相同的流体参数,当腔体的长高比增加到 $\Gamma=20$ 时,腔体中不但出现了有缺陷的均匀行波,而且出现了有缺陷的局部行波.需要指出的是,这时有缺陷的局部行波控制的对流区间长度大约是同时出现的无缺陷的局部行波控制的对流区间长度的2倍.因此,对于其他参数相同的条件下,具有较小 r 较短对流区间的局部行波对流是无缺陷的,具有较大 r 较长对流区间的局部行波对流是有缺陷的.总之,在大长高比腔体中,合适的流体参数下,系统可以出现具有缺陷的局部行波.

3 结论

通过流体力学基本方程组的二维数值模拟,探

讨了长高比 $\Gamma=20$ 的矩形腔体中具有强Soret效应的混合流体行波对流中的无缺陷的局部行波及含有缺陷的局部行波的动力学特性.对于当分离比 $\psi=-0.6$ 时,在分叉曲线的鞍结分叉点附近相对Rayleigh数为 $r=1.926\sim 2.074$ 的范围内,出现了无缺陷的局部行波.然后,随 r 增加,系统由无缺陷局部行波过渡到含有缺陷的局部行波并在 $r=2.075\sim 2.224$ 的范围内形成稳定的含有缺陷的局部行波.无缺陷局部行波与含有缺陷的局部行波位于同一分叉曲线的不同参数范围.局部行波对流的宽度随 r 增加而增加,并在 $r=2.075$ 处系统由无缺陷的局部行波向有缺陷的局部行波过渡时,局部行波的宽度有一个跳跃式的增加,从7.5增加到13.2.再随 r 增加,含有缺陷的局部行波失去稳定,过渡到具有缺陷的均匀行波.有缺陷的局部行波是我们首次发现的新型对流结构.有缺陷的局部行波的形成依赖于局部行波的对流宽度或者依赖于腔体的长高比.在具有缺陷的局部行波存在范围内,这种缺陷出现的周期随 r 增大而增加.

参考文献

- Chandrasekhar S. Hydrodynamics and Hydromagnetic Stability. Oxford: Clarendon Press, 1961
- Getling A V. Rayleigh-Bénard Convection. London: World Scientific, 1998
- Ning L Z. Rayleigh-Bénard Convection in a Binary Fluid Mixture With and Without Lateral Flow. Xi'an: Northwest A&F University Press, 2006
- Cross M C, Hohenberg P C. Pattern formation outside of equilibrium. Rev Mod Phys, 1993, 65: 998-1011
- Moses M, Fineberg J, Steinberg V. Multistability and confined traveling-wave patterns in a convecting binary mixture. Phys Rev A, 1987, 35: 2757-2760
- Heinrichs R, Ahlers G, Cannell D S. Traveling waves and spatial variation in the convection of a binary mixture. Phys Rev A, 1987, 35: 2761-2764
- Niemela J J, Ahlers G, Cannell D S. Localized traveling-wave states in binary-fluid convection. Phys Rev Lett, 1990, 64: 1365-1368
- Harada Y, Masuno Y, Sugihara K. Traveling-wave convection in binary fluid mixtures and spatio-temporal structure. Vistas Astronm, 1993, 37: 107-110
- Kolodner P. Arbitrary-width confined states of traveling-wave convection, pinning, locking, drift, and stability. Phys Rev E, 1993, 48: 4187-4190
- Kolodner P. Stable, unstable, and defected confined states of traveling-wave convection. Phys Rev E, 1994, 50: 2731-2755
- Barten W, Lucke M, Kamps M, et al. Convection in binary fluid mixture II: Localized traveling waves. Phys Rev E, 1995, 51: 5662-5680
- Jung D, Lucke M. Localized waves with the existence of extended waves: Oscillatory convection of binary mixtures with strong Soret effect. Phys Rev Lett, 2002, 89: 054502
- Batiste O, Knobloch E, Alonso A, et al. Spatially localized binary fluid convection. J Fluid Mech, 2006, 560: 149-158
- Ning L Z, Harada Y, Yahata H. Localized traveling waves in binary fluid convection. Prog Theor Phys, 1996, 96: 669-682
- Ning L Z, Harada Y, Yahata H. Modulated traveling waves in binary fluid convection in an intermediate-aspect-ratio rectangular cell. Prog Theor Phys, 1997, 97: 831-848
- Yahata H. Traveling convection rolls in a binary fluid mixture. Prog Theor Phys, 1991, 85: 933-937
- Ning L Z, Yuan Z, Hao J W, et al. Localized travelling wave of Rayleigh-Bénard convection in a binary fluid mixture (in Chinese). Chin J App Mech, 2011, 28: 558-564 [宁利中, 袁喆, 郝建武, 等. 双流体 Rayleigh-Bénard 对流中的局部行波. 应用力学学报, 2011, 28:

558–564]

- 18 Taraut A V, Smorodin B L, Lucke M. Collisions of localized convection structures in binary fluid mixtures. *New J Phys*, 2012, 14: 093055
- 19 Mercader I, Batiste O, Alonso A, et al. Convectons in periodic and bounded domains. *Fluid Dyn Res*, 2010, 42: 025505
- 20 Mercader I, Batiste O, Alonso A, et al. Convectons, anticonvectons and multiconvectons in binary fluid convection. *J Fluid Mech*, 2011, 667: 586–606
- 21 Ma Y P, Burke J, Knobloch E. Defect-mediated snaking: A new growth mechanism for localized structures. *Phys D*, 2010, 239: 1867–1883
- 22 Watanabe T, Iima M, Nishiura Y. Spontaneous formation of travelling localized structures and their asymptotic behaviours in binary fluid convection. *J Fluid Mech*, 2012, 712: 219–243
- 23 Couillet P, Elphick C, Gil L, et al. Topological defects of wave patterns. *Phys Rev Lett*, 1987, 59: 884–887
- 24 Kolodner P, Bensimon D, Surko C M. Traveling-wave convection in an annulus. *Phys Rev Lett*, 1988, 60: 1723–1726
- 25 Bensimon D, Kolodner P, Surko C M, et al. Competing and coexisting dynamical states of traveling-wave convection in an annulus. *J Fluid Mech*, 1990, 217: 441–467
- 26 Kolodner P. Extended states of nonlinear traveling-wave convection. II. Fronts and spatiotemporal defects. *Phys Rev A*, 1992, 46: 6452–6468
- 27 Deane A, Knobloch E, Toomre J. Traveling waves in large-aspect-ratio thermosolutal convection. *Phys Rev A*, 1988, 37: 1817–1820
- 28 Granzow G D, Riecke H. Phase diffusion in localized spatiotemporal amplitude chaos. *Phys Rev Lett*, 1996, 77: 2451–2454
- 29 Kaplan K, Steinberg V. Phaseslippage, nonadiabatic effect, and dynamics of a source of traveling waves. *Phys Rev Lett*, 1993, 71: 3291–3294
- 30 Ning L Z, Harada Y, Yahata H. Formation process of the traveling wave state with a defect in binary fluid convection. *Prog Theor Phys*, 1997, 98: 551–566
- 31 Ning L Z, Qi X, Shi F, et al. Patterns of travelling wave convection in binary fluid mixtures with intermittent defects (in Chinese). *Chin Quart Mech*, 2008, 29: 1–7 [宁利中, 齐昕, 石峯, 等. 具有间歇性缺陷的混合流体行进波对流斑图. *力学季刊*, 2008, 29: 1–7]
- 32 Ning L Z, Qi X, Zhou Y, et al. Defect structures of Rayleigh-Bénard travelling wave convection in binary fluid mixtures (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2009, 58: 2528–2534 [宁利中, 齐昕, 周洋, 等. 混合流体 Rayleigh-Bénard 行波对流中的缺陷结构. *物理学报*, 2009, 58: 2528–2534]
- 33 Ning L Z, Yu L, Yuan Z, et al. Evolution of traveling wave patterns along upper branch of bifurcation diagram in binary fluid convection (in Chinese). *Sci China Ser G-Phys Mech Astron*, 2009, 39: 746–751 [宁利中, 余荔, 袁喆, 等. 沿混合流体对流分叉曲线上部分支行波斑图的演化. *中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学*, 2009, 39: 746–751]
- 34 Ning L Z, Wang N, Yuan Z, et al. Influence of separation ratio on Rayleigh-Bénard convection solutions in a binary fluid mixture (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2014, 63: 104401 [宁利中, 王娜, 袁喆, 等. 分离比对混合流体 Rayleigh-Bénard 对流解的影响. *物理学报*, 2014, 63: 104401]
- 35 Ning L Z, Qi X, Yuan Z, et al. A counter propagating wave state with a periodically horizontal motion of defects. *J Hydrodyn*, 2008, 20: 567–573
- 36 Patankar S V. *Computation of Heat Transfer and Fluid Flow*. Minneapolis: University of Minnesota, USA, 1982

Two types of patterns of localized traveling wave convection in binary fluid mixtures with different structures

NING LiZhong¹, WANG YongQi¹, YUAN Zhe², LI KaiJi¹ & HU Biao¹

¹ State Key Laboratory Base of Eco-hydraulic Engineering in Arid Area, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China;

² China Water Resources Pearl River Planning Surveying & Designing Co. Ltd, Guangzhou 510610, China

The researches on nonlinear science currently cause extensive concern all over the world. The natural phenomena which we usually see, such as the convection in atmosphere, the reservoir, the ocean and so on, are all in nonequilibrium open system away from heat equilibrium. The deep research for these phenomena is indispensable both in harmonious coexistence between human and nature, and in controlling, using nature. Rayleigh-Benard convection is one of the typical models for the research of these phenomena. Its experiment is easy to control and the governing equations for convection are well known. Therefore, the research on the convection stability, spatiotemporal structure and the nonlinear dynamics in Rayleigh-Benard convection model has certain representative, theory value and very important practical significance. So far, investigators have got various traveling waves in Rayleigh-Benard convection in binary fluid mixture by experiments and simulations, and found the dynamics of these states. By using a two-dimensional numerical simulation of the fully hydrodynamic equations in this paper, the formation of the localized traveling wave (LTW) without defects and the dynamics of the LTW with defects in convection in binary fluid mixtures with strong Soret effect in a rectangular at the aspect ratio $\Gamma=20$ are studied. The SIMPLE algorithm was used to numerically solve the governing equations consisting of the coupled heat and concentration transfer and fluid flows. The governing equations were solved in primitive variables in a two-dimensional staggered grids with an uniform spatial resolution based on the control (finite) volume method. The power law scheme was used to treat the convective-diffusive terms in the discrete formulation. The discrete equations were solved by an iterative tri-diagonal matrix algorithm (TDMA). For the separation ratio $\psi=-0.60$, system appears the LTW without the defects near saddle node of the bifurcation curve for the reduced Rayleigh number $r=1.926-2.074$. Then, system becomes the LTW with the defects from the LTW without the defects with increasing r and forms the stable LTW with the defects in the range of $r=2.075-2.224$. The width of the LTW convection increases with increasing r and enlarges rapidly as the transition of the convection pattern at $r=2.075$. The LTW with the defects loses its stability, convection dominates the rectangular and evolves into the traveling wave (TW) with the defects with further increasing r . The LTW with the defects is a new type of convection structure which is found for the first time. The formation of the LTW with the defects depends on the width of the LTW. In the range of existence of the LTW with the defects, the period appearing the defects increases with r .

binary fluid mixtures, localized traveling wave, convection, defect, pattern

doi: 10.1360/N972015-00226