变压强研磨数学力学原理与去除效率分析

徐勇^{①②}, 殷跃红^{①②*}

① 上海交通大学机器人研究所, 上海 200240;

② 上海交通大学机械系统与振动国家重点实验室, 上海 200240

* 联系人, E-mail: yhyin@sjtu.edu.cn

2015-07-23 收稿, 2015-07-27 修回, 2015-07-30 接受, 2015-11-04 网络版发表

摘要 提出了大型光学镜面变压强的高效研磨方法. 传统研磨中普遍采用常压研磨的方式, 很大程度上阻碍了去除率与收敛率的进一步提高. 大量实验表明去除效率与压强之间并非线性关系, 本文从研磨盘、磨粒与工件的几何学关系推导变压强条件下有效磨粒的分布规律, 进而建立压强、磨粒运动形式与材料去除方式的映射关系, 研究变压强条件下材料去除机理以及磨粒运行轨迹的微分几何描述, 进而推导变压强条件下的非线性去除函数; 通过音圈电机驱动的变压强研磨工具, 利用机器人研磨平台实现了大型光学镜面的变压强高效研磨.

关键词 变压强, 高效研磨, 复杂光学大镜

在光学镜面, 尤其是大型光学镜面加工中, 研磨加工的收敛率与加工效率是提高镜面加工效率的一个关键因素^[1,2]. 传统研磨加工中普遍采用恒压研磨的策略, 即在单次加工过程中保持加工压强的恒定, 通过逐次的压强、速度等加工参数的迭代, 实现收敛率的逐步提高. 这种恒压加工方式的优点是机械结构简单, 通过气缸结构等形式实现恒压效果, 并且加工过程稳定, 轨迹以及驻留时间规划也相对简单. 但是由于研磨盘受到机构本身以及加工安全性的限制, 其移动速度限制在一定范围内. 在去除函数中, 由于研磨盘尺寸对去除量有卷积效应, 使得研磨加工需要兼顾不同残余误差曲面, 驻留时间规划中对应低误差区域的短驻留时间无法由设定的移动速度完成, 从而导致了过量的材料去除, 引起研磨驻留时间规划中的去除层厚度的增加^[3]. 由于去除层涉及整个镜面范围, 其厚度的增加对于去除效率的影响极大^[4,5], 恒压研磨保证了收敛率却降低了去除效率. 如何在保证收敛率的同时大幅提高去除效率是研磨加工中的难点, 国内外很多学者对此进行了研

究. 超声研磨虽然能够提高加工效率, 但其对工件的形状有一定要求, 对于非球面等复杂曲面的适应性较差^[6]. 高压强研磨可以明显地提高去除效率^[7], 但是却很难控制收敛率. 研磨盘尺寸对于去除量的卷积效应使得恒压研磨很难兼顾去除效率与收敛率, 而变压强研磨可以突破这种局限性. 通过实时控制研磨压强, 变压强研磨根据误差曲面的曲面特性通过实时改变压强实现零压强、低压强以及高压强研磨, 减少去除层厚度又大幅提高了加工效率. 此外, 传统研磨在加工非球面等复杂曲面时, 由于研磨机构的运动自由度少, 研磨工具的法向量与加工镜面的法向量无法保持一致, 导致研磨盘内压强的不均匀分布, 去除函数畸变从而降低了收敛率, 压强的这种非均匀分布在变压强下更加难以控制. 而机器人具有大尺度加工和自由度高的优点, 同时满足研磨加工对定位精度等指标的要求, 可以实现对镜面法向量的跟踪研磨.

虽然变压强研磨具有以上优点, 但尚未被应用于镜面加工中, 究其原因可以归为以下3点: (1) Evans

引用格式: 徐勇, 殷跃红. 变压强研磨数学力学原理与去除效率分析. 科学通报, 2016, 61: 862–871

Xu Y, Yin Y H. The effect of varied lapping pressure on the material removal rate of optics lapping (in Chinese). Chin Sci Bull, 2016, 61: 862–871, doi: 10.1360/N972015-00830

等人^[8]系统总结了研磨理论模型和去除率理论模型, Fang等人^[9]和Moore等人^[10]分析了三体加工时磨粒的运动形式, 磨粒滑动、滚动的运动形式由磨粒形态、大小、所受法向力以及工件和研磨盘硬度等因素决定; Buijs等人^[11]分析了工件与研磨盘间距受到压强和磨粒尺寸的影响. 实际研磨加工中材料去除是众多磨粒的群体效应^[12,13], 在恒压条件下, 参与加工的磨粒数量以及相应的磨粒运动方式相对稳定, 材料去除方式并不随时间变化. 而在变压强条件下, 由于工件与研磨盘之间距离的变换, 尺寸呈正态分布的磨粒参与研磨的数量会变化, 作用于单个磨粒的压强也会变化, 导致磨粒运动方式的变化以及相应的材料去除形式的变化. 这种变压强条件下磨粒群体的去除机理尚未揭示清楚. (2) 由于磨粒群体在变压强条件下的复杂性, 其去除函数自然也与恒压条件下不同, 并不能简单地通过Preston方程中的线性假设获得, 变压强去除函数的实际应用尚未见诸报道. (3) 变压强研磨要求精确且响应快速的压强控制, 传统的气缸机构响应慢, 无法满足要求, 需要开发一套适合变压强的研磨工具.

本文从磨粒群体的研磨机理出发, 研究变压强条件下有效磨粒分布、去除机理以及磨粒运行轨迹的微分几何描述, 推导了变压强条件下的去除函数, 设计音圈电机驱动的变压强研磨工具, 并最终在大型光学镜面机器人研磨平台上实现了光学镜面的变压强高效研磨.

1 变压强研磨机理

研磨加工的3要素——磨粒、工件和研磨盘, 如图1所示, 通过气缸或者弹簧等机构将外力作用在研磨盘上, 磨粒在工件与研磨盘之间, 受到两者的挤压和相对滑移产生滑动和滚动这2种运动形式. Preston方程的形式为 $dR/dr = kPv$ ^[14], 其中 R 、 P 与 v 分别是去除量、压强与速度, k 为常数, 表明了研抛加工中材料去除效率与压强和速度成正比, 但实际加工实验中发现, 这种线性关系只在一定区域内成立, 更普遍的是非线性关系. 这主要是因为当压强变化时, 参与加工的磨粒数量发生变化, 并且随着工件与研磨盘之间距离的变化, 磨粒滑动与滚动的比例发生变化^[15], 而这2种形式的去除机理与去除效率都不同.

磨粒尺寸并非标称的尺寸, 其分布满足正态分布, 如图2所示. 正态分布的概率密度函数 $p(x)$ 和分

图1 研磨加工3要素(研磨盘、磨粒与工件)

Figure 1 Lapping elements including lapping pad, abrasive and workpiece

图2 磨粒尺寸正态分布

Figure 2 Normal distribution of abrasive size

布函数 $F(x)$ 分别为^[16]

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (1)$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dz, \quad (2)$$

其中, μ 为分布的平均值, σ 为标准差.

实验用金刚石磨粒尺寸满足正态分布, 其平均值和标准差的量级如表1所示.

研磨加工区域中任一点都是不同尺寸磨粒的集合, 因此需要对研磨加工中磨粒集体的研磨机理进行分析, 尤其是当作用压强发生变化时, 不同尺寸磨粒在加工过程中的加工机理进行研究. 当研磨盘上的压强增大时, 研磨盘与工件之间的间距缩小, 有更多适宜尺寸的磨粒参与到加工中, 从而调整单个磨粒压强, 最终达到平衡. 并且不同尺寸磨粒所受到的

表1 金刚石磨粒正态分布参数

Table 1 Normal distribution parameter for diamond abrasive

金刚石规格(砂号)	平均值(μm)	标准差(μm)
1000 [#]	11.98	4.53
800 [#]	16.84	7.66
500 [#]	23.73	13.03
450 [#]	28.39	22.15
400 [#]	32.96	30.31
380 [#]	37.80	41.41

图3 磨粒受力几何关系分析
Figure 3 Force analysis of abrasive

压力也不同.

磨粒受力几何关系如图3所示. 当外力施加时, 尺寸最大的磨粒开始受到作用力, 对应于尺寸 d_i 的磨粒, 其磨粒变形为 $d_m=F_i/k_m$, 研磨盘的变形为 $d_t=F_i/k_t$, 工件变形为 $d_w=F_i/k_w$, 其中 F_i 为磨粒所受力, k_m 为磨粒的硬度, k_t 为研磨盘的硬度, k_w 为工件的硬度, 则研磨盘与工件的距离为 $h_d=d_i-F_i/k_m-F_i/k_t-F_i/k_w$, 当这个距离小于尺寸更小的磨粒时, 则有更多的磨粒参与加工中, 依此类推, 直到研磨盘与工件距离大于剩下的磨粒尺寸, 即再无其他磨粒参与加工中. 当研磨盘与工件之间为等距曲面时, 则研磨盘与工件在任一点处的距离始终相同, 给定压力则任一点处距离为常值.

光学镜面研磨中, 磨粒的材料通常为金刚石, 工件为SiC等材料, 研磨盘为铸铁等材料, 其硬度排序为磨粒最大, 工件其次, 研磨盘最小. 并且磨粒硬度往往远大于工件与研磨盘, 因此磨粒的变形往往可以忽略.

因此, 研磨盘与工件距离可以近似表述为

$$h = d_i - F_i/k_t - F_i/k_w. \quad (3)$$

作用于某个尺寸磨粒的作用力可以表示为

$$\begin{cases} F_i = \frac{d_i - h}{k_w + k_t} (k_w \cdot k_t), & d_i > h, \\ F_i = 0, & d_i \leq h. \end{cases} \quad (4)$$

磨粒尺寸分布概率函数 $p(d_i)$ 满足正态分布. 当达到平衡时, 加工区域内任一点处研磨盘与工件的距离都为 h , 作用于研磨盘上的合力就等于所有参与加工磨粒上压力的合力. 因此加工合力可以表示为磨粒尺寸的积分形式, 积分区间为 $[h, \infty)$.

$$F = \frac{N}{\sqrt{2\pi\sigma}} \frac{k_w \cdot k_t}{k_w + k_t} \int_h^\infty (d_i - h) \exp\left(-\frac{(d_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) dd_i, \quad (5)$$

其中, N 为磨粒总数, 当磨粒规格确定后, 磨粒尺寸参数 μ , σ 都为已知. 即通过计算该表达式, 可以得到外界合力 F 与研磨盘、工件间距 h 之间的关系.

研磨盘的大小改变磨粒总数, 并没有改变正态分布规律, 同样地, 提高研磨液的浓度, 也只是改变磨粒总数. 从(5)式可以看到外力 F 与 h 并不是线性关系. 通过 h 的计算就可以得到参与磨粒的尺寸分布和相应的压强分布.

$$F = \frac{N}{\sqrt{2\pi\sigma}} \frac{k_w \cdot k_t}{k_w + k_t} \left(\int_h^\infty d_i \exp\left(-\frac{(d_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) dd_i - \int_h^\infty h \exp\left(-\frac{(d_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) dd_i \right). \quad (6)$$

上式中有2个积分, 其中正态分布的概率密度函数的定积分没有显式表达式. 可通过找到一个近似函数, 使得其概率密度函数和分布函数与正态分布相近^[17].

$$g(x) = \frac{a \cdot \exp(a(x - \mu))}{(1 + \exp(a(x - \mu)))^2}, \quad (7)$$

其中 $a = \frac{4}{\sqrt{2\pi\sigma}}$, 其相应的分布函数为

$$G(x) = \frac{\exp(a(x - \mu))}{1 + \exp(a(x - \mu))}. \quad (8)$$

通过这个近似函数可以得到正态分布概率密度函数的定积分. (6)式转化为

$$\frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) - \frac{t}{1 + \exp(a \cdot t)} = \frac{F(k_w + k_t)}{Nk_w k_t}, \quad (9)$$

其中, $t = h - \mu$, 取不同 σ 比较 $\frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) - \frac{t}{1 + \exp(a \cdot t)}$ 两项.

如图4所示, 当 σ 取不同值时, $\frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)$ 都远大于 $-\frac{t}{1 + \exp(a \cdot t)}$, 因此可将(9)式进一步简化为

$$h = \mu + \sqrt{-2\sigma^2 \ln\left(\frac{F(k_w + k_t)\sqrt{2\pi\sigma}}{Nk_w k_t \sigma^2}\right)}. \quad (10)$$

研磨盘工件距离 h 与外力 F , 磨粒尺寸的平均值 μ , 标准差 σ , 磨粒总数 N , 工件与研磨盘的硬度 k_w , k_t 相关. 显然距离 h 与外力 F 为非线性关系. 当外力保持不变时, 若增加研磨液的浓度, 则研磨盘与工件的距离会增大, 即参与加工的磨粒尺寸增大. 工件和研

图4 $F(k_w + k_t)/(Nk_w k_t)$ 与 t 关系曲线. 正态分布标准差 $1 \mu\text{m}$ (a); $5 \mu\text{m}$ (b); $10 \mu\text{m}$ (c)

Figure 4 Relationship between $F(k_w + k_t)/(Nk_w k_t)$ and t , when standard deviation of normal distribution is $1 \mu\text{m}$ (a), $5 \mu\text{m}$ (b) and $10 \mu\text{m}$ (c)

磨盘的材料性质改变同样会产生影响, 当工件或研磨盘的硬度增大时, 则参与加工的磨粒尺寸也会增大.

2 变压强研磨去除效率

研磨为磨粒、工件和研磨盘的三体微磨, 磨粒在研磨盘与工件之间, 受到两者的挤压和相对滑移产生滑动和滚动这2种运动形式^[18], 这2种形式对应的材料去除机理和去除量不同, 并且这2种运动形式所产生的材料去除率随着压强、速度等加工条件的变化而变化. 磨粒滑动时, 磨粒对工件的去除特性表现为连续的材料去除, 而滚动接触时为不连续的尖端材料去除. 当压强变化时, 任意区域内的磨粒滚动、滑动的比例就会变化. 而磨粒滚动与滑动的材料去

除机理不同, 并且去除效率也不同, 这就导致当压强变化时, 去除量并不是相应的线性变化.

在压强作用下磨粒深入材料的深度与材料的硬度相关. 区别于经典滑动摩擦力模型, 如图5所示, 磨粒与工件之间是尖端接触. s_w 为作用力 F_i 下磨粒对工件压痕面积, HB_w 为工件材料的硬度.

$$s_w = \frac{F_i}{HB_w}. \quad (11)$$

磨粒在工件与研磨盘之间的滑动或滚动的运动形式与磨粒以及两表面的材料特性相关, 同时也与所受到的压强相关. 磨粒滑动加工中, 材料连续去除, 而在滚动加工中, 材料为间隔去除. 单位时间内滑动磨粒的去除效率 dR_h/dt 可近似表示为

$$\frac{dR_h}{dt} = \frac{ctan(\alpha)s_w v}{2} = \frac{ctan(\alpha)F_i v}{2HB_w}, \quad (12)$$

其中, α 为磨粒尖顶角度^[19], v 为工件与研磨盘的相对速度. 而滚动磨粒的去除效率 dR_g/dt 可近似表示为

$$\frac{dR_g}{dt} = \frac{ctan(\alpha)s_w^{3/2}v}{3(\pi-\alpha)h} = \frac{ctan(\alpha)F_i^{3/2}v}{3(\pi-\alpha)hHB_w^{3/2}}. \quad (13)$$

磨粒为多面体形状, 其高度与旋转角度密切相关, 如图6所示. 这种高度差也影响磨粒在两表面间的运动形式, 当磨粒的最大高度小于工件与研磨盘间距 h 时, 磨粒的滚动形式就受到限制.

图5 磨粒材料去除形式

Figure 5 Material removal pattern with abrasive

图6 (a) 磨粒高度与转角关系; (b) 工件、研磨盘间距与磨粒尺寸关系

Figure 6 (a) Relationship between abrasive height and rotation angle; (b) relationship between rotating abrasive and gap between workpiece and lapping pad

研磨使用的金刚石磨粒形状是不规则的,但其加工截面可以用菱形近似.随着磨粒滚动,磨粒高度与转动角度的关系可以表示为

$$\begin{cases} H = l_1 \sin \varphi & \varphi > \theta, \\ H = l_2 \sin \varphi & \varphi \leq \theta, \end{cases} \quad (14)$$

其中, l_1 , l_2 分别为菱形的长边与短边, φ 为磨粒旋转角, θ 为长边, 短边作用临界角, 与磨粒初始旋转状态相关.

磨粒尺寸定位为磨粒高度曲线的均值:

$$d_i = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} H d\varphi. \quad (15)$$

磨粒高度曲线的标准差为

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |H - d_i| d\varphi. \quad (16)$$

磨粒高度的标准差 ε 是与压强无关的未知量, 可通过单次工艺试验进行修正, 并以此推导不同压强下的研磨去除率.

磨粒与工件和研磨盘接触, 在压力作用下, 只有当磨粒满足尺寸大于研磨盘与工件距离时, $d_i > h$, 磨粒才参与加工. 这些参与加工的磨粒根据其运动形式又可以分为滚动和滑动2种形式, 与磨粒尺寸, 研磨盘工件距离和磨粒高度标准差相关.

工件与研磨盘中所有磨粒的运动形式可以分为3类, 如图7所示. 当磨粒尺寸满足 $d_i > h + \varepsilon/2$, 磨粒在加工过程中始终保持滑动状态; 磨粒尺寸满足 $h < d_i < h + \varepsilon/2$, 磨粒在加工过程中滚动状态; 磨粒尺寸满足 $d_i < h$, 磨粒不参与加工.

当外力作用在磨粒上时, 其滑动和滚动的概率分别为

$$\begin{cases} \rho_h = \frac{1}{\exp(a(h + \varepsilon/2 - \mu))}, \\ \rho_g = \frac{\exp(a(h + \varepsilon/2 - \mu))}{1 + \exp(a(h + \varepsilon/2 - \mu))} - \frac{\exp(a(h - \mu))}{1 + \exp(a(h - \mu))}. \end{cases} \quad (17)$$

因此, 磨粒的滚动、滑动的概率与作用力密切相关. 单磨粒所对应的材料去除率 dR_s/dt 为

图7 (网络版彩色) 变压强下正态分布磨粒运动方式

Figure 7 (Color online) Movement pattern of abrasive with varied pressure

$$\frac{dR_s}{dt} = \frac{dR_h}{dt} \rho_h + \frac{dR_g}{dt} \rho_g. \quad (18)$$

单磨粒去除率通过公式(4), (12), (13), (17), (18)获得.

$$\begin{aligned} \frac{dR_s}{dt} = & \frac{\tan(\alpha)v}{2HB_w} \frac{d_i - h}{k_w + k_t} (k_w \cdot k_t) \frac{1}{\exp(a(h + \varepsilon/2 - \mu))} \\ & + \frac{\tan(\alpha)v}{3(\pi - \alpha)d_i HB_w^{3/2}} \left(\frac{d_i - h}{k_w + k_t} (k_w \cdot k_t) \right)^{3/2} \\ & \times \left(\frac{\exp(a(h + \varepsilon/2 - \mu))}{1 + \exp(a(h + \varepsilon/2 - \mu))} - \frac{\exp(a(h - \mu))}{1 + \exp(a(h - \mu))} \right). \end{aligned} \quad (19)$$

考虑磨粒尺寸的概率分布, 研磨加工中工件上点在磨粒集体作用下的材料去除率 dR_t/dt 可以表示为

$$\frac{dR_t}{dt} = N_s \int_h^{h+\varepsilon/2} \frac{dR_g}{dt} \rho(d_i) dd_i + N_s \int_{h+\varepsilon/2}^{\infty} \frac{dR_h}{dt} \rho(d_i) dd_i, \quad (20)$$

其中, 工件上单点磨粒总数 N_s 与研磨液浓度相关, 由研磨盘面积获得作用压强, 通过公式(10), (12), (13), (20)可以得到材料去除效率与压强的定量映射关系. 当研磨环境参数如表2所示, 则材料去除效率与压强关系如图8所示.

3 变压强研磨去除函数

传统研磨加工中使用常压的加工方式, 以研磨盘公转自转的形式实现速度 v 的规划, 形成了收敛率

表2 研磨环境参数

Table 2 Lapping parameter

磨粒尖顶 角度 α	磨粒尺寸 分布平均值 μ (μm)	磨粒尺寸分布 标准差 σ (μm)	磨粒高度曲线 标准差 ε (μm)	工件材料 维氏硬度 HB_w (N/mm^2)	工件材料 洛氏硬度 k_w ($\text{N}/\mu\text{m}$)	研磨盘材料 洛氏硬度 k_t ($\text{N}/\mu\text{m}$)	研磨盘 直径(mm)	研磨液 浓度(wt%)
60	11.98	4.53	1	130	30	1.225	15	10

图8 工件上单点材料去除效率与压强关系仿真

Figure 8 Relationship between single abrasive material removal rate and pressure by simulation

较高的去除函数, 并通过改变轨迹上的驻留时间增加材料去除量. 这种方式的局限点在于将研磨盘的运动形式局限在公转自转, 而无法使用其他的轨迹形式, 也很难将变压强条件下的去除函数与驻留时间规划结合.

因此, 首先分析工件上任一点在变压强研磨盘任意轨迹条件下的材料去除. 当研磨盘扫掠过工件上该点时, 一系列的磨粒以矢量 $v(t)$ 和压强 $P(t)$ 的加工参数进行材料去除^[20], t 为研磨盘的时间规划参数. 因此可以将这一系列磨粒对工件上单点的材料去除转化为单个磨粒以矢量 $v(t)$ 和压强 $P(t)$ 对工件材料的去除, 这些矢量就形成了空间上的一条曲线, 通过分析磨粒在单条轨迹上的去除特性取代一系列磨粒, 从而简化了问题的复杂性. 将矢量 $v(t)$ 转化为弧长, 并且将压强 $P(t)$ 以磨粒轨迹弧长来表示 $P(s)$, 工件上单点的材料去除就可以表示为单个磨粒以弧长参数表述的Preston方程:

$$dR = kP(s)ds. \quad (21)$$

转化得到的单个磨粒的轨迹与该点和研磨盘轨迹相对空间关系相关. 在研磨盘自转条件下, 可以建立磨粒相对于研磨盘坐标的表达形式. $\{O, x, y\}$ 为全局坐标系, $\{o, x', y'\}$ 为研磨盘的坐标系, 此坐标系随着研磨盘的中心轨迹平动, 并且随着研磨盘的自转而转动, 研磨盘自转速度为 ω . $\{x(t), y(t)\}$ 是研磨盘中心轨迹坐标. $\{x_0, y_0\}$ 为工件上任一点. 工件上任一点所对应的磨粒轨迹如图9所示, 可以表示为下式:

$$\begin{cases} x' = (x_0 - x(t))\cos(\omega t) + (y_0 - y(t))\sin(\omega t), \\ y' = (y_0 - y(t))\cos(\omega t) - (x_0 - x(t))\sin(\omega t). \end{cases} \quad (22)$$

图9 磨粒轨迹与研磨盘轨迹相对空间关系

Figure 9 Spatial relationship between abrasive and lapping pad trajectory

给定研磨盘中心轨迹与工件上点坐标就可以得到对应于该点的材料去除量的轨迹形式, 可以用于分析任意研磨盘中心轨迹对材料去除的影响. 例如分析公转自转轨迹下工件上任一点的材料去除, 如图10(a)所示. 以工件上任一点为坐标原点建立坐标系 $\{O, x, y\}$, 研磨盘以公转的形式以离心距 e 绕原点旋转, 并且研磨盘以转速 ω 转动, 研磨盘坐标 $\{o, x', y'\}$. 通过公式分析其轨迹, 分别得到图10(b)与(c), 其中图10(b)为公转自转的磨粒轨迹, 图10(c)为自转速度为0的磨粒轨迹.

轨迹图上工件点 $(l, 0)$ 对应的接触点的轨迹 (x', y') . 平转动模式中, 接触点轨迹是一个中心为 $(l, 0)$, 半径为偏心距 e 的圆. 有效轨迹为研磨盘边界内. 特别是当轨迹圆完全在研磨盘边界内, 即 $0 < l < r - e$, 去除函数保持恒定并且与圆周长 $2\pi e$ 成正比. 这个特性与平转动中去除函数中心区域平坦相符. 研磨盘偏心距离和研磨盘半径对去除函数的影响可以直观的从轨迹图中得到. 在双转子模式中, 轨迹为围绕圆点的螺旋线. 轨迹的密度与自转速度成正相关. 同样的, 双转子中研磨盘半径的作用与平转动相同. 通过弧长得到的去除函数与之前通过速度方式所得到的相同. 同样的, 研磨盘半径, 转速和偏心距等研磨参数对去除函数的影响可以直观地得到.

Preston方程描述了磨粒在工件上的材料去除效率. 材料去除量根据上述推导可以表示由接触磨粒的轨迹弧长表述:

$$dR = kP\left(\sqrt{x'^2 + y'^2}\right)d\sqrt{x'^2 + y'^2}. \quad (23)$$

工件上任一点的材料去除可以表述为

$$R = \int kP\left(\sqrt{x'^2 + y'^2}\right)d\sqrt{x'^2 + y'^2}. \quad (24)$$

但研磨盘加工时需要考虑由于磨粒尺寸效应带

图10 (a) 公转自转几何关系; (b) 双转子形式磨粒轨迹; (c) 平转动形式磨粒轨迹

Figure 10 Geometric relationship of revolution and rotation of pad (a), abrasive trajectory of twin rotor motion (b) and abrasive trajectory of orbital tool motion (c)

来的滑动和滚动运动形式所带来的多样性, 即不是经过该工件点的所有磨粒都参与了加工, 必须考虑其参与加工的概率. 而磨粒滚动和滑动的概率由作用在磨粒上的压强所决定. 因此可以将磨粒集体的材料去除表示为

$$R = \int kP(\sqrt{x'^2 + y'^2}) \int_h^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(d_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) dd_i \times d\sqrt{x'^2 + y'^2}. \quad (25)$$

因此研磨盘加工中单个磨粒的材料去除效率与压强呈非线性关系.

这种磨粒弧长不适于进一步的压强和驻留时间规划, 因为压强和驻留时间规划是基于研磨盘中心轨迹. 研磨盘中心与磨粒轨迹的相对坐标可用极坐标的形式表述为 $\mathbf{r} = r\theta$, r 为研磨盘中心到磨粒的距离:

$$r = \sqrt{(x - x(s'))^2 + (y - y(s'))^2}. \quad (26)$$

研磨盘中心轨迹与磨粒轨迹的弧长满足

$$ds = \sqrt{r^2 + r'^2} d\theta. \quad (27)$$

假设研磨盘自转速度保持恒定, 其转动角度 $\theta = \int \omega t(s') ds'$, 其中 $t(s')$ 为沿研磨盘中心轨迹的驻留时间的函数. 建立起磨粒轨迹与研磨盘中心轨迹的关系:

$$ds = \sqrt{r^2 + r'^2} \omega t(s') ds'. \quad (28)$$

根据之前推导的方程可以得到材料去除效率的表达式, 其中材料去除效率与压强是非线性关系, 从而建立起材料去除量与研磨盘中心轨迹弧长的关系, 其中 $P(s')$, $t(s')$ 分别为沿研磨盘中心轨迹的压强参数和驻留时间参数. 对去除量进行积分, 得到研磨盘运行过程中对工件上任意一点的去除函数:

$$R = \int kP(s') \int_h^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(d_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) dd_i \times \sqrt{r^2 + r'^2} \omega t(s') ds'. \quad (29)$$

4 变压强研磨实验

光学加工机床的最大加工镜面尺寸与机床本身结构相关. 越大的镜面要求机床的尺寸越大, 而相同结构的机床, 其刚度随着尺寸的增大而减少, 并且光学机床的建造时间长, 费用也较高. 磨削加工的定位精度是微米级别, 相对地, 研磨加工的定位精度要求为 $1 \text{ mm}^{[21]}$, 可见研磨的加工定位精度要求远低于磨削加工. 机器人的定位精度刚好在这个范围内, 并且其高自由度可以保证研磨盘与工件的法向量始终一致, 这种法向量跟踪形式可以保证平均的压强分布从而提高去除函数的稳定性.

图 11 (网络版彩色)大型光学镜面机器人研磨平台(a)以及变压强研磨工具(b)

Figure 11 (Color online) Robot lapping platform for large optics (a) and lapping tool with varied pressure (b)

光学镜面机器人研磨平台如图11所示, 机器人研磨平台由机器人和变压强研磨工具组成. 机器人(ABB6620)臂展2.2 m, 能够持重150 kg, 其重复定位精度为0.1 mm. 变压强研磨工具选用音圈电机控制研磨压强, 相比气缸具有出力精确、快速响应的特点. 变压强研磨工具主要由2部分组成, 旋转电机和音圈电机. 其中旋转电机带动末端的研磨盘旋转, 而

音圈电机通过杠杆与旋转电机相连, 将作用力传递到研磨盘, 末端出力可以达到200 N. 而且音圈电机出力在一定行程范围内保持恒定值, 可以让研磨盘在一定垂直行程范围内保持稳定压强输出.

研磨盘双转子运动研磨加工, 工艺参数如表3所示, 初始镜面pv值小于1 μm . 通过设置音圈电机出力分别设定研磨压强为0.65, 0.5, 0.4和0.3 MPa, 分别加工60圈. 通过三坐标仪检测后得到60圈的去除量, 获得单圈双转子去除函数如图12所示. 通过0.3 MPa去除函数数据修正磨粒高度的标准差 ε , 修正值为3.6 μm , 其与研磨加工中磨粒滑动和滚动的比例密切相关, 并且该参数与压强无关, 通过单次工艺试验后可以推导其他压强下的去除率, 图中虚线为修正后的去除函数. 变压强下去除函数去除量如图13所示, 其中虚线为磨粒高度标准差修正后的理论推导去除量, 实验结果与理论误差5%范围内, 验证了变压强研磨机理模型的有效性, 并且随着加工工序的推进, 低误差区域(20 μm)的低压强去除函数所产生的去除量误差很小(1 μm), 可将其应用于变压强研磨去除函数的构建.

在大型光学镜面机器人研磨实验平台上对直径13 cm的SiC镜面进行研磨加工. 其初始面形为平面, pv值小于1 μm , 目标面形为 $z=x^2/1800$ 的抛物面, 误差曲面为初始面形与目标面形的差. 应用变压强研磨方法, 根据误差曲面设定研磨亚强, 压强范围为

表 3 研磨实验工艺参数

Table 3 Process parameter in lapping

工件材料	研磨盘材料	磨粒材料	研磨盘直径(mm)	磨粒颗粒大小	研磨液质量分数	研磨盘自转速度(r/min)	研磨盘公转速度(r/min)	双转子运动偏心率	加工圈数
SiC	铸铁	金刚石	15	W10	10%	120	30	0.8	60

图 12 变压强下去除函数

Figure 12 Tool influence function with varied pressure

图 13 去除函数去除量与压强的关系

Figure 13 Relationship between material removal rate and pressure

0.1~0.5 MPa, 在误差曲面较大的区域使用高压强去除函数, 提高加工效率, 而在误差曲面较小的区域使用低压强去除函数, 保证材料的不过量加工. 表3为加工参数, 研磨后SiC镜面的误差曲面如图14所示, 不含边缘区域的镜面pv值为6.3 μm , 加工时间为48 h, 而应用传统恒压研磨方法, 采用间隔5 mm的螺旋线

的轨迹规划方法, 从粗磨到精磨分部采用0.5, 0.3和0.1 MPa压强, 分别加工总去除量的50%, 30%和20%, 其余加工参数如表3所示, 镜面理论pv值为7 μm , 加工时间为70 h. 因此, 通过变压强研磨, 加工镜面pv值提高10%, 加工时间减少30%, 在加工效果上要远优于恒压研磨.

图14 (网络版彩色)研磨后SiC镜面的误差曲面

Figure 14 (Color online) Error surface of SiC optics after lapping

5 结论

本文针对大型光学镜面高效加工的要求, 首次提出变压强研磨方法. 通过变压强条件下磨粒分布与去除机理推导其去除函数, 变压强下去除函数为压强的非线性表达式. 基于微分几何将去除函数表述为研磨盘中心轨迹、驻留时间以及压强的统一表达式. 设计音圈电机驱动的变压强研磨工具, 并在大型光学镜面机器人研磨平台上实现光学镜面的变压强高效研磨, 实验结果证明变压强研磨相比传统恒压研磨, 加工镜面pv值提高10%, 加工时间减少30%, 在保证收敛率的同时能显著提高加工效率. 后续工作将研究变压强研磨中边缘效应的抑制.

参考文献

- Kim D W, Kim S W. Non-sequential optimization technique for a computer controlled optical surfacing process using multiple tool influence functions. *Opt Express*, 2009; 17: 21850–21866
- Kim D W, Martin H M, Burge J H. Calibration and optimization of computer-controlled optical surfacing for large optics. *Proc SPIE*, 2011, 8126: 812615
- Schinhaerl M, Rascher R, Stamp R, et al. Utilisation of time-variant influence functions in the computer controlled polishing. *Precis Eng*, 2008, 32: 47–54
- Kelm A, Roerret R, Sinzinger S. Modeling of the polishing process for aspheric optics. *Proc SPIE*, 2008, 7102: 71020H
- Phillips K, Crimes G M, Wilshaw T R. On the mechanism of material removal by free abrasive grinding of glass and fused silica. *Wear*, 1977, 41: 327–350
- Yiu K L, Tam H Y. An alternate approach to free-form surface fabrication. *J Mater Process Tech*, 2007, 192–193: 465–469
- Tam H Y, Cheng H B, Wang Y W. Removal rate and surface roughness in the lapping and polishing of RB-SiC optical components. *J Mater Process Tech*, 2007, 192–193: 276–280
- Evans C J, Paul E, Dornfeld D, et al. Material removal mechanisms in lapping and polishing. *Cirp Ann Manuf Techn*, 2003, 55: 611–633
- Fang L, Kong X L, Su J Y, et al. Movement patterns of abrasive particles in three body abrasion. *Wear*, 1993, 162–164: 782–789
- Moore M A, King F S. Abrasive wear of brittle solids. *Wear*, 1980, 60: 123–140
- Buijs M, Korpel-van H K. Three-body abrasion of brittle materials as studied by lapping. *Wear*, 1993, 166: 237–245
- Wang Y G, Zhao Y W. Material removal mechanism in chemical mechanical polishing at molecule scale (in Chinese). *Chin Sci Bull (Chin Ver)*, 2008, 53: 359–363 [王永光, 赵永武. 化学机械抛光材料分子去除机理的研究. *科学通报*, 2008, 53: 359–363]
- Xu J, Luo J B, Lu X C, et al. Research progress on material removal mechanism in ultra-precision polishing (in Chinese). *Chin Sci Bull (Chin Ver)*, 2004, 49: 1700–1705 [徐进, 雒建斌, 路新春, 等. 超精密表面抛光材料去除机理研究进展. *科学通报*, 2004, 49: 1700–1705]
- Preston F W. The theory and design of plate glass polishing machines. *J Soc Glass Technol*, 1927, 11: 214–256
- Verspui M A, With G D, Buijs M. Bed thickness and particle size distribution in three body abrasion. *Wear*, 1995, 188: 102–107
- Zhuang C Y, Chen Y J. Statistics (in Chinese). Beijing: Science Press, 2005 [庄长远, 陈勇江. 统计学. 北京: 科学出版社, 2005]

- 17 Liu Q J, Chen T, Chen S C. The approximate formula of normal distribution integral and its application in experimental result determination (in Chinese). *Adv Measurement Laborat Manag*, 2009, 3: 21–23 [刘清珺, 陈婷, 陈舜琮. 正态分布积分近似计算公式及其在实验结果判定中的应用. *现代测量与实验室管理*, 2009, 3: 21–23]
- 18 Kasai T. A kinematic analysis of disk motion in a double sided polisher for chemical mechanical planarization (CMP). *Tribol Int*, 2008, 41: 111–118
- 19 Wang Z, Wu Y L, Dai Y F, et al. Rapid detection of subsurface damage of optical materials in lapping process and its influence regularity (in Chinese). *Opt Precision Eng*, 2008, 16: 16–21 [王卓, 吴宇列, 戴一帆, 等. 光学材料研磨亚表面损伤的快速检测及其影响规律. *光学精密工程*, 2008, 16: 16–21]
- 20 Cai G Q, Lu Y S, Cai R, et al. Analysis on lapping and polishing pressure distribution. *Cirp Ann Manuf Techn*, 1998, 47: 235–238
- 21 Martin H M, Burge J H, Ketelsen D A, et al. Fabrication of the 6.5 m primary mirror for the multiple mirror telescope conversion. *Proc SPIE*, 1997, 2871: 399–404

The effect of varied lapping pressure on the material removal rate of optics lapping

XU Yong^{1,2} & YIN YueHong^{1,2}

¹ *Institute of Robotics, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China;*

² *State Key Laboratory of Mechanical System and Vibration, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China*

SiC and Zerodur are materials often used in spacing optics. This material is hard and brittle, difficult to manufacture. With the increasing size of optics, the effectiveness of optics manufacture has become a key problem in optics system. As an important part in optics manufacturing process, lapping in computer controlled optics surfacing (CCOS) use time-invariant tool influence function (TIF) and features with low removal rate and edge effect, this had a bad impact on the subsequent process. The structure of lathe is no longer suit for optics lapping as the size become larger. The high effective lapping method for large optics is an extreme important problem in optics manufacturing.

Invariant pressure in conventional lapping restricts further advancement in material removal rate and convergence rate. This paper presents material removal mechanism with varied lapping pressure for an intelligent lapping pressure schedule to match the geometric properties of the error surface. Relationship between pressure and statistical distribution of abrasive status is established based on the geometrical and mechanical properties of the workpiece, abrasive and lapping pad. Removal mechanism and nonlinear removal rate with varied lapping pressure is deduced through the collective removal behavior of abrasive. Furthermore, to better match the error surface, material removal along freeform curve is developed through the differentiation of trajectory. The results of lapping a SiC optics with varied pressure demonstrated superior material removal rate and convergence rate over constant pressure.

Lapping with varied pressure is proposed to increase the efficiency. With varied lapping pressure, the transforming distance between the pad and workpiece changes the abrasive number participating in lapping, as well as the pressure on each abrasive. It results in varied proportion of movement pattern of abrasive and corresponding removal pattern. Removal mechanism and nonlinear removal rate with varied lapping pressure distinct from Preston's equation is deduced through the collective removal behavior of abrasive. Bio-inspired from handwork lapping, surface characteristics of error profile and pressure distribution along the trajectory is obtained. The results point out that pressure-variant lapping contributes to further decrease the process time, and thus to make a computer controlled lapping process more efficient. The platform for large optics robot lapping is established. Varied pressure is realized through voice coil motor. The reduction of the process time was observed to approximately 30% using a combination of the dwell time method with pressure-variant tool influence function compared to stable pressure lapping.

pressure-variant, high-efficiency lapping, large freeform optics

doi: 10.1360/N972015-00830