T形腔焨耗散最小构形优化

谢志辉, 陈林根*, 孙丰瑞

海军工程大学研究生院, 武汉 430033

* 联系人, E-mail: lingenchen@hotmail.com, lgchenna@yahoo.com

2009-03-23 收稿, 2009-05-05 接受

教育部新世纪优秀人才支持计划(编号: NCET-04-1006)和全国优秀博士学位论文作者专项资金(编号: 200136)资助项目

摘要 焨耗散极值原理给出了新的传热优化的理论依据和评判标准. 针对矩形固体中包含 T 形开口空腔的传热模型, 引入了基于焨耗散定义的无量纲当量热阻, 在系统总体积、空腔体积以及 T 形腔所占矩形域体积一定的约束条件下, 以该当量热阻最小化为目标对模型进行了构形优化. 数值结果表明, 基于焨耗散极值原理可以设计出系统传热性能最优的几何结构. 修正了文献中无量纲总(最大)热阻的表达式, 以其最小化为目标得到了一些与文献结果不同的新规律. 将两种热阻指标下的数值优化结果进行了对比分析, 发现分别对应两种指标的最优系统结构明显不同, 以当量热阻最小化为目标的优化比以最大热阻最小化为目标的优化, 可以有效降低传热平均温差, 改善系统整体传热性能. 空腔自由度越大, 系统性能更佳. 通过数据拟合, 分别得到了当量热阻和最大热阻与 3 自由度几何参数的优化关联式.

关键词

构形理论

焨耗散极值原理

传热

空腔

广义热力学优化

固体中包含开口冷却空腔的传热模型普遍存在于高热流密度和大热流量的现代工程领域中, 随着高性能化和小型化的进一步发展, 对该类模型进行优化设计以寻求最佳整体性能尤为重要. 优化传热性能的理论依据主要有过增元等提出的场协同理论[1~3], Bejan 等人[4~6]提出的熵产最小原则和构形理论[7~17]. 熵产最小原则是基于热、功转化过程中最大限度输出功的思路, 以可用能损失最小为目标的优化理论. 将熵产最小原则应用于传热和流体流动过程特别是应用于换热器的优化设计时, 出现了悖论和矛盾[18,19]. 传热学研究的目的在于分析传热规律及速率, 不一定要关注传热引起的可用能损失. 为了反映传热的本质属性, 过增元等人[20,21]基于经典的热电比拟方法, 定义了表征物体热量传递总能力的新物理量——焨, 提出了焨耗散极值原理[20], 引起了许多学者的浓厚兴趣, 开展了以焨耗散最小为目标的传热优化研究[22~32], 并从导热机理[27]、电热模拟试验

[28]等方面进一步阐述了焨的物理意义, 在分别以熵产极值和焨耗散极值为优化目标进行比较研究的基础上, 指出各自适用对象不同, 对传热问题焨耗散极值原理优于熵产最小原则[24,25,31]. 魏曙寰等人[33,34]将焨耗散极值原理与构形理论结合起来进行研究, 夏少军等人[35]将焨耗散极值原理与有限时间热力学理论结合起来进行研究, 得到了传热性能更优的系统构形和换热器构型.

构形理论认为随时间延续(或生存)的有限尺寸流动系统, 它必定会循着为流经它的流提供更容易的通道而不断进化[7~17]. 无论是在自然界还是在工程领域, 分叉都是普遍的事物进化(生成)模式, 在一定约束下寻求整体性能最优的流道最终进化(优化)成树形结构[7~17,22,23]. 最简单的树形结构为一次二分支的 T 形结构, 文献[8]以热流率最大为目标对 T 形肋片进行了构形优化, 文献[9]以流阻最小为目标分别对 T 形和 Y 形管道进行了构形优化, 文献[36]以无量纲最

引用格式: 谢志辉, 陈林根, 孙丰瑞. T 形腔焨耗散最小构形优化. 科学通报, 2009, 54: 2605~2612

Xie Z H, Chen L G, Sun F R. Constructal optimization on T-shaped cavity based on entransy dissipation minimization. Chinese Sci Bull, 2009, 54, doi: 10.1007/s11434-009-0507-6

<https://engine.scichina.com/doi/10.1360/csb2009-54-17-2605>

大温差最小为目标, 对矩形固体中包含的 T 形开口空腔进行了构形优化. 本文在文献[36]的基础上, 以提高整体传热性能为目的, 基于焓耗散极值原理对矩形固体中 T 形开口空腔模型进行构形优化研究, 得到系统构型与系统传热性能新的数值优化规律, 可为相关热设计问题提供一定理论依据. 同时以传统的最大热阻为目标函数采取同样方法进行优化研究, 分析比较两种优化结果的异同, 进一步深入研究系统焓耗散的规律.

1 问题描述

1.1 焓耗散的定义

文献[20]定义了一物体所具有的热量传递的总能力——物理量焓(E_{vh})

$$E_{vh} = Q_{vh}T/2, \quad (1)$$

其中 $Q_{vh} = M c_v T$ 为物体的定容热容量, T 是物体温度. 由此得到了单位时间单位体积内焓的耗散率, 称为焓耗散函数为^[20]:

$$\phi_h = -\dot{q} \cdot \nabla T = k(\nabla T)^2, \quad (2)$$

其中 $\dot{q}$ 为热流密度矢量, ∇T 是温度梯度.

整个体积中的焓耗散率为

$$\dot{E}_{vh\phi} = \int_V \phi_h dV. \quad (3)$$

在此基础上, 对于给定热流边界条件的多维导热问题, 物体的当量热阻为^[20]

$$R_h = \dot{E}_{vh\phi} / \dot{Q}_h^2, \quad (4)$$

其中 $\dot{Q}_h$ 是通过边界的热流率. 多维导热问题的平均温差为^[20]

$$\Delta \bar{T} = R_h \dot{Q}_h. \quad (5)$$

1.2 传热模型

考虑如图 1 所示的矩形导热固体 ($H \times L \times W$), W 表示垂直纸面的第三维, 不考虑参数在 W 方向的变化, 模型简化为二维情形. 本文中的约束条件为系统、空腔及 T 形腔所占矩形域的体积一定, 即

$$\begin{aligned} V &= HLW = \text{Const}, \\ V_c &= (2L_0H_0 + L_1H_1)W = \text{Const}, \\ V_T &= 2L_0(H_0 + L_1)W = \text{Const}. \end{aligned} \quad (6)$$

也可表达为总面积、空腔占比和 T 形腔所占矩形域占

比一定, 即

$$\begin{aligned} A &= HL = \text{Const}, \\ \Phi &= V_c / V = (2L_0H_0 + L_1H_1) / (HL) = \text{Const}, \\ \psi &= V_T / V = 2L_0(H_0 + L_1) / (HL) = \text{Const}. \end{aligned} \quad (7)$$

图 1 模型与边界

导热固体各相同性, 热导率 k 为常数, 容积均匀产热率为 $q''' [W/m^3]$, 外表面绝热. 空腔的主干 ($H_1 \times L_1$) 以垂直角度发展出两个对称分枝 ($H_0 \times L_0$), 生成 T 形空腔. 固体内部产生的热量传到低温的空腔壁面后经对流换热传往外界. 为了重点突出优化方法, 简化物理模型, 假设表面对流换热能力远远强于固体的热传导能力, 即表面对流换热热阻远小于导热热阻, 流体和空腔表面保持恒定的低温 $T_{\min}$, 忽略流动的影响^[36].

定义无量纲量为

$$\begin{aligned} (\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{H}, \tilde{L}, \tilde{H}_0, \tilde{L}_0, \tilde{H}_1, \tilde{L}_1) &= \frac{(x, y, H, L, H_0, L_0, H_1, L_1)}{A^{1/2}}, \\ \tilde{T} &= \frac{T - T_{\min}}{[q'''(1 - \Phi)A]/k}. \end{aligned} \quad (8)$$

几何约束可表达为

$$\tilde{H}\tilde{L} = 1, \quad \Phi = 2\tilde{L}_0\tilde{H}_0 + \tilde{L}_1\tilde{H}_1, \quad \psi = 2\tilde{L}_0(\tilde{H}_0 + \tilde{L}_1). \quad (9)$$

无量纲导热方程为

$$\frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{y}^2} + \frac{1}{1 - \Phi} = 0. \quad (10)$$

对应边界条件为:

$$\text{固体外表面, } \partial \tilde{T} / \partial \tilde{n} = 0; \text{ 空腔表面, } \tilde{T} = 0. \quad (11)$$

根据(4)式, 当量热阻为

$$R_h = \frac{\int_A k(\nabla T)^2 d\Omega}{[q'''(1-\Phi)A]^2} = \frac{\int_H \int_L k \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy}{[q'''(1-\Phi)A]^2}$$

$$= \frac{\int_{\tilde{H}} \int_{\tilde{L}} \left[\left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \right)^2 \right] d\tilde{x} d\tilde{y}}{k} \quad (12)$$

所以无量纲当量热阻可定义为

$$\tilde{R}_h = R_h k = \int_{\tilde{H}} \int_{\tilde{L}} \left[\left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \right)^2 \right] d\tilde{x} d\tilde{y} \quad (13)$$

根据(5)式, 多维导热问题的平均温差 $\Delta \tilde{T}$ 为

$$\Delta \tilde{T} = R_h \dot{Q}_h$$

$$= \frac{\int_{\tilde{H}} \int_{\tilde{L}} \left[\left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \right)^2 \right] d\tilde{x} d\tilde{y}}{k} q'''(1-\Phi)A \quad (14)$$

无量纲平均温差 $\Delta \tilde{T}$ 为

$$\Delta \tilde{T} = \frac{\Delta \tilde{T}}{q'''(1-\Phi)A/k}$$

$$= \int_{\tilde{H}} \int_{\tilde{L}} \left[\left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \right)^2 \right] d\tilde{x} d\tilde{y} = \tilde{R}_h \quad (15)$$

文献[36]采用的无量纲最大温差为

$$\tilde{T}_{\max} = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{q'''A/k} \quad (16)$$

以(16)式最小化为目标进行构形优化对于防止热点过热具有一定意义, 但文献[36]将其等同于无量纲总(最大)热阻的概念是不准确的. 正确的无量纲最大热阻应为

$$\tilde{R}_t = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{[q'''(1-\Phi)A/k]} \quad (17)$$

(13)和(17)式虽然都与系统温度相关, 但是两者存在很大不同. (17)式是基于系统最大温差和实际散热负荷定义的无量纲最大热阻. 由于最大温差是局部意义的, 所以基于最大温差的无量纲热阻是以局部极限特征刻画系统整体性能, 有一定的片面性和局限性, 以其最小化为目标进行构形优化主要是出于安全性考虑, 但物理上并不能表示系统的平均散热性能最优. 而(13)式表明无量纲当量热阻是无量纲温度梯度的模在整个区域的积分, 更能反映出“场”的特征并刻画多维导热系统的平均散热性能, 即当量热阻越小, 传热效率越高, 结构体内的平均温差越低, 传热性能越好^[34~36].

2 数值结果与讨论

基于上述模型, 首先采用有限元法对图1所示模型的不同几何结构求解出温度场, 然后计算得到当量热阻和最大热阻的数值解, 再研究系统几何参数与系统性能的优化关系. 由于模型具有对称性, 只需计算 $y > 0$ 部分. 计算精度控制为

$$\left| (\tilde{R}_h^j - \tilde{R}_h^{j-1}) / \tilde{R}_h^{j-1} \right| < 0.005, \quad (18)$$

式中 $(j-1)$ 表示对应前一次网格数的计算值, j 则表示对应加密1次后网格数的计算值. 若式(18)不满足, 则加密一次网格, 重新计算, 直至达到精度要求为止. 为突出优化方法, 将模型简化为 $H/L=1$ 的情况. 首先, 在系统、空腔及T形腔所占矩形域体积一定的约束下, 给定 H_0/H_1 , 通过最小化(13)式所示目标函数 $\tilde{R}_h$ 或(17)式所示目标函数 $\tilde{R}_t$ 对 L_0/L_1 进行一维优化, 然后针对其他的 H_0/H_1 进行同等精度的二维优化.

图2给出了一个针对 L_0/L_1 的一维优化算例. 数值结果表明, 基于本文方法可以设计出对应目标函数极值的系统构形, 对应 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 和 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 的系统构形明显不同, $(L_0/L_1)_{\text{opt}}$ 分别为 0.39 和 0.59, $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 为 0.062478, 而对应于 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 的 $\tilde{R}_h$ 为 0.071182. 所以对应前者的体内传热平均温差比后者的要低 13.9%, 因此以 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 为目标可以设计出系统内传热平均温差最小的系统构形, 提高传热效率. 下文将在给定系统体积的总约束下, 分别研究T形腔所占矩形域占比 ψ 一定时, 空腔占比 Φ 对系统构形及其性能的影响; 空腔占比 Φ 一定时, T形腔所占矩形域占比 ψ 对系统构形及其性能的影响以及进一步释放T形腔占矩形域占比 ψ 的优化.

图2 针对 L_0/L_1 的一维优化

2.1 空腔占比 ϕ 对系统构形及其性能的影响

图3给出了分别以 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ (实线) 和 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ (虚线) 为目标时 ϕ 对 $(L_0/L_1)_{\text{opt}} - H_0/H_1$ 关系的影响. 由图可知, 当 $\phi < 0.5$ 时, 分别以 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 和 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 为目标的优化结果区别很大, 但当 $\phi = 0.5$ 时, 由于尺寸的限制, $(L_0/L_1)_{\text{opt}}$ 都取到 L_0/L_1 的最小值, 以 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 和 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 为目标的优化构形相同. 此外, 不论采用哪个指标作为优化目标, ϕ 对 $(L_0/L_1)_{\text{opt}} - H_0/H_1$ 关系均具有较大影响.

图3 ϕ 对 $(L_0/L_1)_{\text{opt}} - H_0/H_1$ 关系的影响

当以 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 为目标时, 由图3中实线可以看出, 当 $\phi < 0.1$ 时, 随着 ϕ 增大, 对应给定的 H_0/H_1 , $(L_0/L_1)_{\text{opt}}$ 依序减小; 对于给定的 ϕ 值, $(L_0/L_1)_{\text{opt}}$ 随 H_0/H_1 增大而基本保持不变. 当 $\phi > 0.1$, $H_0/H_1 > 0.07$ 时, $(L_0/L_1)_{\text{opt}}$ 仍然随 ϕ 增大而减小, 但 $H_0/H_1 < 0.07$ 时, $(L_0/L_1)_{\text{opt}}$ 限于约束条件都只能取到最小值 0.26 而不能继续减小; 当 $\phi = 0.3$, $0.07 < H_0/H_1 < 2$ 时, $(L_0/L_1)_{\text{opt}}$ 随 H_0/H_1 的增大总体上呈增长趋势; 当 $\phi = 0.5$, $0.09 < H_0/H_1 < 2$ 时, $(L_0/L_1)_{\text{opt}}$ 随 H_0/H_1 的增大先增长而后稍降低.

比较图3中虚线和实线可以看出, 当 $\phi \leq 0.1$ 时, 对应 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 的 $(L_0/L_1)_{\text{opt}}$ 比对应 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 的 $(L_0/L_1)_{\text{opt}}$ 要大; 随着 ϕ 增大, 对应给定的 H_0/H_1 , $(L_0/L_1)_{\text{opt}}$ 仍然依序减小; 对于给定的 ϕ 值, $(L_0/L_1)_{\text{opt}}$ 随 H_0/H_1 增大而基本保持不变. 但当 $\phi = 0.3$ 时, $(L_0/L_1)_{\text{opt}}$ 出现了一个较大的阶跃.

图4给出了 ϕ 对 $(\tilde{R}_h)_{\min} - H_0/H_1$ 关系的影响. 计算表明, 对于给定的 ϕ , $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 随 H_0/H_1 增大呈现

增长趋势, 不存在最优的 H_0/H_1 , 并且随着 ϕ 增大 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 的增长幅度是增大的. 当 $H_0/H_1 < 0.05$ 时, $\phi = 0.5$ 所对应的 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 是最小的, 系统的传热性能最好. 但是, 当 $H_0/H_1 > 1$ 时, 随着 ϕ 增大, 对应给定的 H_0/H_1 , $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 反而增大. 这表明, 由于T形腔所占矩形域体积的限定, 虽然增大了冷却空腔的体积, 但其冷却效能却在尺寸约束下受到极大的限制, 焓耗散增加, 传热性能降低.

图4 ϕ 对 $(\tilde{R}_h)_{\min} - H_0/H_1$ 关系的影响

图5 ϕ 对 $(\tilde{R}_t)_{\min} - H_0/H_1$ 关系和 $\tilde{T}_{\max} - H_0/H_1$ 关系的影响

图5给出了 ϕ 对 $(\tilde{R}_t)_{\min} - H_0/H_1$ 关系(实线)和 $\tilde{T}_{\max} - H_0/H_1$ 关系(虚线, 文献[36]的优化结果)的影响. 实线表明, 优化结果与以 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 为目标的优化结果具有一定的相似性, 即对于给定的 ϕ , $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 随 H_0/H_1 增大呈现增长趋势, 不存在最优的 H_0/H_1 , 并且随着 ϕ 增大 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 增长的幅度是增大的. 当 $H_0/H_1 < 1.1$ 时, $\phi = 0.5$ 所对应的 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 是最小的, 系统的最大热阻最小. 但是, 当 $H_0/H_1 > 1.3$ 时, 对应给定的 H_0/H_1 , $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 随着 ϕ 增大反而增大. 这与虚线所示规律有很大不同. 虚线表明, 在 $0.01 < H_0/H_1 < 2$ 的整个计算区间, $(\tilde{T}_{\max})_{\min}$ 随着 ϕ

增大而降低。造成这种差异的原因在于, 增大 ϕ 对于降低系统中最高温度是有效的, 但由于增大 ϕ 的同时减小了产热区域, 也就减小了系统的散热负荷, 而 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 是一个相对兼顾了上限温度和散热负荷的指标, 所以 ϕ 对 $(\tilde{R}_t)_{\min} - H_0/H_1$ 关系的影响就比 ϕ 对 $\tilde{T}_{\max} - H_0/H_1$ 关系的影响更为复杂。

2.2 T形腔所占矩形域占比 ψ 对系统构形及其性能的影响

取 $\phi = 0.1$, 研究 T 形腔所占矩形域占比 ψ 对最优系统构形及其性能的影响。图 6 给出了以 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 为目标时 ψ 对 $(L_0/L_1)_{opt} - H_0/H_1$ 关系的影响, 图 7 给出了对应图 6 中系统构形的 $(\tilde{R}_h)_{\min}$; 图 8 给出了以 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 为目标时 ψ 对 $(L_0/L_1)_{opt} - H_0/H_1$ 关系的影响, 图 9 给出了 ψ 对 $(L_0/L_1)_{opt} - H_0/H_1$ 关系和 $\tilde{T}_{\max} - H_0/H_1$ 关系的影响。

由图 6 可知, 在整个计算区间, 对应给定的 H_0/H_1 , $(L_0/L_1)_{opt}$ 随着 ψ 增大而增长; 当 ψ 给定时, $(L_0/L_1)_{opt}$

对 H_0/H_1 的变化并不敏感, 变化幅度小于 9%。由图 8 可知, 对于 $\psi < 0.5$ 的情况, 对应给定的 H_0/H_1 , $(L_0/L_1)_{opt}$ 仍然随着 ψ 增大而增长; 但是当 $\psi = 0.3$ 时, $(L_0/L_1)_{opt} - H_0/H_1$ 曲线出现了一个阶跃。

比较图 6 和 8 的结果可知, 当 $\psi = 0.3, 0.5$ 时, 分别以 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 和 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 为目标所得的最优构形明显不同。当 $\psi = 0.3$ 、 $H_0/H_1 < 0.9$ 时, 以 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 为目标所得的 $(L_0/L_1)_{opt}$ 更大一些, 当 $H_0/H_1 > 0.9$ 时, 由于以 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 为目标所得的 $(L_0/L_1)_{opt}$ 出现阶跃, 所以比以 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 为目标所得的 $(L_0/L_1)_{opt}$ 更大一些。当 $\psi = 0.5$ 时, 以 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 为目标所得的 $(L_0/L_1)_{opt}$ 始终要小一些。由于尺寸的限制, 当 $\psi = 0.8$ 时, 对应各 H_0/H_1 的 $(L_0/L_1)_{opt}$ 只能取得 L_0/L_1 的最大值; 当 $\psi = 0.05, 0.1$ 时, 对应各 H_0/H_1 的 $(L_0/L_1)_{opt}$ 均取得 L_0/L_1 的最小值, 导致分别以 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 和 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 为目标所得的最优构形无差异。

图 6 ψ 对 $(L_0/L_1)_{opt} - H_0/H_1$ 关系的影响

图 7 对应图 6 中系统构形的 $(\tilde{R}_h)_{\min}$

图 8 ψ 对 $(L_0/L_1)_{opt} - H_0/H_1$ 关系的影响

图 9 ψ 对 $(\tilde{R}_t)_{\min} - H_0/H_1$ 关系和 $(\tilde{T}_{\max})_{\min} - H_0/H_1$ 关系的影响

由图 7 可知, 对应给定的 H_0/H_1 , $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 随 ψ 增大而减小. 这说明, 当冷却空腔体积一定的时候, 通过在给定区域合理选用 T 形腔所占矩形域大小(也就是说, T 形腔具有更大的自由度)可以更加充分地发挥空腔的冷却效能, 提高系统传热性能. 当 ψ 给定时, $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 随 H_0/H_1 增大而缓慢增长.

由图 9 可知, 对于 $\psi < 0.5$ 的情况, 对应给定的 H_0/H_1 , $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 随 ψ 增大而减小. 文献[36]的研究结果(虚线)表明, 当 ψ 从 0.3 增大到 0.6 时, $(\tilde{T}_{\max})_{\min}$ 也随 ψ 增大而减小. 但是当 $\psi = 0.8$ 时, 对应给定的 H_0/H_1 , $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 反而增大了. 这说明, 当冷却空腔体积一定的时候, 在一定范围内可以通过在给定区域合理设计 T 形腔所占矩形域大小, 更加充分地发挥空腔的冷却效能, 有效降低系统最大热阻; 当 $\psi = 0.8$ 时, 由于尺寸约束而使得最大热阻最小化的优化设计受到实际限制. 因此, 在工程设计中, ψ 和 ϕ 是两个需要结合实际情况进行合理匹配的参数, 既要合理选择空腔体积又要有效地设计 T 形腔所占矩形域大小, 充分发挥空腔的冷却效能, 最大限度地提高系统整体性能. 当 ψ 给定时, $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 随 H_0/H_1 增大而增长.

2.3 释放 T 形腔所占矩形域占比 ψ 的优化分析

图 10 给出了进一步释放 T 形腔所占矩形域占比 ψ , 以 L_0/L_1 , H_0/H_1 和 H_1/L_1 为自由度的三维优化结果. 计算表明, 低 H_1/L_1 数时, $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 和 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 均随 H_1/L_1 的增长缓慢减小, 两种优化目标所对应的 $(H_0/H_1)_o$ 均大幅降低, 且分别当 $H_1/L_1 = 0.170, 0.256$ 时都降低至计算的下限值 0.01; 但 $(L_0/L_1)_{oo}$ 相对稳

图 10 3 自由度优化结果

——以 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 为目标; - - - - 以 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 为目标
1, 2— $(H_0/H_1)_o$; 3, 4— $(L_0/L_1)_{oo}$; 5— $(\tilde{R}_t)_{\min}$; 6— $(\tilde{R}_h)_{\min}$

定, 当 $H_1/L_1 \geq 0.246$ 时, 两种不同目标的优化具有相同的 $(L_0/L_1)_{oo}$. 当 $H_1/L_1 = 0.176, 0.246$ 时, $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 和 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 分别取得最小值 0.038601 和 0.079474. 3.2 节的优化中, $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 和 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 的最小值分别为 0.044456 和 0.092816, 可见通过释放 T 形腔所占矩形域占比 ψ 的约束, 给予空腔更大自由度, 使得 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 和 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 的降幅分别达到了 13.17% 和 14.37%, 系统传热性能更佳. 高 H_1/L_1 数时, $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 随着 H_1/L_1 的增大接近对数增长, $(H_0/H_1)_o$ 值没有出现反弹, $(L_0/L_1)_{oo}$ 值则持续增长.

对图 10 所示数值结果采用最小二乘法拟合函数, 分别得到如下关联关系式

$$\begin{aligned} (\tilde{R}_h)_{\min} &= 0.08641 \left(\frac{H_1}{L_1} \right)^{0.10323} \left(\frac{H_0}{H_1} \right)_o^{0.03757} \left(\frac{L_0}{L_1} \right)_{oo}^{1.34922}, \\ (\tilde{R}_t)_{\min} &= 0.10182 \left(\frac{H_1}{L_1} \right)^{-0.02990} \left(\frac{H_0}{H_1} \right)_o^{-0.05231} \left(\frac{L_0}{L_1} \right)_{oo}^{1.72103}. \end{aligned} \quad (19)$$

最大拟合相对误差分别 12.42% 和 8.96%.

2.4 优化效果的对比分析

图 11 和 12 分别给出了 ϕ 和 ψ 对 2.1, 2.2 节中最优构形所对应的 $\Delta\tilde{T} - H_0/H_1$ 关系的影响. 计算结果表明, 当 $\phi = 0.3$ 、 $H_0/H_1 < 1.1$ 时, 限于尺寸约束条件, 分别以 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 和 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 为指标所得的构形相同或相近, 从而使得对应的系统传热平均温差也相同或相近; 当 $H_0/H_1 > 1.1$ 时, 以 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 为目标的优化明显地降低了系统传热平均温差. 比较两图中其余实线和虚线均可以看出, 在约束条件相同的情况下, 以 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 为目标的优化比以 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 为目标的优化有效地降低了传热平均温差, 改善了系统传热性能. 由式(15)

图 11 ϕ 对 $\Delta\tilde{T} - H_0/H_1$ 关系的影响

图 12 ψ 对 $\Delta\tilde{T}-H_0/H_1$ 关系的影响

可知, 传热平均温差的变化规律与 2.1, 2.2 节中 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 的变化规律一致。

图 3 和 8 表明, 当 $\psi=0.5$, $\Phi=0.3$ 和 $\psi=0.3$, $\Phi=0.1$ 时, 以 $\tilde{R}_t$ 最小化为目标的优化所得的 $(L_0/L_1)_{opt}$ 都出现了阶跃, 这充分反映出以刻画系统极限特征的目标函数优化系统构形具有不连续性, 是其片面性和局限性的一种表现。以 $\tilde{R}_t$ 最小化进行优化主要是出于极限安全考虑; 而以 $\tilde{R}_h$ 最小化进行优化, 目的是降低系统的平均传热温差, 提高系统整体的传热性能。因此, 工程上对相关问题进行热优化设计时, 在兼顾上限温度(最大热阻)的情况下应该尽量选择对应当量热阻较小的构形设计。

3 结论

焓耗散极值原理给出了新的传热优化的理论依据和评判标准。本文针对现代工程领域中普遍存在的导热固体中包含开口空腔的传热模型, 在引入焓耗散无量纲当量热阻的基础上, 以其最小化为目标对方形固体中的 T 形开口空腔进行了构形优化, 结果表明基于焓耗散极值原理可以设计出系统传热性能

最优的几何结构。修正了文献[36]中无量纲总(最大)热阻的表达式, 并采用同样的数值方法进行了优化和分析。数值结果表明, 分别对应本文两种热阻指标的最优系统结构差别很大。当 $\psi=0.5$, $\Phi<0.1$ 时, 对应 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 的 $(L_0/L_1)_{opt}$ 比对应 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 的 $(L_0/L_1)_{opt}$ 要大; 当 $\psi=0.3$, $\Phi=0.1$, $H_0/H_1<0.9$ 时, 以 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 为目标所得的 $(L_0/L_1)_{opt}$ 更大一些, 当 $H_0/H_1>0.9$ 时, 由于以 $(\tilde{R}_t)_{\min}$ 为目标所得的 $(L_0/L_1)_{opt}$ 出现阶跃, 所以比以 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 为目标所得的 $(L_0/L_1)_{opt}$ 更大一些。当 $\psi=0.5$, $\Phi=0.1$ 时, 以 $(\tilde{R}_h)_{\min}$ 为目标所得的 $(L_0/L_1)_{opt}$ 始终要小一些。

无量纲最大热阻 $(\tilde{R}_t)$ 是以局部极限特征刻画系统整体性能, 以其最小化为目标优化系统构形有一定的片面性和局限性, 出现了不连续性。基于焓耗散定义的当量热阻能够反映多维传热系统整体的平均散热性能, 工程上对相关问题进行热优化设计时, 在兼顾上限温度(最大热阻)的情况下应该尽量选择对应当量热阻较小的构形设计。当 T 形腔所占矩形域体积受限时, 增大冷却空腔体积并不一定能够有效减小当量热阻和最大热阻; 当给定冷却空腔体积时, 在一定范围内可以通过合理设计 T 形腔所占矩形域大小有效降低当量热阻和最大热阻。因此, 在工程设计中, ψ 和 Φ 是两个需要结合实际情况进行合理匹配的参量, 既要合理选择空腔体积又要有效地设计 T 形腔所占矩形域大小, 充分发挥空腔的冷却效能, 最大限度地提高系统整体性能。空腔自由度越大, 系统性能更佳。通过函数拟合, 分别得到了当量热阻和最大热阻与 3 自由度几何参数的优化关联式, 对实际工程设计具有一定指导意义。

致谢 两位审稿人对本文提出了建设性的意见, 在此致以诚挚的谢意。

参考文献

- Guo Z Y, Li D Y, Wang B X. A novel concept for convective heat transfer enhancement. Int J Heat Mass Transfer, 1998, 41: 2221—2225 [DOI](#)
- 过增元. 对流换热的物理机制及其控制: 速度场与热流场的协同. 科学通报, 2000, 45: 2118—2122
- 过增元, 魏澍, 程新广. 换热器强化的场协同原理. 科学通报, 2003, 48: 2324—2327
- Bejan A. Entropy Generation Minimization. New York: Wiley, 1996
- Bejan A. Entropy generation minimization: the new thermodynamics of finite-size devices and finite-time processes. J Appl Phys, 1996,

- 79: 1191—1218^[DOI]
- 6 Chen L, Wu C, Sun F. Finite time thermodynamic optimization or entropy generation minimization of energy systems. *J Non-Equilibrium Thermodyn*, 1999, 24: 327—359
- 7 Bejan A. Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume. *Trans ASME J Heat Transfer*, 1997, 40: 799—816
- 8 Bejan A, Almgogbel M. Constructal T-shaped fins. *Int J Heat Mass Transfer*, 2000, 43: 2101—2115^[DOI]
- 9 Bejan A, Rocha L A O, Lorente S. Thermodynamic optimization of geometry: T and Y-shaped constructs of fluid streams. *Int J Thermal Sci*, 2000, 39: 949—960^[DOI]
- 10 Bejan A, Lorente S. *Design with Constructal Theory*. New Jersey: Wiley, 2008
- 11 Wang A H, Liang X G, Ren J X. Constructal enhancement of heat conduction with phase change. *Int J Thermophys*, 2006, 27: 126—138^[DOI]
- 12 Yu B, Li B. Fractal-like tree networks reducing the thermal conductivity. *Phys Rev E*, 2006, 73: 066302^[DOI]
- 13 Wu W, Chen L, Sun F. On the “area to point” flow problem based on constructal theory. *Energy Convers Mgmt*, 2007, 48: 101—105^[DOI]
- 14 Zhou S, Chen L, Sun F. Optimization of constructal volume-point conduction with variable cross-section conducting path. *Energy Convers Mgmt*, 2007, 48: 106—111^[DOI]
- 15 Xu X, Liang X, Ren J. Optimization of heat conduction using combinatorial optimization algorithms. *Int J Heat Mass Transfer*, 2007, 50: 1675—1682^[DOI]
- 16 伍文君, 陈林根, 孙丰瑞. 导热优化的“树网”构造法的改进. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2006, 36: 773—781
- 17 周圣兵, 陈林根, 孙丰瑞. 基于三角形单元体的气-固反应器构形优化. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2008, 38: 764—772
- 18 Bejan A. *Advanced Engineering Thermodynamics*. New York: Wiley, 1997
- 19 Shah R K, Skiepko T. Entropy generation extrema and their relationship with heat exchanger effectiveness-Number of transfer unit behavior for complex flow arrangements. *Trans ASME J Heat Transfer*, 2004, 126: 994—1002^[DOI]
- 20 Guo Z Y, Zhu H Y, Liang X G. Entransy—A physical quantity describing heat transfer ability. *Int J Heat Mass Transfer*, 2007, 50: 2545—2556^[DOI]
- 21 过增元. 热学中的新物理量. *工程热物理学报*, 2008, 29: 112—114
- 22 过增元, 程新广, 夏再忠. 最小热量传递势容耗散函数原理及其在导热优化中的应用. *科学通报*, 2003, 48: 21—25
- 23 程新广, 李志信, 过增元. 基于仿生优化的高效导热通道的构造. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2003, 33: 251—256
- 24 韩光泽, 过增元. 不同目的热优化目标函数: 热量传递势容损耗与熵产. *工程热物理学报*, 2007, 27: 811—813
- 25 程新广, 孟继安, 过增元. 导热优化中的最小传递势容耗散与最小熵产. *工程热物理学报*, 2005, 26: 1036
- 26 陈群, 任建勋. 对流换热过程的广义热阻及其与焓耗散的关系. *科学通报*, 2008, 53: 1730—1736
- 27 韩光泽, 过增元. 导热能力损耗的机理及其数学表述. *中国电机工程学报*, 2007, 27: 98—102
- 28 朱宏晖, 陈泽敬, 过增元. 焓耗散极值原理的电热模拟实验研究. *自然科学进展*, 2007, 17: 1692—1698
- 29 柳雄斌, 过增元, 孟继安. 换热器中的焓耗散与热阻分析. *自然科学进展*, 2008, 18: 1186—1190
- 30 宋伟明, 孟继安, 梁新刚, 等. 一维换热器中温差场均匀性原则的证明. *化工学报*, 2008, 59: 2460—2464
- 31 柳雄斌, 孟继安, 过增元. 换热器参数优化中的熵产极值和焓耗散极值. *科学通报*, 2008, 53: 3026—3029
- 32 吴晶, 梁新刚. 焓耗散极值原理在辐射换热优化中的应用. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2009, 39: 272—277
- 33 魏曙寰, 陈林根, 孙丰瑞. 基于矩形单元体的以焓耗散最小为目标的“体点”导热构形优化. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2009, 39: 278—285
- 34 魏曙寰, 陈林根, 孙丰瑞. 以焓耗散最小为目标的电磁体构形优化. *中国科学 E 辑: 技术科学*, 2009, 待发表
- 35 夏少军, 陈林根, 孙丰瑞. 换热器焓耗散最小优化. *科学通报*, 2009, 54: 2240—2246
- 36 Biserni C, Rocha L A O, Bejan A. Inverted fins: Geometric optimization of the intrusion into a conducting wall. *Int J Heat Mass Transfer*, 2004, 47: 2577—2583^[DOI]