图像校准中的多元样条方法

献给徐利治教授 95 华诞

郑鹏, 郑可妮, 刘凤山, 施锡泉*

Department of Mathematical Sciences, Delaware State University, Dover, DE 19901, USA
E-mail: pzheng11@students.desu.edu, kzheng@desu.edu, fliu@desu.edu, xshi@desu.edu

收稿日期: 2015-01-15; 接受日期: 2015-07-03; * 通讯作者

摘要 图像校准是将两两具有公共部分的一组图像通过变换合成到同一个图像的过程. 通常这组图像可以是不同时间、不同传感器 (成像设备) 或不同条件 (气候、亮度、摄像位置和角度等) 下获取的. 基于任意三角剖分上的多元样条函数, 本文提出了图像配准的一种新方法. 实验结果表明, 与目前国际上流行的其他图像校准方法相比, 本文方法计算简单并且得到的合成图像具有更为自然的边界过渡.

关键词 图像校准 多元样条 三角剖分 仿射变换

MSC (2010) 主题分类 65D07, 65D18, 68U10

1 引言

图像校准是将两两具有公共部分的一组图像通过变换合成到同一个图像的过程. 通常这组图像可以是不同时间、不同传感器 (成像设备) 或不同条件 (天气、亮度、摄像位置和角度等) 下获取的. 在图像处理中, 图像校准是非常热门和重要的研究方向. 这是因为它在从医学图像处理到气象卫星图像处理等诸多科学领域有着广泛的应用 (参见文献 [1]). 图像处理的起源要追溯到 1964 年, 起源于 Jet Propulsion 实验室通过电脑处理由 Ranger7 传送回的月球表面照片图像的失真问题. 光流法是较早的图像处理方法, 直到今天也是图像处理的重要方法之一. 图像校准和光流法都是研究图像间的关系的, 区别在于前者关注于拼接图片, 而后者侧重于预测图片的变化. 通过光流法, 我们可以得到物体的空间排列和变化率^[2]、两组图片的对应部分 (图像分割)^[3-6]. 现在图像校准受到越来越多的关注, 原因之一是由于近些年医学临床应用的需要. 例如, 医生对比患者在不同时间拍摄的核磁共振 (magnetic resonance imaging, MRI) 图片时, 需要用到校准后的正电子发射计算机断层显像 (positron emission tomography, PET) 数据产生的 MRI 图片来帮助确定某些神经元的解剖区域 (参见文献 [7]). 还有, 为了进行肺癌筛查, 医生会需要对胸部的计算机断层扫描 (computed tomography, CT) 的扫描图进行图片整合, 进而得到肺表面图片 (参见文献 [8]). 显然, 这些都可以凭借医生的经验在其头脑中完成. 但医生的经验难免会有偏差, 这时, 图像校准技术给予医生的帮助就显得极其重要.

近 20 年, 越来越多的科研工作者投身于对上述问题的研究, 其中 ANTS (advanced normalization tools) 是该领域比较权威的图像校准软件^[9], 由宾夕法尼亚大学等联合研制. ANTS 把图像校准方法分为三类: 线性、弹性和微分同胚. 每类方法主要由变换方法 (transformation) 和相似匹配方法 (similarity

measures) 构成, 其中变换方法有刚性变换 (rigid)、自由变换 (free-form deformation, FFD)、指数变换 (exponential) 等方法; 相似匹配方法有快速交叉相关 (fast cross correlation)、均方差 (mean squared difference)、交互信息 (mutual information) 等方法. 与此同时, 图像处理的样条法也得到了发展, 早在 1994 年, Szeliski 和 Coughlan^[10] 就应用样条函数计算基于像素点的光流运动、三维对应、特征点追踪和三维投影下的几何图像. 该方法主要适用于电荷耦合相机 (charge-coupled device, CCD) 得到的图片, 并且在远景图片的校准中取得了很好的效果. 1997 年, Lee 等人^[11] 提出了一种基于乘积型多元 B-样条的图像校准. 由于该方法将输入图片的相似性和相应变换一并考虑, 所以提高了算法的运算速度, 并且可以应用于 CCD 图片的近景校准. 近年, 由于医学等领域对 CT 和 MRI 图片处理要求的提高, 图片校准的难度大大增加. 1999 年, Rueckert 等人^[12] 将乘积型多元 B-样条用于乳房的 MRI 图片校准, 称为 FFD 方法, 该方法采用规范化交互信息 (normalized mutual information) 作为相似匹配方法. 2009 年, Tustison 等人^[13] 简化了 FFD 方法的数据相似匹配部分, 提出了直接自由空间变形方法 (directly manipulated free-form deformation). 2013 年, Chen 等人^[14] 提出了基于 Shepard 插值的局部非线性仿射变换法. 本文提出一种基于非乘积型多元样条的图像校准方法, 并采用文献 [15, 16] 给出的二次多元样条. 同时, 本文还给出一种新的计算二元样条函数的方法. 特别需要指出的是, 本文的二元样条是二维 Euclid 空间到线性变换中的映射, 而不是二维 Euclid 空间到实数中的映射.

2 主要结果

本文所述方法的主要思想是, 将一张图片平移到输出图片上, 称这张图片为参照图片 (reference image); 将另一张图片通过图像校准变换到输出图片上, 称这张图片为源图片 (source image). 我们假定两张输入图片必须有公共的对应部分, 这样, 我们就可以从两个图像的公共对应部分选取适当多的对应点组. 通过这些选定的源图片上的点, 连同源图片的角点、边的中点等其他一些点, 生成源图片的一个 Delaunay 三角剖分. 最后, 通过多元样条函数, 我们就可以逐点在源图片上定义仿射变换, 将源图片变换到输出图片上. 事实上, 本文的多元样条函数是定义在 Delaunay 三角剖分的 Powell-Sabin 加细剖分上的.

2.1 Powell-Sabin 加细剖分

设 D 是一个多边形区域, 定义在 D 上的一个三角剖分 Δ 是指, 将 D 分割成一些三角形区域, 使得这些三角形两两之间或者不相交, 或者相交于公共顶点, 或者相交于公共边. 三角剖分中三角形的顶点也称为三角剖分的顶点. 记 $S_k^r(\Delta)$ 是定义在三角剖分 Δ 上的 k 次 r 阶多元样条空间, 即

$$S_k^r(\Delta) = \{f; f \text{ 在 } D \text{ 上 } r \text{ 次连续光滑并且限制在 } \Delta \text{ 中的每个三角形上都是次数不超过 } k \text{ 的多项式}\}.$$

图 1(a) 是一个三角形的 Powell-Sabin 加细剖分 (也称 I-型 Powell-Sabin 加细剖分). 图 1(b) 是一个三角剖分 Δ 的 Powell-Sabin 加细剖分, 记为 Δ_{ps} . 在形成三角剖分的 Powell-Sabin 加细剖分时要注意, 如果有两个三角形具有共同的边, 那么, 这两个三角形内的加细点和它们公共边上的加细点要三点共线 (参见文献 [16]). 如此形成的 Powell-Sabin 加细剖分, 文献 [15, 16] 给出了如下结果.

定理 1 设 P_i , $1 \leq i \leq N$ 是三角剖分 Δ 的顶点, (a_i, b_i, c_i) , $1 \leq i \leq N$ 是 N 个给定的三元数组, 则存在唯一的二次样条函数 $f \in S_2^1(\Delta_{ps})$, 使得

$$f(P_i) = a_i, \quad \frac{\partial f(P_i)}{\partial x} = b_i, \quad \frac{\partial f(P_i)}{\partial y} = c_i, \quad 1 \leq i \leq N.$$

图 1 (a) 三角形的 I-型 Powell-Sabin 加细剖分; (b) 三角剖分的 I-型 Powell-Sabin 加细剖分

由于本文的需要, 我们要推广定理 1 的结果. 为此, 我们假定产生样条函数的多项式的系数都是 $m \times n$ 阶矩阵. 当 $m = n = 1$ 时就是传统的多元样条函数. 由于与传统的多元样条函数理论类似, 我们就不一一理论阐述了. 例如, 定义在具有公共边的两个三角形上的 k 次多项式 p_1 和 p_2 (系数都是 $m \times n$ 阶矩阵) r 阶光滑拼接的充要条件是存在系数都是 $m \times n$ 阶矩阵的 $k - r - 1$ 次多项式 q , 使得

$$p_2(x, y) - p_1(x, y) = q(x, y)l^{r+1}(x, y),$$

其中两个三角形的公共边位于直线 $l(x, y) = 0$ 上. 与定理 1 类似, 我们有下面的定理.

定理 2 设 $P_i, 1 \leq i \leq N$ 是三角剖分 Δ 的顶点, $(A_i, B_i, C_i), 1 \leq i \leq N$ 是 N 个给定的 $m \times n$ 阶三元矩阵组, 则存在唯一的二次样条函数 $f \in S_2^1(\Delta_{ps})$, 使得

$$f(P_i) = A_i, \quad \frac{\partial f(P_i)}{\partial x} = B_i, \quad \frac{\partial f(P_i)}{\partial y} = C_i.$$

本文应用中, 取 $m = 2, n = 3$, 并且取 $B_i = C_i = 0, 1 \leq i \leq N$, 即 B_i 和 C_i 都是 $m \times n$ 阶零矩阵. 需要指出的是, 这里选取 B_i 和 C_i 都是 $m \times n$ 阶零矩阵, 只是为了计算方便, 但同时发现这样的选取有较好的计算结果. 具体如何选取 B_i 和 C_i 是一个值得进一步探讨的问题.

2.2 $S_2^1(\Delta_{ps})$ 中多元样条函数的表达式

本节给出 $S_2^1(\Delta_{ps})$ 中多元样条函数的一种新的表达式. 与文献 [15, 16] 相比, 这里的表达式更为简单. 设点 $X = (x, y), A = (x_A, y_A), B = (x_B, y_B), C = (x_C, y_C) \in \mathbb{R}^2$, 并且三角形 $\triangle ABC$ 是非退化的, 则 X 关于三角形 $\triangle ABC$ 的面积坐标 $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 定义如下:

$$X = \alpha_1 A + \alpha_2 B + \alpha_3 C,$$

其中 $\alpha_1 = S_1/S, \alpha_2 = S_2/S, \alpha_3 = S_3/S, S_1 = (x - x_C)(y_B - y_C) - (x_B - x_C)(y - y_C), S_2 = (x - x_C)(y_B - y_C) - (x_B - x_C)(y - y_C), S_3 = (x - x_C)(y_B - y_C) - (x_B - x_C)(y - y_C), S = (x_B - x_A)(y_C - y_A) - (x_C - x_A)(y - y_A).$

显然, $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$ 当且仅当 X 位于三角形 $\triangle ABC$ 的内部时才有 $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0, \alpha_3 > 0$. 下面的引理在表达式计算中起着重要的作用.

引理 3 [17] 设 δ 是 Powell-Sabin 加细剖分 Δ_{ps} 中的一个三角形, W 和 V 是 δ 中 (包括边界) 的两个点, 则对任意的 $f \in S_2^1(\Delta_{ps})$, 成立下面的等式:

$$2f(W) + D_{V-W}f(W) = 2f(V) + D_{W-V}f(V), \quad (2.1)$$

其中 $D_{V-W}f(W) = (V - W) \cdot \nabla f(W)$ 是 f 在 W 点关于方向 $V-W$ 的方向导数.

如图 1 所示, 设三角形 $\triangle ABC$ 是原三角剖分 Δ 中的一个三角形, O, P, Q, R 分别是该三角形及其边上的加细顶点. 显然, 我们只需给出其中一个小三角形上的表达式即可. 我们以小三角形 $\triangle ARO$ 为例. 设 O 点关于三角形 $\triangle ABC$ 的面积坐标是 $(\alpha_O, \beta_O, \gamma_O)$, R 点关于三角形 $\triangle ABC$ 的面积坐标是 $(\alpha_R, \beta_R, 0)$. 由引理 3, 我们有

$$\begin{cases} 2f(O) + D_{A-O}f(O) = 2f(A) + D_{O-A}f(A), \\ 2f(O) + D_{B-O}f(O) = 2f(B) + D_{O-B}f(B), \\ 2f(O) + D_{C-O}f(O) = 2f(C) + D_{O-C}f(C). \end{cases} \quad (2.2)$$

此外, 由于 $O = \alpha_O A + \beta_O B + \gamma_O C$, 得 $\alpha_O(A - O) + \beta_O(B - O) + \gamma_O(C - O) = 0$. 从而有

$$\alpha_O D_{A-O}f(O) + \beta_O D_{B-O}f(O) + \gamma_O D_{C-O}f(O) = 0. \quad (2.3)$$

由方程 (2.2) 和 (2.3), 易得

$$\begin{aligned} f(O) &= \frac{\alpha_O(2f(A) + D_{O-A}f(A)) + \beta_O(2f(B) + D_{O-B}f(B)) + \gamma_O(2f(C) + D_{O-C}f(C))}{2}, \\ D_{A-O}f(O) &= 2f(A) + D_{O-A}f(A) - 2f(O), \\ D_{B-O}f(O) &= 2f(B) + D_{O-B}f(B) - 2f(O), \\ D_{C-O}f(O) &= 2f(C) + D_{O-C}f(C) - 2f(O). \end{aligned}$$

由已知条件, 函数 f 在顶点 A, B, C 上所有的函数值和方向导数值都是已知的, 所以通过上式就可以得到函数 f 在点 O 处的函数值和所有的方向导数值.

同理在点 R 有如下等式:

$$\begin{aligned} 2f(R) + D_{A-R}f(R) &= 2f(A) + D_{R-A}f(A), \\ 2f(R) + D_{B-R}f(R) &= 2f(B) + D_{R-B}f(B), \\ \alpha_R D_{A-R}f(R) + \beta_R D_{B-R}f(R) &= 0. \end{aligned}$$

从而,

$$\begin{aligned} f(R) &= \frac{\alpha_R(2f(A) + D_{R-A}f(A)) + \beta_R(2f(B) + D_{R-B}f(B))}{2}, \\ D_{A-R}f(R) &= 2f(A) + D_{R-A}f(A) - 2f(R), \\ D_{B-R}f(R) &= 2f(B) + D_{R-B}f(B) - 2f(R). \end{aligned} \quad (2.4)$$

此外, 由引理 3, 我们还有

$$D_{O-R}f(R) = 2f(O) + D_{R-O}f(O) - 2f(R). \quad (2.5)$$

通过 (2.4) 和 (2.5) 就可以得到函数 f 在点 R 处的函数值和所有的方向导数值. 我们将上述思想用于求函数 f 在小三角形 $\triangle ARO$ 上任意一点 X 处的函数值. 设点 X 关于三角形 $\triangle ARO$ 的面积坐标是

$(\alpha_X, \beta_X, \gamma_X)$, 类似地, 我们有

$$\begin{cases} 2f(X) + D_{A-X}f(X) = 2f(A) + D_{X-A}f(A), \\ 2f(X) + D_{R-X}f(X) = 2f(R) + D_{X-R}f(R), \\ 2f(X) + D_{O-X}f(X) = 2f(O) + D_{X-O}f(O), \\ \alpha_X D_{A-X}f(X) + \beta_X D_{R-X}f(X) + \gamma_X D_{O-X}f(X) = 0. \end{cases}$$

这样就很容易得到函数 f 在点 X 处的函数值, 其表达式为

$$f(X) = \frac{\alpha_X(2f(A) + D_{X-A}f(A)) + \beta_X(2f(R) + D_{X-R}f(R)) + \gamma_X(2f(O) + D_{X-O}f(O))}{2}. \quad (2.6)$$

由上式给出的 $f \in S_2^1(\Delta_{ps})$ 的表达式更有利于计算机实现, 不同于已有的表达式.

2.3 插值数据的处理

定理 2 表明, 多元样条函数 $f \in S_2^1(\Delta_{ps})$ 由 N 个三元矩阵组 (A_i, B_i, C_i) , $1 \leq i \leq N$ 唯一确定. 为方便起见, 在本文中取 $B_i = C_i = 0$, $1 \leq i \leq N$, 即 B_i 和 C_i 都是 $m \times n$ 阶零矩阵. 所以, 矩阵 A_i , $1 \leq i \leq N$ 是仅有的需要确定的插值矩阵. 如前所述, 三角剖分是定义在源图片上的, 其顶点是由一些选定的点 (有参照图片上的点与之对应, 称为特征点), 连同角点、边的中点等其他一些点 (没有参照图片上的点与之对应) 组成. 我们将分两种情形确定矩阵 A_i , $1 \leq i \leq N$.

情形 1 $P_i \in \Delta$ 是特征点, 并设参照图片上与之对应的点是 Q_i . 在 P_i 点附近选取一组点 $P_i = P_{i,1} = (x_{1,1}, x_{1,2})^T$, $P_{i,2} = (x_{2,1}, x_{2,2})^T, \dots, P_{i,n_i} = (x_{n_i,1}, x_{n_i,2})^T$ ($n_i \geq 3$), 在参照图片上与之对应的点是 $Q_i = Q_{i,1} = (y_{1,1}, y_{1,2})^T, Q_{i,2} = (y_{2,1}, y_{2,2})^T, \dots, Q_{i,n_i} = (y_{n_i,1}, y_{n_i,2})^T$ (为简便起见, 省略了 $(x_{i,j,1}, x_{i,j,2})^T$ 和 $(y_{i,j,1}, y_{i,j,2})^T$ 中的下标 i). 设

$$T_i: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad Y = B_i X + c_i$$

是定义在 P_i 点到 Q_i 点的仿射变换, 其中二阶方阵 $B_i = (b_{s,t})_{1 \leq s,t \leq 2}$ 和列向量 $c_i = (c_1, c_2)^T$ 由下面定义的能量函数用最小二乘法确定,

$$F = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_i} t_j \|B_i P_{i,j} + b_i - Q_{i,j}\|^2,$$

这里 t_j 是对应点 $P_{i,j}$ 和 $Q_{i,j}$ 的权重并满足 $\sum_{j=1}^{n_i} t_j = 1$. 令

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial b_{p,q}} = 0, & 1 \leq p, q \leq 2, \\ \frac{\partial F}{\partial c_p} = 0, & 1 \leq p \leq 2, \end{cases}$$

则得

$$A_i M_i = N_i, \quad (2.7)$$

其中

$$A_i = \begin{pmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & c_1 \\ b_{2,1} & b_{2,2} & c_2 \end{pmatrix}, \quad M_i = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{n_i} t_j x_{j,1} x_{j,1} & \sum_{j=1}^{n_i} t_j x_{j,2} x_{j,1} & \sum_{j=1}^{n_i} t_j x_{j,1} \\ \sum_{j=1}^{n_i} t_j x_{j,1} x_{j,2} & \sum_{j=1}^{n_i} t_j x_{j,2} x_{j,2} & \sum_{j=1}^{n_i} t_j x_{j,2} \\ \sum_{j=1}^{n_i} t_j x_{j,1} & \sum_{j=1}^{n_i} t_j x_{j,2} & 1 \end{pmatrix},$$

$$N_i = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{n_i} t_j x_{j,1} y_{j,1} & \sum_{j=1}^{n_i} t_j x_{j,2} y_{j,1} & \sum_{j=1}^{n_i} t_j y_{j,1} \\ \sum_{j=1}^{n_i} t_j x_{j,1} y_{j,2} & \sum_{j=1}^{n_i} t_j x_{j,2} y_{j,2} & \sum_{j=1}^{n_i} t_j y_{j,2} \end{pmatrix}.$$

由方程 (2.7) 定义的 A_i 就作为 P_i 点的插值矩阵. 为了保证矩阵 M_i 非奇异, 一般要求 $n_i \geq 4$. 本文选取 $t_1 = 0.9$, 而其他的 t_i 取等值, 这是因为 P_i 点位置通常比较特殊, 在实际对应中比较准确.

情形 2 $P_i \in \Delta$ 是非特征点. 不妨设 $P_1, P_2, \dots, P_s \in \Delta$ 是所有的特征点 (由情形 1 确定), $A_1, A_2, \dots, A_s$ 是对应的插值矩阵. 此时, 我们用下面的 Shepard 插值公式给出插值矩阵 A_i ,

$$A_i = \frac{\sum_{j=1}^s d_j^{-2} A_j}{\sum_{j=1}^s d_j^{-2}}, \quad d_j = \|P_i - P_j\|.$$

注 4 源图片的四个角点都应该选作三角剖分 Δ 的顶点.

3 程序实现与结果比对

3.1 程序实现

在程序实现部分, 一个直接的做法就是, 通过多元样条函数 f , 分别计算源图片上每一点的仿射变换, 并通过该仿射变换求出该点在输出图片上的坐标, 同时在该坐标上赋值源图片上对应点的灰度值. 该方法优点在于, 直接赋值, 算法简单, 运算快. 缺点在于, 在输出图片上所求得的对坐标一般不是整数, 需要做舍入近似, 这样就会出现漏赋或重赋现象, 使得在输出图片上出现多余的暗点或亮点, 所以, 本文并未使用该方法. 为了避免出现多余的暗点或亮点, 本文对函数 f 的值域中的每个整数坐标点 $Q = f(P)P$ 求逆变换 $(f(P))^{-1}Q$, 然后将源图片上与该点相邻的 (最多四个) 整数点上的灰度值按双线性插值叠加到 Q 点上, 作为输出图片的灰度值 $O(Q)$. 即如果令 $(f(P))^{-1}Q = (x, y)$, 则 $O(Q)$ 由下面的双线性插值决定,

$$\begin{aligned} O(Q) = & ([x] + 1 - x)([y] + 1 - y)S([x], [y]) + ([x] + 1 - x)(y - [y])S([x], [y] + 1) \\ & + (x - [x])([y] + 1 - y)S([x] + 1, [y]) + (x - [x])(y - [y])S([x] + 1, [y] + 1), \end{aligned}$$

其中 $S(a, b)$ 是源图片在像素点 (a, b) 处灰度值, $[x]$ 是不超过 x 的最大整数. 实际结果表明该方法很有效. 但是, 这种方法需要先预判定输出图片的大小. 实验证明, 进行如下选取输出图片的大小较好.

设边与坐标轴平行且覆盖函数 f 的值域的最小矩形由直线 $x = w, x = W > w, y = h, y = H > h$ 所围成, 并设参考图片的像素点坐标 (x, y) 满足 $0 \leq x \leq M, 0 \leq y \leq N$. 令

$$x_{\min} = \min\{0, w\}, \quad y_{\min} = \min\{0, h\}, \quad x_{\max} = \max\{0, W\}, \quad y_{\max} = \max\{0, H\},$$

则输出图片的尺寸为 $(x_{\max} - x_{\min} + 1) \times (y_{\max} - y_{\min} + 1)$, 即像素的坐标 (x, y) 满足 $0 \leq x \leq x_{\max} - x_{\min}, 0 \leq y \leq y_{\max} - y_{\min}$.

3.2 结果比对

本节分别以 MRI 图像和卫星图像为例, 比较本文所得结果、文献 [14] 所得结果和目前较为流行的开放性软件 ANTS 所得结果. ANTS 由宾夕法尼亚大学等联合研制.

第一组试验用图片为同一个人同一侧不同时间不同角度拍摄的两张 MRI 乳房图片 (由宾夕法尼亚大学医学部提供), 见图 2. 我们将用这组图片作为输入图片.

图 2 (a) MRI 乳房图片 1; (b) MRI 乳房图片 2

由于本文所述方法和文献 [14] 的局部非线性仿射变换法都需要手动选点, 所以先将这两个方法进行对比. 下面分别通过选取相同位置和相同个数的插值点进行试验:

(1) 选取四个插值点的结果比对见图 3. 从图 3(a) 可以看出, 本文给出的乳房校准是基本正确的, 尤其是乳头部分的校准比较成功 (圆形内), 并且乳房内部的公共部分的校准也比较理想, 但在远离乳头的边界部分并不是很好, 尤其在左侧的上部和底部 (矩形内). 这主要是四个插值点都集中在乳头附近的原因. 而图 3(b) 所示的校准结果整体误差较大, 只有在乳头附近的校准结果还可以. 比较两个结果, 本文结果明显优于文献 [14] 的结果, 而且文献 [14] 中的黑色无用区域较大 (图 3(c)), 说明输出图中包含大量的无用计算.

(2) 选取六个插值点的结果比对见图 4. 由图 4(a) 可以看出, 在添加两个插值点后, 本文的校准结果更加准确, 尤其是在图 4(a) 上的标记处与图 3(a) 相比有明显的改善. 但在图 4(a) 上的长方形标记处还不是很理想. 这主要是由于新增加的两个插值点都集中在乳房的下部边界处. 而图 4(b) 所示的校准结果与图 3(b) 相比有明显的改善, 但整体校准结果还是有误差的, 内部的误差尤其明显 (如图 4(b) 的方形区域), 并且边界处有很大的扭曲 (如图 4(b) 的六边形区域). 这主要是由于文献 [14] 的方法本身存在着较强的非线性性. 比较两个结果, 本文结果明显优于文献 [14] 的结果.

图 3 (a) 本文四点校准结果; (b) 文献 [14] 四点校准结果的剪切; (c) 文献 [14] 四点校准结果

图 4 (a) 本文六点校准结果; (b) 文献 [14] 六点校准结果的剪切

(3) 选取九个插值点的结果比对见图 5. 由图 5(a) 可以看出, 在添加三个插值点后, 本文给出了理想的乳房校准结果. 而图 5(b) 所示的校准结果在边界和内部有多处的扭曲 (如图 5(b) 的标记区域). 这同样是由于文献 [14] 的方法本身存在着较强的非线性性. 比较两个结果, 本文结果仍然明显优于文献 [14] 的结果.

(4) ANTS 校准结果见图 6. ANTS 是接近全自动的图像校准软件, 不用手动选择对应点. 因为图 2 存在明显的非线性形变, 所以要选取微分同胚作为变换方法. 相似度方法分别为 CC2 (cross correlation with radius 2), CC4 (cross correlation with radius 4), PR2 (probabilistic matching with radius 2), PR4 (probabilistic matching with radius 4), MI (mutual information) 和 MSQ (mean squared difference). 由图 6 所示的校准结果并不理想. 同本文九点校准结果相比, ANTS 的校准结果存在信息丢失和不准确等问题 (如图 6 上的标记部分所示).

第二组图片是用同一设备对同一地点在不同拍摄位置不同角度下拍摄的两张卫星图片 (如图 7).

图 5 (a) 本文九点校准结果; (b) 文献 [14] 九点校准结果的剪切

图 6 (a) CC2; (b) CC4; (c) MI; (d) PR2; (e) PR4; (f) MSQ

图 7 (a) 卫星图片 1; (b) 卫星图片 2

下面分别通过选取相同位置和相同个数的插值点进行试验:

(1) 选取四个插值点的结果比对见图 8. 从图 8(a) 可以看出, 本文给出的卫星图片校准是基本正确的, 对内部与边界的校准都比较理想 (如图 8(a) 的圆形区域), 但由图 8(a) 所示的长方形区域可以看出, 本文校准结果在该区域有误差. 这主要是由于在该区域没有选取插值点的原因. 而图 8(b) 所示

的校准结果在整体上是有误差的, 尤其是图 8(b) 上的标记区域. 比较两个结果, 本文结果明显优于文献 [14] 的结果.

(2) 选取六个插值点的结果比对见图 9. 由图 9(a) 可以看出, 在添加两个插值点后, 本文的校准结果更加准确, 尤其是在图 9(a) 的标记处与图 8(a) 相比有明显的改善. 但可以看出, 本文给出的校准结果在该区域还存在误差. 由图 9(b) 所示的校准结果与图 8(b) 相比有明显的改善, 但该校准结果在内部校准有明显的误差 (如图 9(b) 的矩形区域内). 这是由于文献 [14] 的非线性较强导致其校准结果 (见图 9(b)) 有明显的扭曲失真. 比较两个结果, 本文结果明显优于文献 [14] 的结果.

(3) 选取十一个插值点的结果比对见图 10. 由图 10(a) 可以看出, 在添加五个插值点后, 本文给出了一个理想的校准结果. 而图 10(b) 所示的校准结果与图 9(b) 所示的六点结果相比, 在边界和内部的扭曲失真程度有明显减小, 并且在图 8(a) 所示的大长方形区域中的道路衔接上, 给出了比图 8(a) 更准确的结果, 但仍有多处的扭曲失真 (如图 10(b) 的标记区域). 比较两个结果, 本文结果仍然明显优于文献 [14] 的结果.

(4) ANTS 的六组结果图见图 11. 由图 11 所示的 ANTS 结果可以看出, ANTS 并没能给出令人可以接受的结果. 这主要是由于该组试验所选的两张卫星图片在位置上存在着较大的旋转. 说明 ANTS 不具有处理该类图片的能力.

图 8 (a) 本文四点校准结果; (b) 文献 [14] 四点校准结果的剪切

图 9 (a) 本文六点校准结果; (b) 文献 [14] 六点校准结果的剪切

图 10 (a) 本文十一点校准结果; (b) 文献 [14] 十一点校准结果的剪切

图 11 (a) CC2; (b) CC4; (c) MI; (d) PR2; (e) PR4; (f) MSQ

4 结论

综上所述, 本文给出的多元样条方法在处理图像校准问题时, 得到的结果更加准确, 使用范围也更加广泛. 在具体的计算中, 我们做了一些简化, 如取 $B_i = C_i = 0$, $1 \leq i \leq N$, 即 B_i 和 C_i 都是 $m \times n$ 阶零矩阵. 这样做只是为了计算方便. 具体如何选取 B_i 和 C_i 是一个值得进一步探讨的问题. 本文采取二次多元样条是因为低次样条的算法简单, 具有较好的数值稳定性. 而二次样条是能保证算法具有光滑性的最低次数的样条函数. 另外, 本文的算法并没有对图像的连续性和光滑性等做具体的要求, 这无疑保证了本文方法的普适性.

致谢 作者衷心地感谢审稿人的意见和建议.

参考文献

- 1 Wang L, Liu R, Zhang L, et al. The meteorological satellite spectral image registration based on Fourier-Mellin transform. *Spectrosc Spectr Anal*, 2013, 33: 855–858
- 2 Gibson J J. On the analysis of change in the optic array. *Scand J Psychol*, 1977, 18: 161–163
- 3 Nakayama K, Loomis J M. Optical velocity patterns, velocity-sensitive neurons and space perception. *Perception*, 1974, 3: 63–80
- 4 Limb J O, Murphy J A. Estimating the velocity of moving images in television signals. *Comput Graph Image Process*, 1975, 4: 311–327
- 5 Jain R, Martin W N, Aggarwal J K. Segmentation through the detection of changes due to motion. *Comput Graph Image Process*, 1979, 11: 13–34
- 6 Jain R, Nagel H H. On analysis of accumulative difference pictures from image sequences of real world scenes. *IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell*, 1979, 1: 206–214
- 7 Woods R P, Mazziotta J C, Cherry S R. MRI-PET registration with automated algorithm. *J Comput Assist Tomogr*, 1993, 17: 536–546
- 8 Betke M, Hong H, Ko J P. Automatic 3D registration of lung surfaces in computed tomography scans. In: *Fourth International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*. Berlin: Springer-Verlag, 2001, 725–733
- 9 Avants B B, Tustison N J, Song G, et al. A reproducible evaluation of ANTs similarity metric performance in brain image registration. *Neuroimage*, 2011, 54: 2033–2044
- 10 Szeliski R, Coughlan J. Spline-based image registration. *Int J Comput Vision*, 1997, 22: 199–218
- 11 Lee S, Wolberg G, Shin S Y. Scattered data interpolation with multilevel B-splines. *IEEE Trans Vis Comput Graph*, 1997, 3: 228–244
- 12 Rueckert D, Sonoda L, Hayes C, et al. Nonrigid registration using free-form deformations: Application to breast MR images. *IEEE Trans Med Imaging*, 1999, 18: 712–721
- 13 Tustison N J, Avants B B, Gee J C. Directly manipulated free-form deformation image registration. *IEEE Trans Image Process*, 2009, 18: 624–635
- 14 Chen F, Zheng P, Xu P, et al. Breast image registration by using non-linear local affine transformation. In: *Proceedings of SPIE*, vol. 8668. Lake Buena Vista: SPIE, 2013, 86684J
- 15 Powell M J D, Sabin M A. Piecewise quadratic approximations on triangles. *ACM Trans Math Software*, 1977, 3: 316–325
- 16 Wang R H, Wang W, Wang S, et al. The C^1 -quadratic spline space on triangulations. *Acta Math Appl Sin*, 1988, 1: 123–131
- 17 Wang R H. *Multivariate Spline Functions and Their Applications*. Beijing: Science Press; Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001

Image registration by using multi-variate spline functions

ZHENG Peng, ZHENG KeNi, LIU FengShan & SHI XiQuan

Abstract Image registration is a kind of image processing that merges a series of pictures into a global picture. Any picture of this series has a common part with another one and they may be produced in different time, by different equipments, and under different factors such as weather, illumination angle etc. Based on multivariate splines defined on arbitrary triangulations, in this paper a new image registration method is presented. Experiment results show that, comparing with other methods, our results have better merging texture with simpler and easier calculation.

Keywords image registration, multivariate spline, delaunay triangulation, affine transformation

MSC(2010) 65D07, 65D18, 68U10

doi: 10.1360/N012015-00024