基于复杂网络理论的水网节点重要性评价研究

刘忠华^①, 于华^{①*}, 杨方廷^②

① 中国科学院大学工程管理与信息技术学院, 北京 100049;

② 经济领域系统仿真技术应用国家工程研究中心, 北京 100854

* E-mail: yuh@ucas.ac.cn

收稿日期: 2014-01-08; 接受日期: 2014-06-10

国家重点基础研究发展计划(“973”计划)(编号: G2011CB706901)和山西省水利厅基金(编号: LZC08-003)资助项目

摘要 复杂水网节点的重要性排序在工程应用中有重要实践意义, 对于水网调度、安全管理有重要借鉴意义. 为此, 本文在复杂网络理论基础上, 以山西大水网节点重要性排序问题为背景, 对水网节点重要性评价进行研究. 首先从整体角度出发, 不考虑水网方向和干支斗毛级别差异, 基于水网全局网络拓扑结构, 从局部属性、全局属性、传播属性和网络位置四个方面定义了节点重要性评价指标. 其次, 分别根据这四个指标, 对水网节点重要性进行排序分析, 结合分析结果对网络位置指标进行了改进. 然后, 由于单指标评价结果不够全面且适用范围具有很大的局限性, 给出了基于 TOPSIS 的多属性决策方法来综合评价节点的重要性. 最后, 考虑水网方向和级别差异, 提出对水网进行干支斗毛级别划分, 基于 PageRank 算法对同一级别的有向赋权水网节点重要性评价进行研究.

关键词

节点重要性
复杂网络
多属性决策
PageRank算法
山西大水网

1 引言

复杂网络是一种用来描述自然、社会以及工程技术中相互关联的理论. 近10年来, 复杂网络的研究受到来自各个领域的学者们的重视^[1], 譬如航空网络^[2]、电力网络^[3]、社会网络^[4,5]和生物网络^[6]等.

学者们通过收集互联网、社交网络、生物网络、通信网络以及电力网络等复杂系统的数据进行实例研究, 来分析网络的统计特征^[7,8], 认知网络的动力学行为^[9~11]. 研究结果表明现实网络中的节点地位并不相同, 存在着一定的差异, 而处于不同地位的节点对网络抗毁性的影响程度也不同^[12~14]. 因此, 针对网络中的节点重要度进行有效评估, 进而寻找到在人们关心的状态上表现突出的节点是一项十分有意义的工

作, 也成为了网络科学的重要研究内容之一^[15,16].

Wang和Zhang^[17], He等人^[18]介绍了复杂网络中几种常用的网络中心特性指标, 指出了中心特性指标的特点及应用场合. Sun和Luo^[19]介绍了国内外关于网络舆论中节点重要性评估的研究现状, 从基于网络拓扑结构和基于节点属性两个方面对现有评价节点重要性的模型和方法进行了总结. Liu等人^[20]从网络结构和传播动力学的角度, 对现有的复杂网络节点重要性排序方法进行了系统的回顾, 总结了节点重要性排序方法的最新研究进展. 近几年有不少学者从新的视角研究网络节点重要性排序, 如Carmi等人^[21], Kitsak和Lazaros^[22]于2010年首次提出节点重要性与其在整个网络中的位置有关, 并给出了相应的重要性评价指标.

引用格式: 刘忠华, 于华, 杨方廷. 基于复杂网络理论的水网节点重要性评价研究. 中国科学: 技术科学, 2014, 44: 1280–1294

Liu Z H, Yu H, Yang F T. Evaluate the node importance for water network based on complex network theory (in Chinese). Sci Sin Tech, 2014, 44: 1280–1294, doi: 10.1360/N092014-00009

然而,国内外针对自然界客观存在的水系网络、人工水利工程网络等开展的节点重要性评价研究很少.为此,本文在复杂网络理论基础上,以山西大水网节点重要性排序问题为背景,对水网节点重要性评价进行探讨,为水网建设、安全监测、水网调度以及应急管理等工作提供决策支持.

2 山西大水网工程简介及其网络拓扑结构

2.1 山西大水网工程简介

山西大水网建设是山西省根据2011年中央一号文件和中央水利工作会议精神提出的,是以纵贯山西南北的黄河北干流和汾河两条天然河道为主线,构建以黄河干流为自北而南的取水水源、汾河干流为纵贯南北的输水通道、大中型蓄水工程及泉水为水源

节点、桑干河和滹沱河等天然河流及提调水输水线路为东西向水道的“两纵十横”水网框架(图1(a)).实现山西供水体系从点到面、从面到网、从调蓄能力到配置能力的提高,实现从“基本保障型”向“安全保证型”的又一历史性跨越.大水网建设主要包括在建的5处工程、新建的10处连通工程和水源工程和5项配套建设工程,但整个水网系统还包含天然河流、已建水库、提引水工程、供水工程、灌溉工程、水电站等要素,由此组成了一个涵盖水利设施类型众多、数量规模庞大的复杂水利网络系统.

大水网依托自然河湖水系和人工渠系网络实施防洪减灾和水资源开发利用,是治水实践的物质基础和客观载体,其系统的完善与否、功能好坏,会直接影响人们生活质量、经济社会发展和生态环境状况.

(a)

(b)

节点: 大水网工程复杂水利网络中,自然水系的汇入点、控制性枢纽、治水和水处理工程等;
边: 自然河湖水系和人工输配排水工程系统等.

图1 (网络版彩图)不考虑水网方向和干支斗毛级别差异的全局网络拓扑结构

(a) 山西大水网(两纵十横)规划图; (b) 山西大水网工程复杂网络无向图

2.2 山西大水网的全局网络拓扑结构

从整体角度出发, 不考虑水网方向和干支斗毛级别差异, 运用复杂网络理论并结合文献[23]的思想, 将大水网工程的水系交汇点作为复杂网络的节点, 将大水网工程的自然及人工河湖水系抽象成复杂网络的边, 提取大水网工程的全局网络拓扑结构, 将其转化成无向图 $G = \langle V, E, A \rangle$, 如图1(b)所示. 其中, $V = \{v_i | i \in I = \{1, 2, \dots, N\}\}$ 是网络节点集合, $E = \{e_{ij} = (v_i, v_j) | i, j \in I\} \subseteq V \times V$ 是节点之间的边集合, $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ 是网络的连接矩阵.

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, (v_i, v_j) \in E, \\ 0, (v_i, v_j) \notin E. \end{cases} \quad (1)$$

此外, 对于所有 $i \in I$, $a_{ii} = 0$. 由于 G 是无向图, 所以 $e_{ij} \in E \Leftrightarrow e_{ji} \in E$, A 是对称非负矩阵.

3 基于全局网络拓扑结构的节点重要性评价

节点重要性在涉及网络的结构信息时, 都是从某一个角度对网络某一方面的结构特征进行刻画, 如果目标网络的结构在该方面显著, 则可以得到较好的效果. 节点重要性指标是节点重要性的一种数学计算表达, 下面将对节点重要性指标进行定义和说明.

3.1 节点重要性指标定义和说明

3.1.1 局部属性—度中心(degree centrality)^[24]

节点 v_i 的度中心特性表达式为

$$DC_i = d_i, \quad (2)$$

式中, d_i 是与节点 v_i 一步连接的节点数. DC 值越大, 则节点与其它节点直接连通的能力越强, 在网络中越重要.

3.1.2 全局属性—接近中心(closeness centrality)^[25]

节点 v_i 的接近中心特性是它到其它所有节点的最短距离之和的倒数, 表达式为

$$CC_i = (N-1) / \sum_{j=1}^N k_{ij}, \quad (3)$$

其中, N 是节点总数, k_{ij} 是从节点 v_i 到节点 v_j 的最短路径长度. CC 值越大, 则节点在全局网络中居于中心位置的程度越大, 相应地越重要.

3.1.3 传播属性—介数中心(betweenness centrality)^[26]

由处在其它节点对之间连通必经之路上的节点在网络中具有重要地位, 定义节点介数中心特性的表达式为

$$BC_i = \sum_{i \neq j \neq r \in V} \frac{l_{jr}(i)}{l_{jr}}, \quad (4)$$

式中, l_{jr} 是从节点 v_j 到节点 v_r 的所有最短路径的总数. 其中, 在这些最短路径中, 通过节点 v_i 的数目为 $l_{jr}(i)$. BC 值越大, 节点的传播能力越强.

3.1.4 网络位置—K-核分解(K-shell)

Kitsak 和 Lazaros^[22] 在 2010 年首次提出节点重要性依赖于它在整个网络中的位置的思想, 并利用 K-核分解获得了节点重要性评价指标 (Ks), 该指标体现了节点在网络中位置的全局特性, 且时间复杂度低.

K-核分解方法^[21, 22] 是通过递归地移除网络中所有度值小于或等于 k 的节点, 来得到网络节点的 Ks 值. K-核的定义如下: 对网络图 G 进行 K-核分解导出子图 $S = (G, E | G)$, 满足 S 中的任意节点 v , 其度值均大于或等于 k 的最大子图称为 k -核; 其中, Ks 值等于 k 的那部分节点称为 k -shell.

图2 K-核分解示意图

3.2 节点重要性评价计算与分析

3.2.1 节点重要性指标的标准化

上一节从4个角度定义了用于评价节点重要性的指标, 为了便于分析和比较节点的重要性在各评价指标下的排序结果, 提出对各指标进行标准化处理.

$$P_i = \frac{Q_i}{\max \{Q_i | i \in \{1, 2, \dots, N\}\}}, Q \in \{DC, CC, BC, Ks\}. (5)$$

3.2.2 节点重要性评价价值及其排序

首先, 计算山西大水网节点在DC, CC, BC和Ks指标下的重要性评价价值. 然后, 按照(5)式进行标准化, 如表1所示. 最后, 对各指标下的节点重要性评价价值从大到小进行排序, 并将排序结果用曲线来表

达, 如图3所示.

3.2.3 结果分析

山西大水网中的节点都具有不同的功能, 发挥的作用也不同, 因此节点之间的重要性是有差别的. 表1和图3中CC指标下的节点重要性评价价值差异正好印证了这一点. 因为除个别几个节点外, 其它节点在CC指标下的重要性评价价值互不相同.

由图3可知: 1) 根据DC指标对节点重要性进行降序排列, 结果为一个具有5个台阶的阶梯型, 且台阶宽度的整体变化是递增的. 而在同一台阶面上, 节点之间的重要性不能区分开来. 2) 根据CC指标得到的排序结果比较平滑, 但按照CC指标对节点重要性进行排序, 不够全面且节点重要性评价价值变化

表 1 经标准化后的山西大水网节点重要性评价价值

节点	DC	CC	BC	Ks	节点	DC	CC	BC	Ks	节点	DC	CC	BC	Ks
1	0.3333	0.6020	0.3333	1.0000	29	0.5000	0.6781	0.1619	1.0000	57	0.1667	0.9595	0.0000	0.5000
2	0.5000	0.6179	0.4709	1.0000	30	0.1667	0.7764	0.0000	0.5000	58	0.8333	0.7260	0.4651	1.0000
3	0.5000	0.7039	0.2457	0.5000	31	0.3333	0.6609	0.0512	0.5000	59	0.1667	0.8243	0.0000	0.5000
4	0.1667	0.8931	0.0000	0.5000	32	0.5000	0.5246	0.3276	1.0000	60	0.1667	0.8243	0.0000	0.5000
5	0.5000	0.7948	0.1510	0.5000	33	0.3333	0.6155	0.1497	0.5000	61	0.5000	0.9017	0.1017	0.5000
6	0.1667	0.8022	0.0000	0.5000	34	0.5000	0.4730	1.0000	1.0000	62	0.1667	1.0000	0.0000	0.5000
7	0.3333	0.8907	0.0512	0.5000	35	0.1667	0.6229	0.0000	0.5000	63	0.1667	1.0000	0.0000	0.5000
8	0.1667	0.9889	0.0000	0.5000	36	0.1667	0.6794	0.0000	0.5000	64	1.0000	0.8084	0.2956	1.0000
9	0.5000	0.5553	0.3775	1.0000	37	0.1667	0.8636	0.0000	0.5000	65	0.1667	0.9066	0.0000	0.5000
10	0.6667	0.6241	0.4363	1.0000	38	0.5000	0.5246	0.7652	1.0000	66	0.1667	0.9066	0.0000	0.5000
11	0.1667	0.7224	0.0000	0.5000	39	0.6667	0.5811	0.7370	1.0000	67	0.1667	0.9066	0.0000	0.5000
12	0.3333	0.6216	0.2438	1.0000	40	0.3333	0.6720	0.1497	0.5000	68	0.5000	0.5774	0.0704	1.0000
13	0.1667	0.8034	0.0000	0.5000	41	0.5000	0.7654	0.1017	0.5000	69	0.8333	0.5369	0.4587	1.0000
14	0.6667	0.7052	0.2214	1.0000	42	0.1667	0.8636	0.0000	0.5000	70	0.1667	0.6351	0.0000	0.5000
15	0.1667	0.8034	0.0000	0.5000	43	0.1667	0.7592	0.0000	0.5000	71	0.6667	0.5971	0.1708	1.0000
16	0.3333	0.7887	0.0851	1.0000	44	0.5000	0.4742	0.8055	1.0000	72	0.1667	0.6953	0.0000	0.5000
17	0.3333	0.8698	0.0416	1.0000	45	0.1667	0.7187	0.0000	0.5000	73	0.5000	0.6597	0.0940	1.0000
18	0.3333	0.8673	0.0282	1.0000	46	0.3333	0.6523	0.4926	1.0000	74	0.1667	0.7580	0.0000	0.5000
19	0.3333	0.8170	0.0505	1.0000	47	0.3333	0.8157	0.0000	1.0000	75	0.6667	0.7604	0.0531	1.0000
20	0.1667	0.9029	0.0000	0.5000	48	0.5000	0.5209	0.3001	1.0000	76	0.1667	0.8587	0.0000	0.5000
21	0.3333	0.5713	0.2662	1.0000	49	0.6667	0.4803	0.8215	1.0000	77	0.5000	0.6880	0.0806	1.0000
22	0.1667	0.6929	0.0000	0.5000	50	0.3333	0.5565	0.3033	1.0000	78	0.8333	0.6830	0.0518	1.0000
23	0.3333	0.7592	0.0800	1.0000	51	0.5000	0.6204	0.2790	1.0000	79	0.1667	0.7813	0.0000	0.5000
24	0.5000	0.5651	0.1951	1.0000	52	0.6667	0.6757	0.2572	1.0000	80	0.6667	0.6007	0.2790	1.0000
25	0.3333	0.8047	0.0512	0.5000	53	0.3333	0.7690	0.0000	1.0000	81	0.6667	0.7199	0.0320	1.0000
26	0.3333	0.7088	0.1011	0.5000	54	0.6667	0.7654	0.1510	1.0000	82	0.5000	0.6683	0.0659	1.0000
27	0.5000	0.5135	0.5432	1.0000	55	0.1667	0.8636	0.0000	0.5000					
28	0.5000	0.5946	0.2463	1.0000	56	0.3333	0.8612	0.0512	0.5000

图3 (网络版彩图)各节点重要性指标下的评价排序结果

区间为0.473~1, 分布区间较窄. 3) 根据 BC 指标得到的排序结果整体也比较平滑, 且节点重要性评价分布在0~1, 但在尾部存在一个很宽的台阶面, 这一部分节点在 BC 指标下取值为0, 节点数占整个网络节点数的37.8%, 重要性差别无法区分. 4) 利用 K -核分解法(K_s)对山西大水网节点进行排序, 排序结果为两大类, 这样的排序结果太过粗略, 不利于深入分析节点的重要性.

3.2.4 改进K-核分解(improved K-shell)

由以上分析可知, 运用 K -核分解法对山西大水网进行节点重要性评价, 效果很不理想. 为此, 本文提出一种改进 K -核分解法.

设初始网络图为 G_0 , 定义 G_0 中度值最小的节点 K_s 值为 $K_s^1=1$, 将 G_0 中度值最小的节点移除, 导出子图 G_1 , G_1 中度值最小的节点 K_s 值为 $K_s^2 = K_s^1+1$; 依次递归, 直到所有的节点都被移除. 其中, 在第 k 次的节点移除之后, 对未获得 K_s 值而度值变为0的节点, 令其 K_s 值为 $(k+1)$. 从而, 可以得到所有节点在改进 K -核分解下的 K_s 值, 即 IK_s .

由图4可知, 本文提出的改进 K -核分解法(IK_s), 既反映了节点的网络位置全局特性, 又较好地体现了节点的局部特性差异, 极大地改进了 K -核分解法(K_s)的排序结果, 但也存在2个较宽的台阶面, 对于

图4 (网络版彩图)在指标 IK_s 和 K_s 下的节点重要性评价排序结果

这2个台阶面上的节点不能有效地区分它们之间的重要性.

由以上节点重要性指标定义和计算结果分析, 可知根据单个节点重要性指标对水网节点重要性进行评价存在较大的局限性. 为此, 本文将综合考虑节点的四类重要性属性, 采用局部属性指标(DC), 全局属性指标(CC), 传播属性指标(BC)和网络位置指标(IK_s), 基于TOPSIS对节点重要性进行综合评价.

4 基于 TOPSIS 多属性决策方法的节点重要性综合评价

TOPSIS(technique for order preference by similarity to an ideal solution)是由Yoon和Hwang等人^[27,28]共同提出, 基本原理是根据有限评价对象与理想化目标的接近程度进行排序, 若评价对象最靠近正理想方案又最远离负理想方案, 则最优; 反之最差, 从而实现在现有的对象中进行相对的优劣评价.

在水网中, 每个节点都是待评价对象, 而节点重要性的多个评价指标则是对象的属性, 所以节点的重要性综合评价是一个多属性决策问题^[29], 可以应用TOPSIS原理进行研究.

表2 网络节点重要性指标的特点, 其中 N 是网络节点数

指标	优点	缺点	时间复杂度
DC	体现了节点的局部连通属性	只反映了节点局部特征	$O(N)$
CC	反映了节点靠近网络中心的程度	不适合随机网络和大型网络	$O(N^3)$
BC	体现了节点的传播特性	不适合大型网络	$O(N^3)$
K_s	反映了节点在网络中位置的全局特性	不适用树桩网络	$O(N)$
IK_s	既反映了节点的网络全局特性, 又区分了节点的局部特性	不适合随机网络	$O(N)$

4.1 构造决策矩阵

设网络中有 N 个节点, 则评价对象集合可以表示为 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$. 设节点重要性的评价指标有 m 个, 则对象的指标属性集合可表示为 $F = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$.

那么, $x_i(f_j)$ ($i=1, 2, \dots, N; j=1, 2, \dots, m$) 表示第 i 个节点的第 j 个指标, 构建的决策矩阵为

$$P = \begin{bmatrix} x_1(f_1) & x_1(f_2) & \cdots & x_1(f_m) \\ x_2(f_1) & x_2(f_2) & \cdots & x_2(f_m) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_N(f_1) & x_N(f_2) & \cdots & x_N(f_m) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

4.2 计算规范化决策矩阵

由于对象的指标属性较多, 指标之间的关系错综复杂且量纲也不同. 因此, 根据下式对决策特征矩阵进行规范化处理:

$$t_{ij} = x_i(f_j) / x_i(f_j)^*, \quad (7)$$

其中, $x_i(f_j)^* = \max\{x_i(f_j) | 1 \leq i \leq N\}$.

4.3 构造权重规范化矩阵

规范化决策矩阵为 $T = (t_{ij})_{N \times m}$, 指标权重向量为 $W = (w_j)_{1 \times m}$, 由 T 和 W^T 构造加权规范化矩阵:

$$R = r_{ij} = \begin{bmatrix} t_{11}w_1 & t_{12}w_2 & \cdots & t_{1m}w_m \\ t_{21}w_1 & t_{22}w_2 & \cdots & t_{2m}w_m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{N1}w_1 & t_{N2}w_2 & \cdots & t_{Nm}w_m \end{bmatrix}. \quad (8)$$

4.4 确定正理想方案和负理想方案

由矩阵 R 确定正理想方案 A^* 和负理想方案 A^- :

$$A^* = \{\max_{i \in K}(r_{i1}, \dots, r_{im})\} = \{r_1^*, \dots, r_m^*\}, \quad (9)$$

$$A^- = \{\min_{i \in K}(r_{i1}, \dots, r_{im})\} = \{r_1^-, \dots, r_m^-\}, \quad (10)$$

式中, $K = \{1, 2, \dots, N\}$.

4.5 计算距离尺度

方案一. 运用欧氏距离公式计算每个待评价对象 A_i 到正理想方案 A^* 和负理想方案 A^- 的距离:

$$S_i^* = \sqrt{\sum_{j=1}^m (r_{ij} - r_j^*)^2}, \quad (11)$$

$$S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^m (r_{ij} - r_j^-)^2}. \quad (12)$$

方案二. 由于采用欧氏距离无法比较位于正理想方案与负理想方案连线中垂线上的待评价对象. 本文将相对熵原理与 TOPSIS 相结合^[30], 给出一种改进方法来计算待评价对象与理想方案的距离:

$$S_i^* = \left\{ \sum_{j=1}^m \left[r_j^* \log \frac{r_j^*}{r_{ij}} + (1 - r_j^*) \log \frac{1 - r_j^*}{1 - r_{ij}} \right] \right\}^{1/2}, \quad (13)$$

$$S_i^- = \left\{ \sum_{j=1}^m \left[r_j^- \log \frac{r_j^-}{r_{ij}} + (1 - r_j^-) \log \frac{1 - r_j^-}{1 - r_{ij}} \right] \right\}^{1/2}. \quad (14)$$

4.6 计算待评价对象与理想方案的贴近度

$$C_i^* = \frac{S_i^-}{S_i^* + S_i^-}, \quad i=1, 2, \dots, N \quad (15)$$

根据上式计算所有待评价对象的贴近度. C_i^* 值越大, 对象得到的评价越好. 当 $C_i^* = 0$ 时, $A_i = A^-$, 表示该对象为最差方案; 当 $C_i^* = 1$ 时, $A_i = A^*$, 表示该对象为最优方案. 在实际多属性决策问题中, 最优方案和最差方案存在的可能性很小.

4.7 确定网络节点重要性指标的权重

运用层次分析法计算 DC , BC , CC 和 IKs 四个指标的权重.

1) 根据 (0,1,2) 三标度法对指标进行两两比较, 建立比较矩阵:

因 DC 包含的网络结构信息最少, 是节点的局部特性, 所以与其它指标相比, 重要性次之. BC 反映了节点在网络中的全局连通性, 而 CC 反映了节点靠近

表 3 节点重要性指标之间的比较

	A	DC	CC	BC	IKs	b_i
DC		1	0	0	0	1
CC		2	1	1	0	4
BC		2	1	1	0	4
IKs		2	2	2	1	7

网络中心的程度, 都是节点在网络中的全局特性, 本文给予两者重要性相同的评价. 而 *IKs* 不仅反映了节点的网络全局特性, 还很好地区分了节点的局部特性. 因此, 在构造比较矩阵时给 *IKs* 赋了比其它指标更高的值.

$$A = (a_{ij}) = \begin{cases} 2, & \text{指标} i \text{ 比指标} j \text{ 重要;} \\ 1, & \text{指标} i \text{ 与指标} j \text{ 同等重要;} \\ 0, & \text{指标} i \text{ 比指标} j \text{ 不重要.} \end{cases} \quad b_i = \sum_{j=1}^4 a_{ij}. \quad (16)$$

2) 然后, 采用极差法构造判断矩阵^[31]:

$$C = (c_{ij}) = \begin{bmatrix} c & DC & CC & BC & IKs & M_i & W_i & \bar{W}_i \\ DC & 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{1}{81} & \frac{1}{3} & 0.0625 \\ CC & 3 & 1 & 1 & \frac{1}{3} & 1 & 1 & 0.1875 \\ BC & 3 & 1 & 1 & \frac{1}{3} & 1 & 1 & 0.1875 \\ IKs & 9 & 3 & 3 & 1 & 81 & 3 & 0.5625 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

其中, $B = \max(b_1 \cdots, b_4) - \min(b_1 \cdots, b_4)$, $c_{ij} = c_b^{(b_i - b_j)/B}$,

$$c_b = 9, \quad M_i = \prod_{j=1}^4 c_{ij}, \quad W_i = \sqrt[4]{M_i}, \quad \bar{W}_i = W_i / (\sum_{i=1}^4 W_i).$$

3) 最后, 验证满足一致性检验. 得到指标的权重向量 $\bar{W} = [0.0625 \quad 0.1875 \quad 0.1875 \quad 0.5625]$.

4.8 节点重要性综合评价结果与分析

4.8.1 基于单指标和多属性决策方法的节点重要性排序比较

在2.2.2节中, 已经根据单指标计算出了节点重要性评价价值. 而基于TOPSIS(欧氏距离)多属性决策方法, 得到各节点的重要性综合评价价值如表4.

分别根据基于单指标和TOPSIS(欧氏距离)多属性决策方法的节点重要性排序结果, 对山西大水网进行节点删除, 如图5所示. 结合山西大水网规划建设图1(a)可知, 基于多属性决策方法得到的排序结果, 删除前5个节点破坏了山西大水网的5个重要应急水源工程, 分别是石门引水工程、禹门口提黄工程、西

表 4 基于 TOPSIS(欧氏距离)的节点重要性综合评价价值及其排序

排序	节点	TOPSIS	排序	节点	TOPSIS	排序	节点	TOPSIS	排序	节点	TOPSIS
1	80	0.7513	22	64	0.3279	43	3	0.2423	64	55	0.1160
2	69	0.7433	23	2	0.3275	44	33	0.2240	65	76	0.1147
3	75	0.7406	24	1	0.3079	45	5	0.1839	66	59	0.1055
4	77	0.7396	25	14	0.3066	46	26	0.1647	67	60	0.1055
5	78	0.7368	26	32	0.3056	47	40	0.1643	68	13	0.0998
6	81	0.7141	27	54	0.3053	48	61	0.1554	69	15	0.0998
7	49	0.6725	28	51	0.3046	49	62	0.1506	70	6	0.0995
8	68	0.6383	29	17	0.3039	50	63	0.1506	71	31	0.0962
9	48	0.6163	30	18	0.3030	51	8	0.1479	72	79	0.0937
10	44	0.6085	31	50	0.3024	52	7	0.1473	73	30	0.0924
11	71	0.6064	32	28	0.3000	53	57	0.1406	74	43	0.0876
12	82	0.5952	33	12	0.2995	54	56	0.1404	75	74	0.0872
13	34	0.5634	34	19	0.2994	55	25	0.1273	76	11	0.0771
14	27	0.4591	35	21	0.2992	56	65	0.1273	77	45	0.0760
15	9	0.4432	36	16	0.2988	57	66	0.1273	78	72	0.0693
16	52	0.4390	37	29	0.2973	58	67	0.1273	79	22	0.0685
17	58	0.4008	38	47	0.2968	59	20	0.1263	80	36	0.0646
18	10	0.3896	39	23	0.2960	60	41	0.1254	81	70	0.0514
19	38	0.3654	40	24	0.2938	61	4	0.1238	82	35	0.0476
20	39	0.3653	41	53	0.2927	62	37	0.1160			
21	46	0.3307	42	73	0.2912	63	42	0.1160

图 5 根据排序结果对山西大网进行节点删除

范东扩工程、北赵引黄灌溉工程和夹马口引黄工程. 这些应急水源工程, 在山西大水网中占居非常重要的地位, 这说明了多属性决策方法给出的节点重要性排序结果与实际相吻合. 同时, 删除前10个节点破坏了山西大水网规划的“两纵十横”架构. 而基于单指标排序结果进行节点删除, 对山西大水网的破坏效果都没有多属性决策方法那么严重.

由以上分析可知, 相比于单指标评价, 基于多属性决策方法对节点重要性做出的评价更合理有效.

4.8.2 基于TOPSIS(相对熵)和TOPSIS(欧氏距离)多属性决策方法的节点重要性排序比较

基于TOPSIS多属性决策方法, 计算节点重要性的综合评价值, 结果如表4和5所示. 将节点根据重要性综合评价值从大到小进行排序, 结果如图6所示.

1) 由图6可知, 基于TOPSIS原理, 采用欧氏距离和相对熵计算评价对象到理想方案的距离, 得到的节点重要性综合评价值的排序结果非常相似, 且整体比较平滑. 其中, 前5个节点的综合重要性指标值相近, 第10个节点位置、第24个节点位置、第42个

节点位置以及第54个节点位置是节点重要性综合评价值的转折点. 此外, 对第24个节点位置到第42个节点位置之间的节点重要性, 采用欧氏距离不能很好地进行区分, 但采用相对熵可以较好地进行区分. 同时, 评价对象与理想方案之间的欧氏距离较远, 但重要性往往相差不大, 这也是相对熵曲线比欧氏距离曲线相对平滑的原因.

2) 图7给出了所有节点在采用欧氏距离和相对熵计算方法下的排序结果. 由图可知, 在这两种距离计算方法下, 得到的节点排序结果整体和局部相当吻合, 只在部分节点之间存在一些不同, 这与图6的结果相一致, 即相对熵曲线比欧氏距离曲线相对平滑, 且更易区分局部相似节点之间的重要性.

3) 根据基于TOPSIS(相对熵)的节点重要性排序结果, 对大水网进行节点删除, 得到删除前5个节点、前10个节点、前24个节点和前42个节点之后的网络拓扑结构(图8). 其中, 在删除节点时, 同时删除与节点相连的边. 结合图1(a)的山西大水网建设和规划信息, 对图8进行分析, 可知删除的前5个节点是山西大水网的应急水源工程节点; 删除前10个节点之后破坏

表 5 基于 TOPSIS(相对熵)的节点重要性综合评价值及其排序

排序	节点	TOPSIS	排序	节点	TOPSIS	排序	节点	TOPSIS	排序	节点	TOPSIS
1	80	0.7359	22	2	0.6005	43	33	0.5343	64	42	0.3757
2	69	0.7354	23	46	0.6002	44	40	0.5126	65	55	0.3757
3	75	0.7223	24	14	0.5907	45	26	0.5105	66	76	0.3747
4	77	0.7219	25	54	0.5882	46	61	0.5103	67	59	0.3676
5	78	0.7199	26	51	0.5823	47	7	0.4923	68	60	0.3676
6	49	0.7183	27	1	0.5796	48	41	0.4915	69	13	0.3630
7	81	0.6945	28	28	0.5757	49	47	0.4889	70	15	0.3630
8	44	0.6924	29	32	0.5755	50	56	0.4882	71	6	0.3627
9	34	0.6878	30	29	0.5753	51	53	0.4847	72	79	0.3578
10	48	0.6730	31	12	0.5725	52	25	0.4798	73	30	0.3566
11	71	0.6695	32	50	0.5708	53	31	0.4546	74	43	0.3523
12	68	0.6620	33	16	0.5695	54	62	0.3993	75	74	0.3520
13	82	0.6521	34	21	0.5687	55	63	0.3993	76	11	0.3422
14	58	0.6420	35	17	0.5676	56	8	0.3976	77	45	0.3412
15	27	0.6376	36	24	0.5660	57	57	0.3929	78	72	0.3340
16	52	0.6329	37	23	0.5654	58	65	0.3838	79	22	0.3332
17	9	0.6277	38	19	0.5649	59	66	0.3838	80	36	0.3287
18	10	0.6249	39	3	0.5642	60	67	0.3838	81	70	0.3121
19	39	0.6237	40	73	0.5630	61	20	0.3832	82	35	0.3068
20	64	0.6176	41	18	0.5627	62	4	0.3814			
21	38	0.6144	42	5	0.5363	63	37	0.3757

图 6 (网络版彩图)基于 TOPSIS 多属性决策方法的指标值排序结果

图 7 (网络版彩图)基于 TOPSIS 多属性决策方法的节点重要性综合排序

了山西大水网规划的“两纵十横”架构；删除前24个节点时，干网和支网之间的连通性被破坏了；删除前42个节点之后，山西大水网基本上只剩下孤立的水库和终端需水单元。

综合以上3方面的分析可知，相比于欧氏距离，采用相对熵进行计算得到的水网节点重要性综合评价效果更好，得到的水网节点重要性排序结果也与实际工程规划和建设相符。

5 考虑水网方向和级别差异的节点重要性评价研究

前两节在不考虑水网方向和干支斗毛级别差异的情况下，基于全局网络拓扑结构，对水网节点重要性进行了综合评价。但是水网有一定的独特性，即单向连通流动，可划分为干、支、斗、毛，对应的重要性存在数量级上的差别。为此，本文提出先对水网进行干、支、斗、毛划分，然后研究在同一级别的水网中，节点之间的重要性评价(图9)。

虽然，基于水网全局网络拓扑结构得到的节点重要性评价在反映干支斗毛数量级差别上不明显，

图 8 根据排序结果对山西大水网进行节点删除

图9 水网节点重要性评价的研究思路

但可以很好地区分干支斗毛的相对重要性。而考虑水网方向和权重对同一级别的水网节点重要性做进一步分析, 是对基于全局网络拓扑结构的水网节点重要性综合评价的一种补充。

本文以山西大水网中的“两纵十横”主干网作为研究对象(图10(a)), 考虑水网连边的方向和权重, 将其转化为有向赋权图来研究同一级别中的节点重要性评价。研究方法可适用于分析其它支网以及斗毛等同级别的节点重要性。

5.1 确定同级水网中的连边方向和权重

水网中的连边方向可根据水流方向来确定, 例如如图10(a)所示。根据水源是从高地势流向低地势的自然属性和水利工程特点, 可知主干网是一个有界无环网络, 可能存在多个水源节点和终端节点。

确定连边权重的思路。

1) 如果一个高地势的水源节点向低地势的终端节点供水, 供水线路有多条, 如图11中的 $o_1 \rightarrow d_2$: $\{o_1 \rightarrow o_2 \rightarrow v_2 \rightarrow d_2, o_1 \rightarrow v_2 \rightarrow d_2, o_1 \rightarrow v_3 \rightarrow d_2\}$, 供水线路越短, 供水效率越高, 对应线路上的连边权重也越大; 2) 如果水网中多条供水线路经过同一条连边, 那么这条连边的权重也会越大, 如图11中的供水线路 $\{o_1 \rightarrow o_2 \rightarrow v_2 \rightarrow d_2, o_1 \rightarrow v_2 \rightarrow d_2, o_2 \rightarrow v_2 \rightarrow d_2\}$ 都经过连边 $v_2 \rightarrow d_2$, 所以连边 $v_2 \rightarrow d_2$ 的权重也越大。

5.1.1 确定连边权重的示例说明

如图11所示, 水网中共有7个节点, 分别是水源节点 o_1 和 o_2 , 终端节点 d_1 和 d_2 , 中间连接节点 v_1 , v_2 和 v_3 。设定网络中边的权重初值都为0。

1) 确定各水源节点到所有终端节点的可行路径

图10 (a) 山西大水网之主干网的有向图; (b) 山西大水网之主干网的有向赋权图

图 11 确定连边权重的示例

和路径长度;

$o_1 \rightarrow d_1$: $\{o_1 \rightarrow o_2 \rightarrow v_1 \rightarrow d_1\}$ -{3}; $o_1 \rightarrow d_2$: $\{o_1 \rightarrow o_2 \rightarrow v_2 \rightarrow d_2, o_1 \rightarrow v_2 \rightarrow d_2, o_1 \rightarrow v_3 \rightarrow d_2\}$ -{3, 2, 2}; $o_2 \rightarrow d_1$: $\{o_2 \rightarrow v_1 \rightarrow d_1\}$ -{2}; $o_2 \rightarrow d_2$: $\{o_2 \rightarrow v_2 \rightarrow d_2\}$ -{2}.

2) 在所有水源节点到终端节点对之间选择最长路径;

确定 $o_1 \rightarrow d_1$ 和 $o_1 \rightarrow d_2$ 具有最长可行路径, 路径长度都为3, 随机选择其中之一. 若选中 $o_1 \rightarrow d_2$: $\{o_1 \rightarrow o_2 \rightarrow v_2 \rightarrow d_2\}$, 沿着路径对连边进行权重更新, 连边权重=已标定的权重+1, 如图11(a).

3) 由于 $o_1 \rightarrow d_2$ 还存在2条可行路径 $\{o_1 \rightarrow v_2 \rightarrow d_2, o_1 \rightarrow v_3 \rightarrow d_2\}$, 所以还将沿着这2条路径进行权重更新. 这2条路径长度都为2, 随机选择其中1条先做更新, 否则选择路径长的先做更新. 若选中 $\{o_1 \rightarrow v_2 \rightarrow d_2\}$, 沿着路径进行权重更新, 连边权重=已标定的权重+($o_1 \rightarrow d_2$ 的最长可行路径长度)/ $\{o_1 \rightarrow v_2 \rightarrow d_2\}$ 的路径长度), 如图11(b). 再沿路径 $\{o_1 \rightarrow v_3 \rightarrow d_2\}$ 进行权重更新, 如图11(c)所示.

4) 从剩下的水源节点到终端节点对中选择最长可行路径, 即选中 $o_1 \rightarrow d_1$: $\{o_1 \rightarrow o_2 \rightarrow v_1 \rightarrow d_1\}$, 沿着路径对连边权重进行更新, 连边权重=已标定的权重+1, 如图11(d); 再依次选中 $o_2 \rightarrow d_2$: $\{o_2 \rightarrow v_2 \rightarrow d_2\}$ 和 $o_2 \rightarrow d_1$: $\{o_2 \rightarrow v_1 \rightarrow d_1\}$ 进行权重更新, 结果如图11(e)和(f)所示.

5) 遍历所有水源节点到终端节点对之间的可行路径, 获得水网的连边权重.

5.1.2 确定连边权重的算法步骤

Step1. 确定同级水网中的水源节点集合 $O=$

$\{o_1, o_2, \dots\}$ 和终端节点集合 $D=\{d_1, d_2, \dots\}$, 定义集合 $\bar{P}=\emptyset$, 并设定网络中边的权重初值为0.

Step2. 根据同级水网中的有向链接关系, 获得所有水源节点到所有终端节点的所有可行路径. 对每一个水源节点 $o_i (o_i \in O)$ 到每一个终端节点 $d_j (d_j \in D)$ 的所有可行路径按路径长度从大到小进行排序, 其中长度相等的路径排序可以互换. 得到路径集合为 $P_{o_i d_j} = \{p_{o_i d_j}^k | k=1, 2, \dots, K^{o_i d_j}\}$, 对应的路径长度集合为 $L_{o_i d_j} = \{l_{o_i d_j}^k | k=1, 2, \dots, K^{o_i d_j}\}$.

Step3. 若 $\max\{l_{o_i d_j}^1 | o_i \in O, d_j \in D, p_{o_i d_j}^1 \notin \bar{P}\} = \emptyset$, 转Step5. 否则由 $\max\{l_{o_i d_j}^1 | o_i \in O, d_j \in D, p_{o_i d_j}^1 \notin \bar{P}\}$ 确定最长可行路径的水源节点 o^* 和终端节点 d^* , 对应的路径集合 $P_{o^* d^*} = \{p_{o^* d^*}^k | k=1, 2, \dots, K^{o^* d^*}\}$, 对应的路径长度集合 $L_{o^* d^*} = \{l_{o^* d^*}^k | k=1, 2, \dots, K^{o^* d^*}\}$, 更新 $\bar{P} = \bar{P} \cup p_{o^* d^*}^1$. 然后沿最长路径 $p_{o^* d^*}^1$ 对路径上的连边进行权重更新, 连边权重=已标定的权重+1.

Step4. 按路径长度递减的顺序, 依次从集合 $P_{o^* d^*}$ 中选择未标定的路径进行连边权重更新. 若选定的路径为 $p_{o^* d^*}^s$, 对应的路径长度为 $l_{o^* d^*}^s$, 那么沿着 $p_{o^* d^*}^s$ 对路径上的连边进行权重更新, 连边权重=已标定的权重+($l_{o^* d^*}^1 / l_{o^* d^*}^s$). 当集合 $P_{o^* d^*}$ 中的路径都被标定了, 转到Step3.

Step5. 算法停止. 其中, 由此得到山西大水网之主干网的所有连边权重如图10(b)所示.

5.2 基于 PageRank 算法的同级水网节点重要性综合评价

5.2.1 PageRank算法^[32]

PageRank于1998年由Google公司创始人之一的Larry Page和Sergey Brin等提出,是一种在搜索引擎中根据网页之间相互的链接关系计算网页排名的技术.其核心思想是基于从许多优质网页链接过来的网页,必定还是优质网页的回归关系来判定所有网页的重要性.Larry Page和Sergey Brin两人还从理论上证明了不论初始值如何选取,算法都保证了网页排名的估计值能收敛到它们的真实值.

5.2.2 基于PageRank的同级水网节点重要性评价

水网节点之间的链接关系和网页之间的链接关系相似,即(1)节点有向链接:节点被链接的次数越多,说明该节点越重要;(2)节点重要性链接:节点被越重要的节点链接,其重要性也越高.

但与网页链接不同的是,水网中连边的权重是有差别的,即(3)权重链接:节点被越大的权重链接,其重要性也越高.综合以上3点,本文基于PageRank提出了有向赋权水网节点重要性评价方法.

$$NR(i) = \frac{1-d}{N} + d \sum_{j \in IN(i)} \frac{w_{ji}}{\sum_{u \in OUT(j)} w_{ju}} NR(j), \quad (18)$$

其中, N 是节点总数; $NR(i)$ 是节点*i*的重要性评价价值; d 是阻尼因子,给定为0.85; w_{ji} 是节点*j*链接到节点*i*的边权重; $IN(i)$ 是链入到节点*i*的节点集合; $OUT(j)$ 是节点*j*链出的节点集合.

为解决部分水源节点没有链入节点,以及终端节点没有链出节点的问题,本文将所有终端节点链回相应的水源节点.

5.2.3 实验结果分析

运用迭代求解算法计算得到山西大水网之主干网节点的重要性评价价值(表6).

由表6可知,重要性排名前5的节点,分别是万家寨水利枢纽为引黄工程的起点、中部引黄工程的源节点、禹门口提黄工程与汾河汇节点、黄河古贤供水工程的起点和尊村引黄工程与小浪底调水工程的交汇点.这5个节点是山西大水网规划和建设的重要引黄工程节点.而不考虑水网方向和干支斗毛级别差异,基于全局网络拓扑结构得到这5个节点之间的相对重要性排序名次分别是第5,第4,第1,第3和第2.两种排序结果虽然存在不一致,但并不矛盾,因为两者对节点重要性的评价角度不同.

此外,从图12可知,基于PageRank算法得到主干网节点重要性评价价值的变化趋势与基于全局网络拓扑结构分析得到的评价价值变化趋势存在一些偏离,但整体上很相近.

表 6 基于 PageRank 的山西大水网之主干网节点重要性评价价值及其排序

排序	节点	PageRank	排序	节点	PageRank	排序	节点	PageRank
1	1	1.0000	17	39	0.2157	33	80	0.1026
2	9	0.7434	18	71	0.2126	34	3	0.0513
3	69	0.6400	19	73	0.2126	35	5	0.0513
4	48	0.5205	20	81	0.2126	36	14	0.0513
5	77	0.4984	21	10	0.2053	37	16	0.0513
6	49	0.4861	22	46	0.1644	38	17	0.0513
7	68	0.3665	23	58	0.1644	39	18	0.0513
8	51	0.3333	24	64	0.1644	40	19	0.0513
9	70	0.3029	25	66	0.1644	41	28	0.0513
10	2	0.2566	26	12	0.1540	42	29	0.0513
11	24	0.2229	27	21	0.1540	43	30	0.0513
12	32	0.2229	28	27	0.1540	44	40	0.0513
13	44	0.2229	29	52	0.1111	45	41	0.0513
14	50	0.2222	30	54	0.1111	46	78	0.0513
15	34	0.2157	31	56	0.1111	47	82	0.0513
16	38	0.2157	32	57	0.1111

图 12 (网络版彩图)山西大水网之主干网节点在不同评价方法下的重要性评价

基于全局网络拓扑结构,对水网节点重要性进行研究,得到的是节点基于网络拓扑关系的重要性综合评价.而考虑连接的方向和权重,基于PageRank算法得到的是节点在同级水网中的相对重要性评价,可以很好地反映其中的水源节点及供水连接节点的重要性,是水网节点重要性的另一个角度认识.基于以上两个角度,得到的水网节点重要性评价相互补充.

6 结束语

本文运用复杂网络理论,以山西大水网节点重要性排序问题作为实例,从两个角度对水网节点重要性评价进行了研究:1)不考虑水网方向和干支斗毛级别差异,基于水网全局拓扑结构,从节点的局部

属性、全局属性、传播属性和网络位置4个方面对节点重要性进行讨论.结合实验结果和分析,提出了基于TOPSIS的多属性决策方法来对节点重要性进行综合评价,并通过实验验证了方法的有效性.2)考虑水网的单向连通流动特点和干支斗毛级别差异,提出先对水网进行级别划分,然后基于PageRank算法对同一级别的水网节点重要性评价进行了研究.根据水网规划和建设信息,可知实验结果与实际相符,并且基于以上两个角度得到的节点重要性评价相互补充,是对水网节点重要性的不同角度认识.

本研究可为分析规模庞大、结构复杂的水利工程网络节点重要性提供理论指导,为选择重要节点进行监控和保护来提高网络的可靠性和抗毁性提供决策支持.

参考文献

- Costa L da F, Oliveira Jr O N, Travieso G, et al. Analyzing and modeling real-world phenomena with complex networks: A survey of applications. *Adv Phys*, 2011, 60: 329–412
- Liu H K, Zhou T. A summary of aviation network research. *Prog Nat Sci-Mater*, 2008, 18: 601–608
- Bai W J, Wang B H, Zhou T. Brief review of blackouts on electric power grids in viewpoint of complex networks. *Complex Syst Complex Sci*, 2005, 2: 29–37
- Borgatti S P, Mehra A J, Brass D J, et al. Network analysis in the social sciences. *Science*, 2009, 323: 892–895
- Zhou T, Wang B H, Han Y P, et al. Social network analysis and its application in the prevention and control of propagation for public opinion and the epidemic. *J Syst Eng*, 2010, 25: 742–754
- Barabási A L, Oltvai Z N. Network biology: Understanding the cell's functional organization. *Nat Rev Genet*, 2004, 5: 101–113
- Albert R, Barabási A L. Statistical mechanics of complex networks. *Rev Mod Phys*, 2002, 74: 47

- 8 Newman M E J. The structure and function of complex networks. *SIAM Rev*, 2003, 45: 167–256
- 9 Wang B H, Zhou T, Wang W X. Several directions in complex system research. *Complex Syst Complex Sci*, 2008, 5: 21–28
- 10 Li X, Liu Z H, Wang B H. On spreading dynamics on networks. *Complex Syst Complex Sci*, 2010, 07: 33–37
- 11 Rong Z H, Tang M, Wang X F. 2012 annual inventory of complex networks. *J Univ Electron Sci Technol China*, 2012, 6: 801–806
- 12 Albert R, Jeong H, Barabási A L. Error and attack tolerance of complex networks. *Nature*, 2000, 406: 378–382
- 13 Strogatz S H. Exploring complex networks. *Nature*, 2001, 410: 268–276
- 14 Kurant M, Thiran P, Hagmann P. Error and attack tolerance of layered complex networks. *Phys Rev E*, 2007, 76: 026103
- 15 Motter A E, Lai Y C. Cascade-based attacks on complex networks. *Phys Rev E*, 2002, 66: 065102
- 16 Tan Y, Wu J, Deng H. Evaluation method for node importance based on node contraction in complex networks. *Syst Eng Theory Practice*, 2006, 11: 79–83
- 17 Wang L, Zhang J J. Centralization of complex networks. *Complex Syst Complex Sci*, 2006, 3: 13–20
- 18 Han N, Li D Y, Gan W Y. Mining vital nodes in complex networks. *Comput Sci*, 2007, 34: 1–6
- 19 Sun R, Luo W B. Review on evaluation of node importance in public opinion. *Appl Res Comput*, 2012, 29: 3606–3608, 3628
- 20 Liu J G, Ren Z M, Guo Q, et al. Node importance ranking of complex networks. *Acta Phys Sin*, 2013, 62: 178901
- 21 Carmi S, Havlin S, Kirkpatrick S, et al. A model of internet topology using k-shell decomposition. *Proc Natl Acad Sci*, 2007, 104: 11150–11154
- 22 Kitsak M, Gallos L K, Havlin S, et al. Identification of influential spreaders in complex networks. *Nat Phys*, 2010, 6: 888–893
- 23 Wasserman S. *Social Network Analysis: Methods and Applications*. New york: Cambridge university press, 1994
- 24 Newman M. *Networks: An Introduction*. United States of America: Oxford University Press, 2009. 168–169
- 25 Sabidussi G. The centrality index of a graph. *Psychometrika*, 1966, 31: 581–603
- 26 Freeman L C. *The Development of Social Network Analysis*. Vancouver: Empirical Press, 2004
- 27 Yoon K, Hwang C L. *Multiple Attribute Decision Making: An Introduction*. United States of America: Sage, 1995
- 28 Hwang C L, Lai Y J, Liu T Y. A new approach for multiple objective decision making. *Comput Oper Res*, 1993, 20: 889–899
- 29 Yu H, Liu Z, Li Y J. Key nodes in complex networks identified by multi-attribute decision-making method. *Acta Phys Sin*, 2013, 62: 020204
- 30 Zhao M, Qiu W H, Liu B S. Relative entropy evaluation method for multiple attribute decision making. *Control Decis*, 2010, 25: 1098–1100
- 31 Zhu Y, Meng Z Y, Kan S Y. Using AHP to calculate the weights. *J Beijing Jiaotong Univ*, 1999, 23: 119–122
- 32 Page L, Brin S, Motwani R, et al. The PageRank citation ranking: Bringing order to the web. Technical Report Stanford InfoLab, 1999, <http://ilpubs.stanford.edu:8090/422/>

Evaluate the node importance for water network based on complex network theory

LIU ZhongHua¹, YU Hua¹ & YANG FangTing²

¹ College of Engineering and Information Technology, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

² National Engineering Research Center of System Simulation Technology Application for Economic System, Beijing 100854, China

There is a significant application to evaluate the node importance of water network in water resources schedule and safe operation management. With the background of sorting the nodes of Shanxi Water Network, this paper studies to evaluate the node importance for water network based on complex network theory. Firstly, four indexes are defined from the network structure and transmission dynamics perspective, such as Degree Centrality, Closeness Centrality, Betweenness Centrality and K-Shell. Secondly, this paper improves one index and proposes a multi-attribute decision method to evaluate the node importance more comprehensive. Finally, with consideration of the direction and level in water network, the water network should be divided into several sub-networks with the same level, and the node importance in the same level network is studied based on PageRank algorithm.

node importance, complex network, multi-attribute decision, PageRank algorithm, Shanxi water network

doi: 10.1360/N092014-00009