论文

基于火星快车飞掠数据的火卫一低阶重力场反演

杨轩¹, 鄢建国^{1*}, 刘山洪¹, 叶茂¹, 金炜桐¹, 李斐^{1,2}

1. 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室, 武汉 430079;

2. 武汉大学中国南极测绘研究中心, 武汉 430079

*联系人, E-mail: jgyan@whu.edu.cn

收稿日期: 2018-07-05; 接受日期: 2018-11-01; 网络出版日期: 2019-01-09

国家自然科学基金(编号: U1831132, 41374024)、湖北省自然科学基金重点项目(编号: 2015CFA011, 2018CFA087)、澳门科技大学月球与行星科学实验室开放课题(编号: FDCT 119/2017/A3)、贵州省射电天文数据处理重点实验室开放课题(编号: KF201813)、中国博士后科学基金(编号: 2016M602360)和测绘遥感信息工程国家重点实验室专项科研经费资助

摘要 精确的火卫一(Phobos)重力场模型可为其内部结构建模提供重要的约束, 深入地了解火卫一内部结构将为其起源与演化以及太阳系的演化提供重要的依据. 目前火卫一的重力场模型还未精确测定. 为了获得火卫一低阶重力场模型, 首次综合处理了火星快车号(Mars Express)在2010和2013年两次飞掠火卫一的多普勒轨道跟踪数据. 在解算过程中, 通过对探测器各种摄动力模型的高精度建模, 融合两次飞掠数据, 最终获得的火卫一 GM 为 $(7.0768 \pm 0.0084) \times 10^5 \text{ m}^3/\text{s}^2$, C_{20} 系数为 -0.1370 ± 0.0392 , C_{22} 系数为 0.0184 ± 0.0174 , 其值与火星快车MaRS射电科学团队公布的结果相吻合, 精度提高了2–3倍. 由 GM 求得的火卫一质量 m 为 $(1.060 \pm 0.0011) \times 10^{16} \text{ kg}$, 结合形状模型确定的火卫一体积 $(5742 \pm 35) \text{ km}^3$, 计算出火卫一的体密度为 $(1847 \pm 11) \text{ kg/m}^3$.

关键词 火星快车, 火卫一, 多普勒, 低阶重力场**PACS:** 95.55.Pe, 95.55.Jz, 96.25.Nc, 96.30.Hf

1 引言

火卫一(Phobos)作为火星两颗天然卫星之一, 在深空探测中正在吸引着越来越多的关注. 对火卫一进行深入研究, 在工程和科学方面都有着深远的意义. 从科学意义上讲, 获取其质量与形状、重力场模型、自转参数和内部结构等, 可以了解火星系的起源与演化, 以及为太阳系的演化提供重要的依据^[1,2]. 从工程上来说, 由于火星合适的位置与较小的黄赤交角, 探

测器从火卫一降落和返回地球相比其他小行星更为容易^[3], 因此, 火卫一可以当做人类踏入深空的桥梁与补给站.

火卫一的探测可以追溯到20世纪70年代^[4]. 美国宇航局(National Aeronautics and Space Administration, NASA)水手9号第一次对火卫一进行了近距离拍摄, 随后, 在海盗系列任务中获得了大量的火卫一影像数据, 形成了最初的火卫一形状模型^[5]. 在随后的火星任务中, 基本上都有对火卫一探测的历史. 火星探路者

引用格式: 杨轩, 鄢建国, 刘山洪, 等. 基于火星快车飞掠数据的火卫一低阶重力场反演. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2019, 49: 059501
Yang X, Yan J G, Liu S H, et al. Low-degree gravity field recovery of Phobos based on MEX flyby data (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2019, 49: 059501, doi: 10.1360/SSPMA2018-00249

(Mars Pathfinder)使用自身携带的相机在火星表面上对火星一进行了拍摄^[6], 火星全球勘测者(MGS)在进入火星轨道时使用星载相机、热辐射光谱仪对其进行探测^[7]; 火星勘测轨道飞行器(MRO)使用高分辨率相机(HiRISE)也曾多次获得火星一高分辨率影像^[8]. 欧洲太空局(European Space Agency, ESA)发射的火星快车号(MEX)探测器极大地加深了人类对火星一的认识. 由于具有大偏心率椭圆轨道的特征, 探测器每5个月会与火星一近距离飞掠^[9], 搭载的高分辨率立体相机为火星一高精度形状模型提供了原始数据^[10], 而飞掠时的探测器轨道跟踪数据可用来反演其质量与重力场^[11].

目前, 火星一的重力场模型计算主要有两种方法: (1) 由精确的形状模型, 根据某一密度假设, 正演出天体的重力场分布^[12]; (2) 利用探测器飞掠时的轨道跟踪数据, 通过建立精细的星地链路观测模型从观测信号中提取重力场摄动信息, 进而反演得到. 方法一中重力场模型误差主要来自密度分布不均匀与形状模型的误差, 方法二的误差源则来自摄动力模型误差与射电数据噪声. 关于火星一低阶重力场的反演只在文献^[11]中进行过相关计算, 使用2010年火星快车飞掠火星一时的射电跟踪数据, Pätzold等人^[11]求得火星一的 $GM=(7.072\pm0.013)\times10^5\text{ m}^3/\text{s}^2$, $C_{20}=-0.1145\pm0.1456(3\sigma)$, $C_{22}=0.0025\pm0.0056(3\sigma)$, 由于飞掠最近点距离火星一77 km, 因此 C_{20} 和 C_{22} 的解算精度较差.

2013年12月29日, 火星快车再一次对火星一实施飞掠, 最近点距离火星一约59 km. 此次飞掠任务经过较为充足的规划, 轨道跟踪数据共约30 h, 并且在这30 h期间没有发生任何动量轮卸载. 得益于具有更近的飞掠距离, 此次飞掠有提高火星一低阶重力场解算精度的可能性. 本文则首次综合使用2010与2013年火星快车号两次飞掠火星一的轨道跟踪数据, 基于武汉大学自主研发的深空探测器精密定轨与重力场解算软件系统(Wuhan University Deep-space Orbit Determination and Gravity Recovery System, WUDOGS)^[13-15], 通过建立高精度的轨道力模型, 对火星一的 GM 与重力场的 C_{20} 与 C_{22} 项进行了反演计算.

2 理论与方法

深空探测器在飞掠小天体时, 由于受到小天体重

力场摄动的吸引, 其轨道与速度会向小天体一侧产生偏移, 偏移的量级取决于飞掠最近点的距离、相对速度、几何构型以及小天体重力场的大小, 对此偏移量的精确建模可用来精确地反演小天体的重力场模型^[16]. 目前深空探测器跟踪一般使用多普勒技术, 由小天体重力场摄动引起的偏移投影在视向方向上的速度变化可通过多普勒效应测得, 则双程多普勒可表示为^[17]

$$\Delta f = -2f_0 \cdot \frac{\Delta v_r}{c}, \quad (1)$$

其中, f 表示多普勒偏移频率, f_0 表示上行多普勒频率, v_r 为地面测站与探测器视向方向上由于引力导致的相对速度变化, c 为光速. 为了估算飞掠时大致的偏移量, 这里使用解析的方法, 直接给出二体问题下多普勒偏移频率的量级. 在飞掠最近点, 多普勒的偏移可表示为^[17]

$$\Delta f(t=t_0) = 2f_s \frac{GM}{rv_0 c} (\cos\alpha' - \sin\alpha') \cos\beta, \quad (2)$$

其中, t_0 表示飞掠最近点的时间, r 为最近点探测器与小天体的距离, v_0 为最近点探测器与小天体的相对速度, α' 表示投影到飞掠平面内的视线方向与探测器轨道的夹角, β 为视线方向与飞掠平面的夹角(图1).

根据式(2), 可知较近的飞掠最近点、较小的相对速度、较大的 GM 值、接近 45° 的 α' 、接近 0° 或 180° 的 β , 将会使多普勒频率偏移更大, 从而更有利于重力场的反演. 引力位一般使用球谐函数展开, 完全正则化的引力位函数可表示为^[18]

$$V(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{a}{r} \right)^l \times P_{lm}(\sin\varphi) (\overline{C}_{lm} \cos m\lambda + \overline{S}_{lm} \sin m\lambda) \right], \quad (3)$$

其中, r 为探测器到小天体质心的距离, a 表示小天体的平均半径, φ 和 λ 分别表示探测器在小天体球坐标系下的纬度和经度, P_{lm} 表示正则化的勒让德函数, $\overline{C}_{lm}$ 和 $\overline{S}_{lm}$ 表示正则化后的重力场系数.

重力场计算过程中, 还涉及坐标系的转换. 一般来说, 从体固坐标系转到惯性坐标系之间的转换矩阵可由3个欧拉角来表示:

$$\mathbf{M} = R_z \left(-\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \cdot R_x \left(-\frac{\pi}{2} + \delta \right) \cdot R_z(-W), \quad (4)$$

其中, R_z 和 R_x 分别表示绕 z 轴和 x 轴逆时针旋转相应的角度, $\mathbf{M}$ 为体固坐标系转到惯性坐标系之间的转换矩阵, α 表示火星一北极点的天球赤经, δ 表示北极点的天球赤纬, W 表示火星一本初子午线的位置, 如图2所示.

本文使用了IAU 2015推荐的火星一旋转参数^[19]. 此坐标系下, 火星一重力场系数 C_{21} , S_{11} , S_{21} 和 S_{22} 比 C_{20} , C_{22} 要小1个量级以上. 目前只有两次近距离飞掠(最近点小于100 km), 因此本文只讨论使用火星快车飞掠火星一的数据解算其重力场系数 C_{20} , C_{22} 的可能性. C_{20} , C_{22} 的引力位可表示为

$$V_{c20} = \frac{GM}{r} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \bar{P}_{20}(\sin\varphi) \bar{C}_{20}, \quad (5)$$

$$V_{c22} = \frac{GM}{r} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \bar{P}_{22}(\sin\varphi) \bar{C}_{22} \cos(2\lambda). \quad (6)$$

对引力位在相应方向求导即可获得相应方向上的引力摄动^[18]。

建立完备的轨道摄动力模型后, 利用近似的火卫一重力场模型和高精度测量模型可计算出多普勒计算值, 通过与实测多普勒数据进行拟合, 对火卫一重力场模型不断迭代改进, 使残差平方和达到最小^[20], 两个飞掠弧段的融合求解与多弧段重力场解算过程类似^[21]. 因此解算过程中使用了加权最小二乘估计:

$$\delta x = (\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{y}_y, \quad (7)$$

其中, $\mathbf{H}$ 为待估参数的雅克比矩阵, $\mathbf{W}$ 表示观测量权重阵, $\mathbf{v}$ 即定轨中的残差, 则待估参数的协方差可表示为

$$\mathbf{P} = (\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1}. \quad (8)$$

待估参数的方差便可由待估参数的协方差对角线元素表示.

3 观测数据与处理结果

火星快车(MEX)大约每5个月将会飞掠一次火星。一、由于搭载了众多星载设备,每次飞掠的目的不尽相

同. 2010年3月3日与2013年12月29日, 火星快车面向射电科学任务目标进行了两次飞掠, 距离火卫一最近点分别为77与59 km^[22].

3.1 数据分析

在2010年火星快车飞掠火卫一期间, NASA深空网(Deep Space Network, DSN)的DSS-63(70 m)使用X波段($f_x=8.4$ GHz)和S波段($f_s=2.3$ GHz)以采样率为1 s的双程多普勒进行了射电科学实验, 可用数据的覆盖范围从飞掠前1 h到飞掠后3 h. 2013年12月29日飞掠期间, NASA的DSS-63, DSS-14, 以及ESA的新诺舍站相互配合, 共同跟踪了火星快车探测器, 覆盖了飞掠前后共约30 h的范围, 以X频段为例, 数据跟踪时段可见表1. 本文在处理过程中, 把数据分成了两个弧段, 分别是2010年飞掠以及2013年飞掠弧段.

3.2 数据处理

数据解算过程中需要尽可能精确地考虑各种摄动力对轨道的影响, 表2^[23-28]给出了数据处理过程中采用的模型配置. 火星重力场模型使用目前最新的120阶模型^[24], 太阳光压摄动考虑探测器太阳能帆板面积

与主箱体表面积的姿态, 运用吸收、镜面反射以及漫反射光学参数来建立高保真模型^[20]; 火星大气模型使用了火星季节数据库(Mars Climate Database)^[23], 并且考虑了卫星太阳帆板与主箱体的姿态导致的卫星横截面积变化.

多普勒测量模型建模过程中, 地球测站坐标需要精确已知. 其中, NASA深空网测站坐标从SPICE文件中提取, 添加板块漂移改正与地球固体潮形变改正. 光行时解算使用文献[26]中的方法, 考虑太阳、木星和土星点质量引力场引起的光路弯曲.

由于2010年3月3日飞掠数据只覆盖了4 h, 对轨道的约束较小, 定轨过程中无法约束位置矢量, 参照文献[11]的处理策略, 未对初轨位置3个分量进行估计, 并且此弧段未经过近火点, 因此不需要考虑火星大气阻力, 解算的参数包括初轨速度3个分量与太阳光压 Cr 、火卫一 GM 与 C_{20} , C_{22} 等7个参数; 2013年12月29日的飞掠弧段将近30多小时, 4次飞掠近火点, 距离火星表面最近300 km, 因此需要考虑火星大气阻力的摄动, 选择初始轨道根数、火星大气系数 Cd 、太阳光压 Cr 、火卫一 GM 与 C_{20} , C_{22} 等11个待估参数. 除此之外, 在解算过程中并没有加入任何先验协方差矩阵. 两次

表 1 火星快车探测器飞掠期间X波段双程多普勒跟踪数据观测时段与数据个数

Table 1 Observation window and number of two-way coherent Doppler tracking data at X-band during MEX flyby at Phobos

弧段	开始时间 (yyyy-mm-dd)	观测数据时段(UTC)	观测数据个数	权重 (mm/s)
2010年飞掠	2010-03-03	20:15:53.5–24:00:11.5	13459	0.041
	2013-12-28	18:19:42.5–19:03:36.5	2635	0.130
	2013-12-28	19:04:12.5–24:27:23.5	19392	0.130
	2013-12-28	01:20:45.5–02:02:34.5	2510	0.130
	2013-12-29	02:03:40.5–03:42:33.5	8125	0.130
	2013-12-29	03:48:21.5–07:25:08.5	13008	0.070
	2013-12-29	08:20:07.5–11:24:18.5	11052	0.070
2013年飞掠	2013-12-29	11:30:31.5–14:24:23.5	10433	0.070
	2013-12-29	15:19:08.5–17:05:38.5	6391	0.070
	2013-12-29	17:05:41.5–18:27:44.5	4924	0.070
	2013-12-29	18:27:47.5–18:41:28.5	822	0.070
	2013-12-29	18:41:54.5–19:00:03.5	1090	0.070
	2013-12-29	19:02:46.5–21:25:30.5	8565	0.120
	2013-12-29	22:21:36.5–23:00:30.5	2335	0.120
	2013-12-29	23:01:06.5–25:12:29.5	7884	0.120

表 2 数据解算配置

Table 2 Configuration of solution

解算配置	配置说明
力模型	火星重力场 ^[24] , 三体摄动(DE421历表 ^[25] , Phobos历表 ^[22]); 火星反照辐射和热辐射 ^[26] ; 广义相对论摄动 ^[27] , 太阳光压摄动(Box-Wing模型), 火星固体潮摄动 ^[26] , 火星大气阻力 ^[23]
观测模型	双程测速模型 ^[27]
对流层改正	测站气压、温度以及相对湿度来自VMF1官方提供的数据; 映射函数VMF1 ^[28]
待估参数	2010 flyby: 初轨速度3个分量、太阳光压 Cr 、火卫一 GM 与 C_{20} , C_{22} 2013 flyby: 初始轨道根数、太阳光压 Cr 、大气阻力系数 Cd , 火卫一 GM 与 C_{20} , C_{22}
观测值权重	每次迭代后残差RMS

飞掠由火卫一重力场摄动引起的探测器视向速度偏移见图3.

当到达飞掠最近点附近时, 探测器的速度将会在火卫一重力场的吸引下产生急剧变化, 图3(a)显示火星快车在2010年3月3日20时15分(UTC)附近经过飞掠最近点, 产生了约6 mm/s的视向速度偏移. 而在图3(b)中, 火星快车在2013年12月29日7时23分(UTC)附近到达飞掠最近点, 并且发现跟踪数据存在约1 h的间断. 这是由于从地球上看来, 当飞掠最近点后, 火星快车抵达火星背部, 遮挡了对探测器的跟踪, 这一现象也是阻碍解算精度的主要因素之一. 解算结果如表3所示.

初始轨道根数、火星大气系数 Cd 、太阳光压 Cr 作为弧段参数, 火卫一 GM 与 C_{20} , C_{22} 作为全局参数来计算. 各待估参数的不确定度由解算参数的3倍标准差来表示. 观测量的权重矩阵由观测量的标准差确定, 对原始观测数据剔除坏点后多项式拟合, 即可得

到观测量的标准差或方差. 其中2010年飞掠数据权重设置为0.041 mm/s, 2013年飞掠数据权重与不同观测数据文件和地面跟踪站的天线口径有关, 具体数值可见表1. 火星快车MaRS射电科学团队在文献[11]中处理了2010年飞掠数据, 对数据进行滤波后, 噪声水平降低到0.014 mm/s, 解算参数不确定度的估计使用与本文相同的方法. 可发现本文结果与文献[11]相吻合, GM 与 C_{20} 的精度都有了大幅度的提升.

火星快车的精密星历曾经由两个独立的机构发布, 欧洲航天飞行中心(ESOC)和比利时皇家天文台(ROB). 两个机构发布的轨道精度类似, ESOC发布的火星快车精密轨道标称精度200 m^[29], 而ROB发布的轨道平均为20–25 m, 但最大也会超过300 m^[30]. 事实上, 我们对比了两机构在2013年飞掠期间发布的轨道, 其差距为600 m左右(图4), 无法判断哪家机构在飞掠期间的轨道精度高. 两弧段的重建轨道与精密轨道的

图 3 (网络版彩图)两次飞掠由火卫一重力场引起的探测器视向速度变化. (a) 表示2010年飞掠; (b) 表示2013年飞掠, 只显示飞掠前后两个时间段

Figure 3 (Color online) The change of spacecraft velocity in line-of-sight direction due to the gravity field of Phobos. (a) For 2010 flyby; (b) flyby scenario in 2013.

表 3 解算结果

Table 3 The solution results

	待估参数	计算结果
2010年飞掠	v_x	1075.1228 m/s
	v_y	-3032.7394 m/s
	v_z	-1998.9760 m/s
	Cr	1.1721
2013年飞掠	x	5732270.7397 m
	y	-2056102.4975 m
	z	6502325.8883 m
	v_x	-454.8261 m/s
	v_y	-1231.8501 m/s
	v_z	1741.5497 m/s
	Cd	1.9018
	Cr	1.1576
	GM	$(7.0768 \pm 0.0084) \times 10^5 \text{ m}^3/\text{s}^2$
	C_{20}	-0.1370 ± 0.0392
全局待估参数	C_{22}	0.0184 ± 0.0174

差异见图5。其中, ROB发布的精密星历不包括2010年飞掠弧段部分, 因此2010年飞掠弧段的重建轨道只与

图 4 (网络版彩图)欧洲航天飞行中心与比利时皇家天文台发布的火星快车精密星历的差异

Figure 4 (Color online) The precise ephemeris difference of MEX between ESOC and ROB.

ESOC发布的精密星历比较。两弧段重建轨道与精密星历最大的差异都是在轨道的法向(N), 这与其飞掠期间edge-on的轨道构型有关。图5(b)中发现重建轨道与ROB精密星历差异为100–300 m, 与ESOC精密星历差异为100–400 m, 这并不能说明重建轨道的精度, 但由于重建轨道落在两种精密星历之间, 我们有理由相信重建轨道的可靠性, 并且在飞掠最近点附近差异

图 5 (网络版彩图)两个飞掠弧段重建轨道与精密轨道的差异. (a) 2010年飞掠弧段重建轨道与欧洲航天飞行中心发布的精密星历的差异; (b) 2013年飞掠弧段重建轨道与比利时皇家天文台发布的精密星历的差异; (c) 2013年飞掠弧段重建轨道与欧洲航天飞行中心发布的精密星历的差异

Figure 5 (Color online) The difference between the two reconstruct orbits and precise ephemeris from ESOC and ROB. (a) The difference orbit of 2010 flyby with the ephemeris from ESOC; (b) the difference orbit of 2013 flyby with the ephemeris from ROB; (c) the difference orbit of 2013 flyby with the ephemeris from ESOC.

100 m 以下(虚线部分), 可进一步相信火卫一重力场反演的正确性.

定轨后的残差(Post-fit)见图6. 无论是2010年飞掠还是2013年飞掠, 定轨后残差都无系统性趋势, 接近白噪声分布, 表明模型建立可靠. 2010年定轨后残差末尾段产生了抖动的现象, 这一现象与文献[11]的处理结果类似, 可能原因是来源于观测数据本身的误差. 图7与8比较了本文得到的结果与目前已发表文章结果的区别^[11,31-34]. 从图7和8中, 可发现本文解算结果与已发表的结果相吻合, 并且 GM 与 C_{20} 的精度与火星快车MaRS射电科学团队公布的结果提升了2-3倍. 取万有引力常数 $G=(6.67408\pm0.00031)\times10^{-11}\text{ m}^3\text{ kg}^{-1}\text{ s}^{-2}$, 本文

求得的火卫一质量 m 为 $(1.060\pm0.0011)\times10^{16}\text{ kg}$, 结合形状模型确定的体积 $(5742\pm35)\text{ km}^3$ ^[35], 可计算出火卫一体密度(Bulk Density)为 $(1847\pm11)\text{ kg m}^{-3}$.

4 讨论与结论

本文针对火星快车新近的两次飞掠火卫一轨道跟踪多普勒数据, 基于WUDOGS软件解算平台, 通过建立高精度的太阳光压、大气阻力以及火星反照辐射和热辐射模型等, 解算了火卫一二阶重力场系数项. 解算结果与已发表的文章结果相吻合, 其中 GM 和 C_{20} 解算的精度与火星快车MaRS射电科学团队公布的结果提

图6 (网络版彩图)定轨后残差(Post-fit)统计. (a) 表示2010年飞掠情况; (b) 表示2013年飞掠的情况

Figure 6 (Color online) Post-fit residuals after subtracting the least-squares fit from observation. (a) The result of 2010 flyby; (b) the result of 2013 flyby.

图 7 (网络版彩图)本文火卫一GM解算值与其他文章结果比较

Figure 7 (Color online) Comparison of GM solution.

升了2–3倍。

使用本文得到的火卫一质量值 $1.060 \times 10^{16} \text{ kg}$, 结合形状模型确定的火卫一体积 5742 km^3 [35], 计算出火卫一的体密度为 $(1847 \pm 11) \text{ kg/m}^3$ 。这一密度小于任何

图 8 (网络版彩图)本文火卫一 C_{20} 和 C_{22} 解算值与其他文章结果比较

Figure 8 (Color online) Comparison of C_{20} and C_{22} solution.

已知的岩石密度, 可为火卫一具有高孔隙度的特性提供依据。

致谢 感谢美国宇航局与欧空局提供的历表与模型, 感谢Martin Pätzold教授和Thomas Paul Andert博士提供的火星快车飞掠数据, 感谢Jean-Pierre Barriot教授对数据处理细节给予的指导。

参考文献

- Zheng Y C, Ouyang Z Y. Development trend analysis of solar system exploration and the scientific vision for future missions (in Chinese). *J Deep Space Expl*, 2014, 1: 83–92 [郑永春, 欧阳自远. 太阳系探测的发展趋势与科学问题分析. *深空探测学报*, 2014, 1: 83–92]
- Zuber M T, McSween H Y, Binzel R P, et al. Origin, internal structure and evolution of 4 Vesta. *Space Sci Rev*, 2011, 163: 77–93
- Sagdeev R Z, Zakharov A V. Brief history of the Phobos mission. *Nature*, 1989, 341: 581–585
- Duxbury T C, Zakharov A V, Hoffmann H, et al. Spacecraft exploration of Phobos and Deimos. *Planet Space Sci*, 2014, 102: 9–17
- Duxbury T C. The figure of Phobos. *Icarus*, 1989, 78: 169–180
- Thomas N, Britt D T, Herkenhoff K E, et al. Observations of Phobos, Deimos, and bright stars with the Imager for Mars Pathfinder. *J Geophys Res*, 1999, 104: 9055–9068
- Bills B G, Neumann G A, Smith D E, et al. Improved estimate of tidal dissipation within Mars from MOLA observations of the shadow of Phobos. *J Geophys Res*, 2005, 110: E07004
- Thomas N, Stelter R, Ivanov A, et al. Spectral heterogeneity on Phobos and Deimos: HiRISE observations and comparisons to Mars Pathfinder results. *Planet Space Sci*, 2011, 59: 1281–1292
- Witasse O, Duxbury T, Chicarro A, et al. Mars express investigations of Phobos and Deimos. *Planet Space Sci*, 2014, 102: 18–34

- 10 Willner K, Oberst J, Hussmann H, et al. Phobos control point network, rotation, and shape. *Earth Planet Sci Lett*, 2010, 294: 541–546
- 11 Pätzold M, Andert T P, Tyler G L, et al. Phobos mass determination from the very close flyby of Mars Express in 2010. *Icarus*, 2014, 229: 92–98
- 12 Shi X, Willner K, Oberst J, et al. Working models for the gravitational field of Phobos. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2012, 55: 358–364
- 13 Ye M, Li F, Yan J G, et al. Wuhan University Deep-space Orbit Determination and Gravity Recovery System (WUDOGS) and its application analysis (in Chinese). *Acta Geodaet Cartogr Sin*, 2017, 46: 288–296 [叶茂, 李斐, 鄢建国, 等. 深空探测器精密定轨与重力场解算系统 (WUDOGS)及其应用分析. *测绘学报*, 2017, 46: 288–296]
- 14 Ye M, Li F, Yan J G, et al. Review of deep space orbit determination software and introduction to WUDOGS (in Chinese). *J Spacecr TT&C Technol*, 2017, 36: 45–55 [叶茂, 李斐, 鄢建国, 等. 国内外深空探测器精密定轨软件研究综述及WUDOGS简介. *飞行器测控学报*, 2017, 36: 45–55]
- 15 Yan J, Yang X, Ye M, et al. Independent Mars spacecraft precise orbit determination software development and its applications. *Astrophys Space Sci*, 2017, 362: 123
- 16 Anderson J D, Armstrong J W, Campbell J K, et al. Gravitation and celestial mechanics investigations with Galileo. *Space Sci Rev*, 1992, 60: 591–610
- 17 Pätzold M, Wennmacher A, Häusler B, et al. Mass and density determinations of 140 Siwa and 4979 Otawara as expected from the Rosetta flybys. *Astron Astrophys*, 2001, 370: 1122–1127
- 18 Heiskanen W A, Moritz H. Physical geodesy. *Bull Geodes*, 1967, 86: 491–492
- 19 Archinal B A, Acton C H, A'Hearn M F, et al. Report of the IAU working group on cartographic coordinates and rotational elements: 2015. *Celest Mech Dyn Astr*, 2015, 130: 22
- 20 Montenbruck O, Gill E. *Satellite Orbits: Models, Methods and Applications*. Berlin: Springer Science & Business Media, 2012
- 21 Yan J, Yang X, Hao W, et al. A new tracking mode for improved Martian gravity field measurement. *Astrophys Space Sci*, 2017, 362: 236
- 22 Lainey V, Cooper N, Murray C, et al. Physical librations and possible homogeneity of natural moons from astrometry. In: *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts*. 2016. 48
- 23 Forget F, Hourdin F, Fournier R, et al. Improved general circulation models of the Martian atmosphere from the surface to above 80 km. *J Geophys Res*, 1999, 104: 24155–24175
- 24 Konopliv A S, Park R S, Folkner W M. An improved JPL Mars gravity field and orientation from Mars orbiter and lander tracking data. *Icarus*, 2016, 274: 253–260
- 25 Folkner W M, Williams J G, Boggs D H. The Planetary and Lunar Ephemeris DE 421. *Interplanetary Network Progress Report*, 2009, 178: 1–34
- 26 Vallado D A. *Fundamentals of Astrodynamics and Applications*. Berlin: Springer Science & Business Media, 2001
- 27 Moyer T D. *Formulation for Observed and Computed Values of Deep Space Network Data Types for Navigation*. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2014
- 28 Boehm J, Werl B, Schuh H. Troposphere mapping functions for GPS and very long baseline interferometry from European Centre for Medium-Range Weather Forecasts operational analysis data. *J Geophys Res*, 2006, 111: B02406
- 29 Express M. *ESA SP-1291: Mars Express—The Scientific Investigations*. European Space Agency, 2010
- 30 Rosenblatt P, Lainey V, Le Maistre S, et al. Accurate Mars Express orbits to improve the determination of the mass and ephemeris of the Martian moons. *Planet Space Sci*, 2008, 56: 1043–1053
- 31 Kolyuka Y F, Efimov A E. Refinement of the Gravitational Constant of PHOBOS from PHOBOS-2 Tracking Data. *Sov Astron Lett*, 1990, 16: 168–170
- 32 Jacobson R A. The orbits and masses of the martian satellites and the libration of Phobos. *Astron J*, 2010, 139: 668–679
- 33 Andert T P, Rosenblatt P, Pätzold M, et al. Precise mass determination and the nature of Phobos. *Geophys Res Lett*, 2010, 37: L09202–256
- 34 Berthias J. Analysis of the phobos 2 radiometric data set. *JPL Interoffice Memo*, 1990, 314.6–1129
- 35 Willner K, Shi X, Oberst J. Phobos' shape and topography models. *Planet Space Sci*, 2014, 102: 51–59

Low-degree gravity field recovery of Phobos based on MEX flyby data

YANG Xuan¹, YAN JianGuo^{1*}, LIU ShanHong¹, YE Mao¹, JIN WeiTong¹ & LI Fei^{1,2}

¹ State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430079, China;

² Chinese Antarctic Center of Surveying and Mapping, Wuhan University, Wuhan 430079, China

The accurate Phobos gravity field model can provide informative constraints for modeling internal structure of Phobos. An in-depth understanding of the internal structure of Phobos will provide an important basis on interpreting origin and evolution for Martian system and even the evolution of the solar system. However, the Phobos gravity field model has not been accurately determined. In order to obtain the Phobos low-degree gravity field model, the radio tracking data of Mars Express during Phobos flyby in 2010 and 2013 were processed. Through the modeling of various high-fidelity force models of the spacecraft and combined the two flyby data, the resulting Phobos GM is $(7.0768 \pm 0.0084) \times 10^5 \text{ m}^3/\text{s}^2$, the C_{20} value -0.1370 ± 0.0392 , and the C_{22} value 0.0184 ± 0.0174 . The solution coincided with the results released by the Mars radio science team, and the precision increased by two to three times. According to the GM we obtained, the mass of Phobos could be estimated at $(1.060 \pm 0.0011) \times 10^{16} \text{ kg}$, and with the volume of Phobos $(5742 \pm 35) \text{ km}^3$, the Phobos bulk density is $(1847 \pm 11) \text{ kg/m}^3$.

Mars express, Phobos, Doppler, low-degree gravity field

PACS: 95.55.Pe, 95.55.Jz, 96.25.Nc, 96.30.Hf

doi: [10.1360/SSPMA2018-00249](https://doi.org/10.1360/SSPMA2018-00249)