论文

ZPS黑洞的几何结构与热力学性质

魏益焕*

渤海大学数理学院, 锦州 121000

*联系人, E-mail: yihuanwei@126.com

收稿日期: 2019-01-31; 接受日期: 2019-04-04; 网络出版日期: 2019-08-29

国家自然科学基金(编号: 11504027)资助项目

摘要 本文研究了球对称Zero Pressure Schwarzschild (ZPS)黑洞的时空结构和热力学性质. ZPS黑洞有两个黑洞视界或单一黑洞视界. 非极端ZPS黑洞的视界半径依赖参数 a 的选择, 极端ZPS黑洞有与史瓦西黑洞相同的质量和半径. 对于存在两个视界的情况, 本文给出了ZPS黑洞的几何结构. 球对称ZPS时空中流体的能量密度反比于 r^3 . 以ZPS黑洞视界作为边界的系统满足热力学第一定律. 在黑洞视界改变的过程中, 黑洞能量的增加量包括黑洞质量的增加量和其他形式能量的增加量. 在参数 a 保持不变的情况下, 计算了ZPS黑洞外视界和内视界的热容. 在 $a_1 < a < 2$ 范围内($a_1 \approx 1.74$), ZPS黑洞外视界的热容取正值. 因此, ZPS黑洞的外视界能够处于稳定的热平衡状态. 通过考虑非极端ZPS黑洞的左系统和右系统, 研究了黑洞热力学第三定律的问题. 在ZPS黑洞热力学第三定律的表述中, 强调黑洞的左系统满足能斯特定理.

关键词 ZPS黑洞, 能量密度, 热容, 热力学第三定律, 能斯特定理

PACS: 04.70.Dy, 98.80.-k, 98.80.Es

1 引言

史瓦西(Schwarzschild)黑洞描述无物质分布的球对称黑洞时空, 它的质量隐藏于黑洞的内部. 一类静态球对称黑洞的度规取多项式的形式, 时空能量-动量张量的四个分量满足 $T_t^t = T_r^r$ 和 $T_\theta^\theta = T_\phi^\phi$ [1-3]. 这类球对称时空解包括史瓦西黑洞、德西特(de Sitter)黑洞(正真空能)、反德西特(anti-de Sitter)黑洞(负真空能)和RN黑洞(静电能)等时空解. Hayward时空可考虑为史瓦西黑洞时空的一个推广 [4]. 在参数 $l = 0$ 的情况下, Hayward时空退化到史瓦西黑洞时空的情形.

在耦合非线性电动力学的(NED)引力理论中 [5], 时空能量来自于非线性电磁源的贡献. NED引力理论中的一些球对称时空解满足上面提到的时空能量-动量张量的特点 [6-10]. 这些黑洞时空的引力中心区域是近似的德西特核, 度规函数的渐近展开式中存在类似于RN时空的静电场项. Bardeen解描述带有磁单极子的球对称规则黑洞时空 [9]. 考虑到物质的量子性质, 物质分布的最大密度应由一个最小的长度尺度来确定, 因此取有限值. 量子物质和电荷按高斯律分布, 球对称时空的引力中心区域形成准德西特核 [11-13], 它们可认为是量子修正后的史瓦西解和RN解.

引用格式: 魏益焕. ZPS黑洞的几何结构与热力学性质. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2019, 49: 100401

Wei Y-H. Geometric structure and thermodynamic properties of ZPS black hole (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2019, 49: 100401, doi: 10.1360/SSPMA-2019-0032

由多个参数(如质量、电荷、宇宙常数等)描述的时空可能存在多个视界,其中包括黑洞视界和宇宙视界.除史瓦西黑洞外,其他非极端黑洞都可能有两个黑洞视界.对于黑洞外视界外面的观察者,黑洞外视界具有特殊地位,所观测到的黑洞辐射信息等都是从外视界发出的.然而,对于处于黑洞内视界内部的“观察者”来讲,他们会直接面对黑洞的内视界面^[14].带有两个视界的黑洞是复合的热力学系统,在讨论黑洞能斯特定理的问题时仅仅考虑黑洞外视界上的热力学性质是不充分的^[15-17].在探讨黑洞是否满足热力学第三定律的问题时,需要考虑到内视界系统^[18-20].就黑洞热力学意义上来说,黑洞的内视界和外视界处于同等地位.黑洞热容的性质反映黑洞的热稳定性.采用不同的黑洞热容定义^[21,22],会导致对黑洞热性质的不同解释.

本文首先给出球对称Zero Pressure Schwarzschild (ZPS)时空的物质分布情况,确定ZPS黑洞的半径和极端ZPS黑洞所满足的条件.然后,研究非极端ZPS黑洞的热力学第一定律和热容性质等问题.对于非极端ZPS黑洞,通过引入黑洞的左系统和右系统,研究关于黑洞热力学第三定律的问题.

2 ZPS黑洞的几何性质

考虑下面的球对称时空度规:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -f dt^2 + f^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (1)$$

其中 $f = 1 - \frac{2m}{r}$, $m = m(r)$ 为时空的质量函数.当质量函数为常数时,上面的度规描述史瓦西黑洞时空.在 $G = \hbar = 1$ 单位中,史瓦西黑洞的半径为质量的2倍.若质量函数取为 $m = M + m_1(r)$ 的形式,并有 $m_1(\infty) \neq 0$ 非常数,则时空质量为 M .由度规(1)所描述时空的能量-动量张量的四个分量为^[1,2]

$$T_t^t = T_r^r = -\frac{1}{r^2}(f - 1 + rf'), \quad (2)$$

$$T_\theta^\theta = T_\varphi^\varphi = -\frac{1}{2r}(2f' + rf''), \quad (3)$$

其中 $f' = df/dr$ 和 $f'' = d^2f/dr^2$.这类球对称时空的能量密度和压强分别是 $\rho = \frac{1}{8\pi}T_t^t$ 和 $p_i = -\frac{1}{8\pi}T_i^i$,这里指标 $i = r, \theta, \varphi$.

在引力作用下,时空中流体的压力往往表现出各向异性的性质. Kiselev时空的度规函数取幂指数多项式形式^[1].对于时空质量函数取 $m = M + \frac{\mu}{r^w}$ 的情况(w 和 μ 是常数),时空中流体的能量密度 ρ 、径向压力 p_r 和切向压力 $p_\tau = p_\theta = p_\varphi$ 分别为 $\rho = -p_r = \frac{-3w\mu}{4\pi r^{3(w+1)}}$ 和 $p_\tau = \frac{-3w(1+3w)\mu}{8\pi r^{3(w+1)}}$.容易验证, ρ , p_r , p_τ 和 w 之间满足关系 $w = \frac{p_r + 2p_\tau}{3\rho}$,其中 $\frac{p_r + 2p_\tau}{3}$ 扮演有效压力的角色.

对于球对称时空(1)中的流体,有效压力定义为 $p_{\text{eff}} = \frac{p_r + p_\theta + p_\varphi}{3}$.方便起见,本文称有效压力为零的流体为零压流体(ZP流体),充满ZP流体的时空称为球对称ZPS时空.由ZP流体所满足的条件

$$T_r^r + 2T_\theta^\theta = 0, \quad (4)$$

得到ZPS时空所满足的方程

$$1 - f - 3rf' - r^2f'' = 0. \quad (5)$$

通过解方程(5),得到ZPS时空的度规函数

$$f = 1 - \frac{2M}{r}(1+z), \quad z = \ln \frac{r}{a}, \quad (6)$$

其中 M 是ZPS时空的质量, a 是具有长度量纲的参量.由 $\rho = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{dm}{dr}$,得到ZPS时空的能量密度 $\rho = \frac{M}{2\pi r^3}$.

ZPS时空中的黑洞称为ZPS黑洞,它的视界半径(r_H)由方程 $f(r_H) = 0$ 确定.类似于RN黑洞的情况,ZPS黑洞拥有两个视界或单一视界(图1和2).

在 $0 < a < 2$ 的范围内,ZPS黑洞存在两个视界(半径 r_+ 和 r_-).ZPS黑洞视界半径与参数 a 的关系见图3.

图1 (网络版彩图)ZPS黑洞存在两个视界(非极端黑洞)或单一视界(极端黑洞)

Figure 1 (Color online) The ZPS black hole has two horizons (non-extreme black hole) or a single horizon (extreme black hole).

图 2 (网络版彩图)带有两个视界(半径 r_+ 和 r_-)的ZPS黑洞有三个时空区: 黑洞区(BH Region)外时空区(Outer Region)和内时空区(Inner Region) [28]. 中心点(Centre Point)是时空奇点
Figure 2 (Color online) The ZPS black hole with two horizons (radius r_+ and r_-) has three spacetime regions: the region between the outer horizon and the inner horizon (BH region), the region outside the outer horizon (Outer region), and the region inside the inner horizon (inner region) [28]. The central point is the singularity point of spacetime.

图 3 (网络版彩图)ZPS黑洞的 r_+ - a 曲线和 r_- - a 曲线
Figure 3 (Color online) The r_+ - a curve and the r_- - a curve of the ZPS black hole.

当参数 $a = 2$ 时, ZPS黑洞是一个极端黑洞-极端ZPS黑洞.

3 ZPS黑洞的能量和热容性质

黑洞热力学建立在黑洞熵和黑洞温度的定义之上 [23,24]. 对于由度规(1)描述的黑洞时空, 黑洞的熵和温度分别正比于黑洞视界的面积和它的表面引力

$$S_H = \pi r_H^2, \quad T_H = \frac{1}{2\pi} \kappa_H, \quad (7)$$

其中 $\kappa_H = \frac{1}{2} f'(r_H)$ 表示视界的表面引力. ZPS黑洞的

温度为

$$T_H = \frac{M}{2\pi r_H^2} z_H, \quad (8)$$

其中 $z_H = z(r_H)$ 是 z 在黑洞视界上的取值. 类似于RN黑洞的内视界和德西特时空宇宙视界的负表面引力, ZPS黑洞内视界的表面引力也取负值.

静态球对称时空的Misner-Sharp(MS)能为 $E_{MS} = \frac{1}{2} r(1 - f)$, 其中 f 是一般度规函数 [25]. 对于史瓦西黑洞的情况, MS能等于黑洞的质量 [26]. 时空的MS能与由爱因斯坦能量-动量张量给出的时空能量相一致. 对于渐近平直时空, 整个空间中的MS能为 M . 由视界所包围时空区域的MS能总是视界半径的 $\frac{1}{2}$. 令 $f = 0$, 得到ZPS黑洞视界所包围时空区的能量

$$E_H^{(ZPS)} = \frac{1}{2} r_H = \frac{1}{2} r_H(M, a). \quad (9)$$

对于带有两个视界的黑洞, 外视界内的能量被认为就是黑洞的能量. 对ZPS黑洞能量 $E_+^{(ZPS)} = E_+^{(ZPS)}(M, a)$ 微分给出

$$dE_+^{(ZPS)} = \frac{r_+^2}{2M(r_+ - 2M)} dM - \frac{Mr_+}{a(r_+ - 2M)} da. \quad (10)$$

(10)式可写为黑洞热力学第一定律的形式 [23]

$$dE_+^{(ZPS)} = dQ^{(+)} + dW^{(+)} = T_+ dS_+ - p_+ dV_+, \quad (11)$$

其中 $dQ^{(+)}$ 和 $dW^{(+)}$ 是通过外视界“流入”黑洞的热量和流体对黑洞外视界所做的功, $p_+ = -\rho(r_+)$ 表示时空流体的径向压力在外视界上的取值, $V_+ = \frac{4}{3}\pi r_+^3$ 是黑洞外视界所包围的体积 [27]. 对于ZPS黑洞内视界所包围时空区的能量 $E_-^{(ZPS)} = E_-^{(ZPS)}(M, a)$, 存在类似于(11)的热力学第一定律 [28]. 另外, 可以定义ZPS黑洞区的能量. 所谓的ZPS黑洞区指ZPS黑洞两个视界之间的时空区域(图2), ZPS黑洞区的能量为 $E_{BH}^{(ZPS)} = E_+^{(ZPS)} - E_-^{(ZPS)}$.

在黑洞视界改变的过程中, 黑洞的能量增加量包含两个部分, 其中一个部分是通过视界流入黑洞的热能 ΔQ , 另外一部分为流体对视界所做的功 ΔW . 另一方面, 黑洞的能量增加可分解为黑洞质量的增加量 ΔM 和其他形式能量的增加量 ΔE_F . 黑洞热容是描述黑洞热性质的一个重要的物理量 [21,22]. 在文献[21]中, 黑洞热容定义为黑洞质量对黑洞温度的

增加率. 这个“热容”的定义不能完全反映黑洞的热性质. 本文采用下面的黑洞热容定义^[14]:

$$C = \frac{dQ}{dT_H} = T_H \frac{dS_H}{dT_H}. \quad (12)$$

热力学系统的热容性质依赖具体的热力学过程. 在参数 a 保持不变的过程中, ZPS黑洞(外视界所包围的时空区域)的热容为

$$C_a^{(+)} = T_+ \frac{dS_+}{da} \Big|_a = \frac{4x_+^2 z_+ (1 + z_+)}{2 + (x_+ - 4)z_+ - 4z_+^2} \pi M^2, \quad (13)$$

其中 $z_{\pm} = z(r_{\pm})$ 和 $x_{\pm} = \frac{r_{\pm}}{M}$. 在 $a_1 < a < 2$ 的范围里($a_1 \approx 1.74$), 热容 $C_a^{(+)}$ 是正的(图4左半图).

这说明在 $2M < r_+ < 3.2M$ 的范围内, ZPS黑洞的外视界能够处于稳定的热平衡状态.

类似于黑洞外视界的熵和温度, 黑洞内视界的熵 S_- 和温度 T_- 正比于内视界的面积和表面引力. 黑洞内视界有负表面引力, 因此内视界有负温度^[29]. 若内视界温度取为负值, 则内视界的熵取正值. 在内视界半径增大 Δr_- 的过程中, 由黑洞区通过内视界流入内时空区的热量为 $\Delta Q_- = T_- \Delta S_-$. 在参数 a 保持不变的热力学过程中, 以ZPS黑洞内视界为边界的系统的热容为

$$C_a^{(-)} = T_- \frac{dS_-}{da} \Big|_a = \frac{4x_-^2 z_- (1 + z_-)}{2 + (x_- - 4)z_- - 4z_-^2} \pi M^2. \quad (14)$$

ZPS黑洞的热容 $C_a^{(-)} < 0$ (参见图4右半图). 它表明在 a 保持不变的过程中, ZPS黑洞的内视界不能处于稳定的热平衡状态. 在 $a < a_1$ 的范围内, $C_a^{(+)}$ 和 $C_a^{(-)}$ 都取负值. 因此, 对于一些较小的参数 a , ZPS黑洞不具有热稳定性.

图 4 (网络版彩图) $C_a^{(+)}$ - a 曲线和 $C_a^{(-)}$ - a 曲线, 图中纵坐标 $C^+ = C_a^{(+)}$ 和 $C^- = C_a^{(-)}$

Figure 4 (Color online) The $C_a^{(+)}$ - a curve with $C^+ = C_a^{(+)}$ and the $C_a^{(-)}$ - a curve with $C^- = C_a^{(-)}$.

在史瓦西黑洞视界内部, 坐标 r 具有时间维度的意义. 在RN黑洞内时空区和外时空区, r 具有空间维度的意义. 对于电荷-质量比趋于零的情况, RN黑洞内视界所包围区域的半径趋于零, 外时空区的几何性质和引力性质都接近于史瓦西黑洞时空的性质. 由 $f(r_H) = 0$, ZPS黑洞的质量获得为 $M = \frac{1}{2(1+z_H)} r_H$. ZPS黑洞的质量可用斯马尔(Smarr)关系的形式表示出来^[30]

$$M = M(S_H, a) = \frac{1}{2(1+z_H)} \sqrt{S_H/\pi}. \quad (15)$$

对ZPS黑洞质量微分给出

$$dM = \tilde{T}_H dS_H + \Theta_a da, \quad (16)$$

其中 $\tilde{T}_H = \frac{\partial M}{\partial S_H} \Big|_a = \frac{2M}{r_H} T_H$, 与参量 a 相联系的势为 $\Theta_a = \frac{\partial M}{\partial a} \Big|_{S_H} = \frac{2M^2}{ar_H}$. (16)式可称为关于ZPS黑洞的微分形式的斯马尔关系.

接下来, 讨论与ZPS黑洞能量相关的问题. 已知黑洞的能量和质量, 可得到黑洞内“流体”的能量. 黑洞内的流体能量定义为黑洞能量与黑洞质量的差值 $E_{F+}^{(ZPS)} = E_+^{(ZPS)} - M = Mz_+$. 对于非极端ZPS黑洞的情况, 有 $z_+ > 0$, 因此流体能量 $E_{F+}^{(ZPS)}$ 取正值. 在参数 a 保持不变的微小过程中, 黑洞质量和黑洞能量的变化量有下面的关系

$$\Delta M = \frac{2(x_+ - 2)}{x_+^2} \Delta E_+^{(ZPS)}. \quad (17)$$

比率 $\frac{\Delta M}{\Delta E_+^{(ZPS)}}$ 的最大值为0.25, 它对应于 $r_+ = 4M$ 的情况. (17)式反映了在 a 保持不变过程中的ZPS黑洞的吸积特性.

4 近极端ZPS黑洞的热性质

带有两个视界的黑洞是由内视界和外视界组成的复合热力学系统. 内视界和外视界作为黑洞的两个子系统, 具有不同的温度. 内视界半径趋近于外视界半径的ZPS黑洞为近极端ZPS黑洞. 近极端ZPS黑洞满足条件 $z^{(\pm)} \rightarrow 0^{\pm}$.

对于带有两个视界的黑洞, 可构造黑洞的左系统和右系统^[31]. 黑洞左系统和右系统的熵和温度由下面两式给出:

$$S_{\eta} = S_+ + \eta S_-, \quad (18)$$

$$T_{\eta}^{-1} = T_{+}^{-1} + \eta T_{-}^{-1}, \quad (19)$$

其中 $\eta = 1$ 和 $\eta = -1$ 分别对应于黑洞右系统和左系统的情况. ZPS黑洞右系统和左系统的温度为 $T_{\eta} = \frac{M}{2\pi} \frac{z^{(+)}z^{(-)}}{r_{+}^2 z^{(-)} + \eta r_{-}^2 z^{(+)}}$, 即

$$T_{\eta} = \frac{1}{2\pi M} \frac{\left(\frac{x_{+}}{2} - 1\right)\left(\frac{x_{-}}{2} - 1\right)}{x_{+}^2 \left(\frac{x_{+}}{2} - 1\right) + \eta x_{-}^2 \left(\frac{x_{-}}{2} - 1\right)}. \quad (20)$$

在弦理论中右系统和左系统分别由右运动模和右运动模所构成^[32,33].

对于RN黑洞, 内外视界半径可写为 $r_{\pm} = M \pm \epsilon$ 的形式^[31]. 对于ZPS黑洞, 内外视界半径不存在这样一个简单关系. 通过令 $x_{\pm} = 2 \pm \Delta_{\pm}$ ($\Delta_{\pm}$ 是小量)并忽略掉分母中的三阶小量, (20)式化为

$$T_{\eta} = \frac{1}{16\pi M} \frac{\Delta_{+}\Delta_{-}}{(1 + \Delta_{+})\Delta_{-} - \eta(1 - \Delta_{-})\Delta_{+}}. \quad (21)$$

对于 $\eta = 1$ 的情况, (21)式给出近极端ZPS黑洞右系统的温度

$$T_R = \frac{1}{16\pi M} \frac{1}{2 - \chi}, \quad (22)$$

其中 $\chi = \frac{\Delta_{+} - \Delta_{-}}{\Delta_{+} + \Delta_{-}}$. 图5显示了在一个极小区间内的 χ 随 a 的变化情况. 令参数 $a=2-10^{-15}$, 则有 $\chi \approx 0.32554$ 和 $T_R^{(15)} \approx 0.07465/2\pi M$ (参考图6).

图5中接近 $a=2-10^{-15}$ 处的 χ - a 曲线显示其继续向下延伸的趋势. 这说明随参数 $a \rightarrow 2$, χ 趋于更小的值, 因此ZPS黑洞右系统温度趋于一个与 $T_R^{(15)}$ 同量级的有限值.

图5 (网络版彩图) χ - a 曲线显示在参数区间 $(2 - 2.25 \times 10^{-12}, 2 - 10^{-15})$ 内的比率 χ

Figure 5 (Color online) The χ - a curve shows the ratio χ in the parameter interval $(2 - 2.25 \times 10^{-12}, 2 - 10^{-15})$.

图6 (网络版彩图) ZPS黑洞右系统与左系统的熵和温度(单位 $T_M = 1/2\pi M$)

Figure 6 (Color online) The entropies and temperatures (the unit $T_M = 1/2\pi M$) of the right and left systems of the ZPS black hole.

对于 $\eta = -1$ 的情况, (21)式给出近极端ZPS黑洞左系统的温度

$$T_L = \frac{1}{16\pi M} \frac{\Delta_{+}\Delta_{-}}{\Delta_{+} + \Delta_{-}}. \quad (23)$$

随 $\Delta_{\pm} \rightarrow 0$, 显然有ZPS黑洞左系统温度 T_L 趋于零. 图6显示了ZPS黑洞左右系统的熵和温度. 随着参数 a 的值趋于2, ZPS黑洞右系统的温度趋于一个常数, 左系统温度趋近于零. 在近极端黑洞的情况下, 量子场统计熵是一个小量, 因此支持黑洞的能斯特定理^[34-36]. 综上所述, 我们给出如下关于ZPS黑洞的热力学第三定律表述: 随 $r_{+} \rightarrow r_{-}$ ($a \rightarrow 2 - 0^{+}$), ZPS黑洞右系统的熵和温度趋于确定的有限值, ZPS黑洞左系统满足能斯特定理: 随左系统温度 T_L 趋近于零, ZPS黑洞左系统的熵趋近于零.

5 讨论与结论

球对称的ZPS黑洞解不属于已提出的NED引力理论中的解, 也不属于考虑到量子修正后的史瓦西解. ZPS黑洞中心存在类时奇异性, 这一点和RN黑洞的情况相类似. 非极端ZPS黑洞有两个视界, 内视界有类似于RN黑洞内视界的负温度. 极端ZPS黑洞和史瓦西黑洞有相同的质量和黑洞视界半径. 然而, 由于极端ZPS黑洞视界外存在物质分布, 从而能够产生不同的观测效应. 对于无质量的粒子, 其运动方程中的有效势依赖黑洞视界外的物质分布情况. ZPS黑洞时空中的光子势小于史瓦西时空中的光子势. 因此, 尽管有相同的黑洞半径, 但ZPS黑洞应该有更小的观察截面.

在参数区间 $1.74 < a < 2$ 内, 非极端ZPS黑洞外视

界的热容取正值, 这反映了ZPS黑洞的热稳定性. 与ZPS黑洞内视界相联系的热容恒取为负值, 它指内视界半径变小的趋势, 这一点与RN黑洞内视界的情况相类似. 通过研究近极端ZPS黑洞右系统和左系统的热力学性质, 提出了关于ZPS黑洞的热力

学第三定律. 本文所考虑的ZPS黑洞带有两个具有有限尺寸的黑洞视界, 关于ZPS黑洞的热力学第三定律包含了关于ZPS黑洞的能斯特定理, 强调黑洞的左系统满足能斯特定理, 右系统是一个有限温度系统.

参考文献

- 1 Kiselev V V. Quintessence and black holes. *Class Quantum Grav*, 2003, 20: 1187–1198
- 2 Chen S, Wang B, Su R. Hawking radiation in a d-dimensional static spherically symmetric black hole surrounded by quintessence. *Phys Rev D*, 2008, 77: 124011
- 3 Wei Y H, Ren J. Thermodynamic properties of Reissner-Nordström-de Sitter quintessence black holes. *Chin Phys B*, 2013, 22: 030402
- 4 Hayward S A. Formation and evaporation of nonsingular Black Holes. *Phys Rev Lett*, 2006, 96: 031103
- 5 Salazar I H, García D A, Plebański J. Duality rotations and type D solutions to Einstein equations with nonlinear electromagnetic sources. *J Math Phys*, 1987, 28: 2171–2181
- 6 Balart L, Vagenas E C. Regular black holes with a nonlinear electrodynamics source. *Phys Rev D*, 2014, 90: 124045
- 7 Ayón-Beato E, García A. Regular black hole in general relativity coupled to nonlinear electrodynamics. *Phys Rev Lett*, 1998, 80: 5056–5059
- 8 Ayón-Beato E, García A. Four-parametric regular black hole solution. *Gen Relativ Gravit*, 2005, 37: 635–641
- 9 Bronnikov K A. Regular magnetic black holes and monopoles from nonlinear electrodynamics. *Phys Rev D*, 2001, 63: 044005
- 10 Fan Z Y, Wang X. Construction of regular black holes in general relativity. *Phys Rev D*, 2016, 94: 124027
- 11 Ansoldi S, Nicolini P, Smailagic A, et al. Non-commutative geometry inspired charged black holes. *Phys Lett B*, 2007, 645: 261–266
- 12 Nicolini P, Smailagic A, Spallucci E. Noncommutative geometry inspired Schwarzschild black hole. *Phys Lett B*, 2006, 632: 547–551
- 13 Spallucci E, Ansoldi S. Regular black holes in UV self-complete quantum gravity. *Phys Lett B*, 2011, 701: 471–474
- 14 Wei Y H. Thermodynamic properties of a regular black hole in gravity coupling to nonlinear electrodynamics. *Entropy*, 2018, 20: 192
- 15 Hawking S W, Horowitz G T, Ross S F. Entropy, area, and black hole pairs. *Phys Rev D*, 1995, 51: 4302–4314
- 16 Wald R M. “Nernst theorem” and black hole thermodynamics. *Phys Rev D*, 1997, 56: 6467–6474
- 17 Zhao Z, Zhu J Y. Black hole entropy should satisfy Nernst theorem (in Chinese). *J Beijing Normal Univ (Nat Sci)*, 1998, 34: 504–505 [赵峥, 朱建阳. 能斯特定理与黑洞的普朗克绝对熵. 北京师范大学学报(自然科学版), 1998, 34: 504–505]
- 18 Zhao Z, Zhu J Y. Nernst theorem and Planck absolute entropy of black hole (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 1999, 48: 1158–1164 [赵峥, 朱建阳. 能斯特定理与黑洞的普朗克绝对熵. 物理学报, 1999, 48: 1158–1164]
- 19 Liu W B, Zhu J Y, Zhao Z. The entropy of Sen black hole and the Nernst theorem (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2000, 49: 581–585 [刘文彪, 朱建阳, 赵峥. Nernst定理与Reissner-Nordström黑洞Dirac场的熵. 物理学报, 2000, 49: 581–585]
- 20 Wei Y H. Effective thermodynamic properties of Kerr-Newman-anti-de Sitter black hole (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2010, 59: 4385–4389 [魏益焕. 克尔-纽曼-反德西特黑洞的有效热力学性质. 物理学报, 2010, 59: 4385–4389]
- 21 Myung Y S, Kim Y W, Park Y J. Thermodynamics of regular black hole. *Gen Relativ Gravit*, 2009, 41: 1051–1067
- 22 Wu S P, Liu C Z, Cao Q J, et al. The influence of the generalized uncertainty principle on Kerr black hole thermodynamics (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2018, 48: 050401 [吴善平, 刘成周, 曹巧君, 等. 广义不确定原理对Kerr黑洞热力学的影响. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2018, 48: 050401]
- 23 Bekenstein J D. Black Holes and entropy. *Phys Rev D*, 1973, 7: 2333–2346
- 24 Bekenstein J D. Generalized second law of thermodynamics in black-hole physics. *Phys Rev D*, 1974, 9: 3292–3300
- 25 Misner C W, Sharp D H. Relativistic equations for adiabatic, spherically symmetric gravitational collapse. *Phys Rev*, 1964, 136: B571–B576
- 26 Zhang H, Hayward S A, Zhai X H, et al. Schwarzschild solution as a result of thermodynamics. *Phys Rev D*, 2014, 89: 064052
- 27 Parikh M K. Volume of black holes. *Phys Rev D*, 2006, 73: 124021
- 28 Wei Y H. Understanding first law of thermodynamics of black holes. *Phys Lett B*, 2009, 672: 98–100
- 29 Park M I. Thermodynamics of exotic black holes, negative temperature, and Bekenstein Hawking entropy. *Phys Lett B*, 2007, 647: 472–476
- 30 Smarr L. Mass formula for Kerr black holes. *Phys Rev Lett*, 1973, 30: 71–73
- 31 Wu S Q. New formulation of the first law of black hole thermodynamics: A stringy analogy. *Phys Lett B*, 2005, 608: 251–257

- 32 Larsen F. String model of black hole microstates. *Phys Rev D*, 1997, 56: 1005–1008
- 33 Cvetič M, Larsen F. General rotating black holes in string theory: Greybody factors and event horizons. *Phys Rev D*, 1997, 56: 4994–5007
- 34 Zhao R, Zhang L C. The Nernst theorem and statistical entropy of the scalar field in Reissner-Nordström geometry (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2001, 50: 1015–1018 [赵仁, 张丽春. Reissner-Nordström几何中标量场的统计熵与能斯特定理. *物理学报*, 2001, 50: 1015–1018]
- 35 Zhang L C, Zhao R. Nernst theorem and entropy of two dimensional black holes (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2004, 53: 362–366 [张丽春, 赵仁. Sen黑洞熵与能斯特定理. *物理学报*, 2004, 53: 362–366]
- 36 Mi L Q. A new perspective on the extremal black hole entropy (in Chinese). *Sci Sin-Phys, Mech Astron*, 2013, 43: 225–229 [米丽琴. 极端黑洞熵的新认识. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2013, 43: 225–229]

Geometric structure and thermodynamic properties of ZPS black hole

WEI Yi-Huan*

Department of Physics, Bohai University, Jinzhou 121000, China

In this paper, the spacetime structure and thermodynamic properties of the spherically symmetric Zero Pressure Schwarzschild (ZPS) black hole are studied. There may be two black hole horizons or a single horizon in the ZPS spacetime. The horizon radius of non-extremal ZPS black hole depends on the choice of parameter a . The extremal ZPS black hole possesses the same mass and radius as Schwarzschild black hole. The geometric structure of the ZPS black hole with two horizons is shown in Figure 2. The energy density of fluid in the spherically symmetric ZPS spacetime is inversely proportional to r^3 . The system with ZPS black hole horizon as boundary satisfies the first law of thermodynamics. In the process of the black hole horizon varying, the increase of black hole energy includes the increase of black hole mass and the increase of the energy existing in other forms in the ZPS spacetime. For the case of a being unchanged, the heat capacities of the outer and inner horizons of the ZPS black hole are calculated. In the range of $a_1 < a < 2$ ($a_1 \approx 1.74$), the heat capacity of the outer horizon of the ZPS black hole is positive. Therefore, the outer horizon of the ZPS black hole can be in a stable thermal equilibrium state. By considering the left and right systems of the non-extremal ZPS black hole, the third law of thermodynamics of black hole is studied. In the expression of the third law of thermodynamics for the ZPS black hole, it is emphasized that the left system of the black hole satisfies Nernst's theorem.

ZPS black hole, energy density, heat capacity, third law of thermodynamics, Nernst theorem

PACS: 04.70.Dy, 98.80.-k, 98.80.Es

doi: [10.1360/SSPMA-2019-0032](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2019-0032)