黑洞时空中的quintessence效应

何友表, 杨四江, 杜娟娟, 黎忠恒*

浙江工业大学理学院, 杭州 310023

*联系人, E-mail: zhli@zjut.edu.cn

收稿日期: 2018-04-22; 接受日期: 2018-05-21; 网络出版日期: 2018-08-09

国家自然科学基金(编号: 11475148, 11075141, 11675144)资助项目

摘要 引进了一个研究时空分类的新方法, 并在充满quintessence的RN(A)dS (Q-RN(A)dS)时空中, 研究了时空的视界和粒子的测地线. 我们发现非极端的Q-RNAdS时空存在两类黑洞, 一类有2个视界, 另一类有4个视界. 在束缚态的情况下, 有质量粒子在有两个视界的时空中, 其测地线随quintessence参数 r_q 增大(即暗能量的影响减小)每个周期远日点(或近日点)的进动角度增大; 而随着态方程参数 w_q 的减小, 运动一周到达远日点(或近日点)次数增多, 这表明人们可以根据进动角度和到达远日点的次数确定参数 r_q 和 w_q 的取值范围. 对于非极端的Q-RNdS度规, 时空也分为两类, 一类是只有1个宇宙视界的类de Sitter时空, 另一类的时空有3个视界, 其中一个为宇宙视界, 另外两个分别为黑洞内、外界视. 有趣的是, 类de Sitter时空中心是一个裸奇点, 但是任何粒子不可能到达裸奇点, 因为此处有效势趋于无穷大. 在束缚态的情况下, 粒子在这种时空中运动的轨迹受暗能量的影响不显著. 值得指出的是, 在具有4个视界的Q-RNAdS时空和3个视界的Q-RNdS时空中运动的粒子不存在束缚态.

关键词 quintessence, RN(A)dS时空, 视界, 测地线

PACS: 04.20.Cv, 04.70.Bw, 04.25.D-

1 引言

自二十年前, 两个Ia型超新星宇宙学观测组^[1,2]发现宇宙正在经历一次加速膨胀以来, 加速膨胀的推手——暗能量迎来了研究的黄金时代. 在理论上, 暗能量最简单的解释便是宇宙学常数. 由于其观测值远远小于理论所预言的值, 而面临严峻的挑战. 因而具有正则动能项的实标量场——quintessence是最有可能的候选者.

Quintessence是人们最熟悉、历史最悠久的暗能量宇宙学模型之一, 但其本质仍然不为人所知. 因此, 研究quintessence对黑洞时空的影响, 可能对理解暗能量本性提供一种新的途径.

2002年, Kiselev^[3]发现了一个处在quintessence中的球对称静态黑洞解, 这个解为人们研究黑洞时空中的quintessence效应提供了理论基础. Kiselev的线元为

$$ds^2 = A(r)dt^2 - A(r)^{-1}dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (1)$$

引用格式: 何友表, 杨四江, 杜娟娟, 黎忠恒. 黑洞时空中的quintessence效应. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2018, 48: 110401
He Y B, Yang S J, Du J J, Li Z H. The effect of quintessence in black hole spacetime (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2018, 48: 110401, doi: 10.1360/SSPMA2018-00137

其中,

$$A(r) = 1 - \frac{r_g}{r} + \frac{Q^2}{r^2} - \Lambda r^2 - \left(\frac{r_q}{r}\right)^{3w_q+1}, \quad (2)$$

这里 r_g , Q , Λ , r_q 和 w_q 是常数. 式(2)的最后一项是 quintessence 项, w_q 是态方程参数, 它满足不等式 $-1 < w_q < -\frac{1}{3}$. 线元(1)包含了许多熟知的时空线元, 例如 Schwarzschild, Reissner-Nordström, (anti-) de Sitter 等时空线元. 因此在这篇文章中我们称线元(1)描述的时空为 Q-RN(A)dS 时空.

十多年来, 人们在 Q-RN(A)dS 时空中研究了似正规模 [4]、Hawking 辐射 [5]、全息超导 [6] 和特殊情况下的测地线 [7,8], 但是这些研究都没有考虑 quintessence 对黑洞时空结构的影响, 也没有一般性地讨论时空中的粒子测地线.

这篇文章主要从事事件视界和测地线两个方面研究 quintessence 对时空的影响. 从线元(2)我们知道, 一般情况下视界方程的次数不是整数, 因此很难解析地讨论这些问题. 我们计划应用 Matlab 进行数值分析.

2 Quintessence 对时空视界的影响

黑洞具有视界是黑洞最重要的特性之一. 我们知道, Schwarzschild 时空有 1 个视界; 在非极端情况下, Reissner-Nordström 时空有 2 个视界, 而 Reissner-Nordström-de Sitter (RNdS) 时空有 3 个视界. 这一节, 我们将讨论 Q-RN(A)dS 时空存在的视界数目.

Q-RN(A)dS 时空的视界方程是

$$A(r) = 1 - \frac{r_g}{r} + \frac{Q^2}{r^2} - \Lambda r^2 - \left(\frac{r_q}{r}\right)^{3w_q+1} = 0. \quad (3)$$

方程(3)最多有 4 个正的实根, 设它们是 r_1, r_2, r_3, r_4 , 且满足 $r_1 < r_2 < r_3 < r_4$. 从线元(1)可以看出, 对于 Q-RNAdS 时空, 最大的根可以解释为外视界即事件视界, 其他的则为黑洞内视界; 对于 Q-RNdS 时空, 最大的根是宇宙视界, 次大的根为黑洞外视界, 其余为黑洞内视界.

当时空处于极端(两个视界重合), 或超极端(两个以上视界重合)情况时, 视界半径还必须满足下面的方程:

$$A'(r) = \frac{r_g}{r^2} - \frac{2Q^2}{r^3} - 2\Lambda r + \frac{3w_q+1}{r} \left(\frac{r_q}{r}\right)^{3w_q+1} = 0, \quad (4)$$

式中, $A'(r)$ 表示 $A(r)$ 对 r 的求导. 方程(3)和(4)可以变形为

$$\begin{cases} w_q = \frac{3\Lambda r^4 - r^2 + Q^2}{3(Q^2 - r_g r + r^2 - \Lambda r^4)}, \\ r_q = r \left(1 - \frac{r_g}{r} + \frac{Q^2}{r^2} - \Lambda r^2\right)^{\frac{\Lambda r^4 - r^2 + r_g r - Q^2}{2\Lambda r^4 - r_g r + 2Q^2}}. \end{cases} \quad (5)$$

显然, 当 r_g , Q 和 Λ 取确定值时, r 可作为参数, 在 r_q - w_q 平面上用方程(5)绘制出一条曲线. 这条曲线可以将黑洞分类. 如图 1 所示, 对于 Q-RNAdS 时空, 存在两类非极端黑洞. 区域(I)内的每一点对应的黑洞除事件视界外, 还有 3 个内视界; 区域(II)内的每一点对应的黑洞除事件视界外, 只有 1 个内视界. 虚线上的每一点, 对应 r_3 和 r_4 重合的极端黑洞; 实线上的每一点对应 r_2 和 r_3 重合的极端黑洞; 虚线和实线的交点对应一个 r_2, r_3, r_4 重合的超极端黑洞.

图 2 表明 Q-RNdS 时空的情况. 区域(I)内的每一点对应一个类 de Sitter 时空, 且中心的奇点是裸露的. 区域(II)对应的时空有一个宇宙视界, 一个黑洞外视界和一个黑洞内视界, 这种情况类似于 RNdS 时空. 虚线上的每一点对应黑洞的内、外视界重合的极端黑洞; 实线上的每一点对应黑洞外视界和宇宙视界重合的情况, 是非物理的; 在虚线和实线的交点上, 是黑洞内、外视界和宇宙视界重合的情况, 时空是超极端类 de Sitter 时空.

图 1 (网络版彩图) Q-RNAdS 时空中, r_q - w_q 平面上极端黑洞的曲线, 其中 $Q^2 = 1$, $r_g = 4$, $\Lambda = -10^{-5}$

Figure 1 (Color online) The curve of extreme black hole in the r_q - w_q plane for Q-RNAdS spacetime, where $Q^2 = 1$, $r_g = 4$, $\Lambda = -10^{-5}$.

图2 (网络版彩图)Q-RNdS时空中, r_q - w_q 平面上极端黑洞的曲线, 其中 $Q^2 = 5$, $r_g = 4$, $\Lambda = 10^{-5}$

Figure 2 (Color online) The curve of extreme black hole in the r_q - w_q plane for Q-RNdS spacetime, where $Q^2 = 5$, $r_g = 4$, $\Lambda = 10^{-5}$.

3 测地线

3.1 基本方程

在弯曲的时空中, 自由运动的粒子将沿着两点间最短(或最长)的路径——测地线运动, 其定义为

$$\delta S = \delta \int g_{\mu\nu} \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu d\lambda = 0, \quad (6)$$

其中, λ 为仿射参量, $\dot{x}^\mu$ 为对仿射参量 λ 的导数 $\frac{dx^\mu}{d\lambda}$. 将Q-RN(A)dS时空的线元(1)代入上式, 得到测地线方程:

$$\begin{cases} \dot{t} = \frac{E}{A(r)}, \\ \dot{r}^2 = E^2 - \left(\frac{L^2}{r^2} + \epsilon \right) A(r), \\ \dot{\phi} = -\frac{L}{r^2}. \end{cases} \quad (7)$$

由于 t 和 ϕ 是循环坐标, 所以相应的广义动量(能量 E 和轨道角动量 L)守恒. 在式(7)中, $\epsilon = 0$ 表示无质量粒子, 而 $\epsilon = 1$ 表示有质量粒子. 由于轨道角动量守恒, 在式(7)中, 我们已取 $\theta = \frac{\pi}{2}$.

将方程(7)中的第三式代入到第二式中, 可以得到

$$\left(\frac{dr}{d\phi} \right)^2 = \frac{E^2 r^4}{L^2} - \left(r^2 + \frac{\epsilon r^4}{L^2} \right) A(r). \quad (8)$$

若 $L \neq 0$, 从这个方程出发可以得到粒子的轨迹.

特殊情况 $w_q = -\frac{2}{3}$ 已被广泛讨论[7,8]. 在这种情况下, 测地线方程(7)中的径向分量可写为

$$\begin{aligned} \dot{r}^2 = & \epsilon \Lambda r^2 + \epsilon \frac{r}{r_q} + (\Lambda L^2 + E^2 - \epsilon) \\ & + \frac{\epsilon r_g r_q + L^2}{r_q r} - \frac{L^2 + \epsilon Q^2}{r^2} + \frac{r_g L^2}{r^3} - \frac{L^2 Q^2}{r^4}. \end{aligned} \quad (9)$$

如果角动量 $L = 0$, 对式(9)做坐标变换 $u = \frac{1}{r}$, 可将其变形为

$$\begin{aligned} \dot{u}^2 = & -\epsilon Q^2 u^6 + \epsilon r_g u^5 \\ & + (E^2 - \epsilon) u^4 + \epsilon \frac{u^3}{r_q} + \epsilon \Lambda u^2. \end{aligned} \quad (10)$$

另一方面, 如果 $L \neq 0$, 将式(2)代入到测地线的轨道方程(8)中后, 可得

$$\begin{aligned} \left(\frac{dr}{d\phi} \right)^2 = & \frac{\epsilon \Lambda}{L^2} r^6 + \frac{\epsilon}{L^2 r_q} r^5 \\ & + \left(\Lambda + \frac{E^2 - \epsilon}{L^2} \right) r^4 + \left(\frac{\epsilon r_g}{L^2} + \frac{1}{r_q} \right) r^3 \\ & - \left(1 + \frac{\epsilon Q^2}{L^2} \right) r^2 + r_g r - Q^2. \end{aligned} \quad (11)$$

在静态和稳态时空中, 许多情况下测地线需要求解如下形式的方程[9]:

$$\left(\frac{dx}{d\lambda} \right)^2 = f(x), \quad (12)$$

其中, x 为时空坐标. 研究表明, 如果 $f(x)$ 为6次或以下的多项式, 例如Schwarzschild (A)dS时空[10,11]和Kerr (A)dS时空[12], 上式可以解析求解. 如果 $f(x)$ 为4次以下多项式, 方程(12)的解可用椭圆函数表示[9,10], 而如果多项式阶数为5-6次, 方程(12)的解析解为超椭圆函数[9,13]. 基于这两个函数, 人们已经研究了一些静态球对称时空中的测地线解析解[10,11,13], 稳态轴对称黑洞背景下的测地线解析解[12-16]和高维或低维时空背景中的测地线解析解[17,18].

在 $w_q = -\frac{2}{3}$ 时, 方程(10)和(11)左边为6次多项式, 根据以上讨论可知, 这两个方程可以用超椭圆函数解析求解[9,13].

本文不讨论这种情况, 而是从基本方程(8)出发讨论更一般的测地线, 为了方便先引进有效势的概念.

3.2 有效势

从方程(7)知道, 测地线的径向方程可以变为

$$E^2 = \dot{r}^2 + V_e, \quad (13)$$

其中,

$$V_e = \left(\frac{L^2}{r^2} + \epsilon \right) A(r). \quad (14)$$

我们定义为有效势. $\dot{r}^2$ 大于等于零, 则有 $E^2 - V_e \geq 0$, 即

$$\begin{aligned} g(r) &\equiv E^2 - V_e \\ &= \epsilon \Lambda r^2 + \epsilon r_q^{3w_q+1} r^{-3w_q-1} \\ &\quad + (E^2 + \Lambda L^2 - \epsilon) + L^2 r_q^{3w_q+1} r^{-3w_q-3} \\ &\quad + \frac{\epsilon r_g}{r} - \frac{L^2 + \epsilon Q^2}{r^2} + \frac{r_g L^2}{r^3} - \frac{L^2 Q^2}{r^4} \geq 0. \end{aligned} \quad (15)$$

由于态方程参数 w_q 满足 $-1 < w_q < -\frac{1}{3}$, 所以有 $-2 < 3w_q + 1 < 0$. 从式(2)和(14)可知, 对于质量不为零的粒子, 有效势在 $r = 0$ 附近的主导项是 $\frac{L^2 Q^2}{r^4}$; 当 r 很大时, 主导项为 $-\Lambda r^2$. 而对于零质量的粒子, 有效势在 $r = 0$ 附近的主导项仍然是 $\frac{L^2 Q^2}{r^4}$, 但是当 r 很大时, 主导项趋于常数. 图 3(a)和(b)分别绘制 Q-RNAdS 和 Q-RNdS 时空中, 有质量粒子的有效势随态方程参数 w_q 变化的曲线. 注意到视界处势能为零, 对有 2 个视界的 Q-RNAdS 时空, 事件视界外有效势有一个凹型曲线, 这表明粒子的能量 E 低于某一值时, 粒子不可能进入黑洞, 只能在事件视界外某一区域内运动, 本文我们称之为束缚态. 对有 3 个视界 Q-RNdS 时空, 在宇宙视界和黑洞视界之间有效势总是凸型曲线. 特别有趣的是, 对于只有宇宙视界的类 de Sitter 时空, 无论粒子有无质量或者能量多高, 只要角动量 $L \neq 0$, 都无法到达 $r = 0$ 的奇点, 因为奇点处的有效势是无限大的.

值得指出的是, 随着态方程参数 w_q 的增大, Q-RNAdS 时空的视界由 4 个变为 2 个, 而 Q-RNdS 时空的视界由 1 个变为 3 个, 这和第 2 节的结论是一致的.

3.3 数值分析

测地线方程(8)可以重写为

$$\varphi = \pm \int \frac{1}{\sqrt{f(r)}} dr, \quad (16)$$

其中

$$f(r) = \frac{E^2 r^2}{L^2} - \left(r^2 + \frac{\epsilon r^4}{L^2} \right) A(r). \quad (17)$$

为了解决多值性和符号的选择问题, 对于束缚态, 可引入新变量 χ , 其定义如下,

$$r(\chi) = \frac{l}{1 + e \cos \chi} \quad \chi \in (-\infty, +\infty), \quad (18)$$

其中,

$$\begin{cases} l = \frac{2\bar{r}_1 \bar{r}_2}{\bar{r}_2 + \bar{r}_1}, \\ e = \frac{\bar{r}_1 - \bar{r}_2}{\bar{r}_2 + \bar{r}_1}. \end{cases} \quad (19)$$

式中, $\bar{r}_1$ 和 $\bar{r}_2$ 分别表示近日点和远日点. 从而可以将式(17)的积分写为

$$\varphi = \pm \int \frac{le |\sin \chi|}{(1 + e \cos \chi)^2} \frac{1}{\sqrt{f(\chi)}} d\chi. \quad (20)$$

显然, 近日点对应于 $\chi = (2n + 1)\pi$, 远日点对应于 $\chi = 2n\pi$, n 为任意整数. 注意 φ 是 χ 的单调函数.

我们的基本思路是: 首先, 利用 Matlab 中的 fzero 函数求解式(15)的零点, 筛选出近日点($\bar{r}_1$)和远日点($\bar{r}_2$); 然后将 $\bar{r}_1$ 和 $\bar{r}_2$ 代入到式(19)和(20)中数值积分, 求出 χ - φ 的关系; 最后利用映射(18)得到 r 与 φ 的关系.

图 4 是在初值条件 $\chi = 0$ 和 $\varphi = 0$ 情况下, 由方程(18)和(20)给出的有质量粒子的各种典型测地线图形. 值得注意的是, 由于 $-2 < 3w_q + 1 < 0$, 由式(2)看出, r_q 的值越大, quintessence 项的值越小, 特别是, 当 $r_q \rightarrow \infty$ 时, 该项消失.

图 4(a)是 Q-RNAdS 时空中, 测地线随 r_q 变化的图形. 从图中可以看出, r_q 增大(即暗能量的影响减小), 粒子每个周期远日点进动的角度增大; 随着暗能量的影响增大(r_q 减小), 远日点附近粒子速度方向改变的角度越大(轨道形状越像楔形), 这是因为在远日点有效势越陡峭, 粒子类似于碰到了一个“刚性

图 3 (网络版彩图)在不同 w_q 值下,有效势随 r 的变化. (a) 对应Q-RNAdS 时空, 其中 $r_g = 4, Q^2 = 1, r_q = 200, \Lambda = -10^{-5}, L^2 = 200$; (b) 对应Q-RNdS时空, 其中 $r_g = 4, Q^2 = 5, r_q = 100, \Lambda = 10^{-5}, L^2 = 1$

Figure 3 (Color online) Effective potential versus r at several values of w_q . (a) Corresponds to Q-RNAdS spacetime with $r_g = 4, Q^2 = 1, r_q = 200, \Lambda = -10^{-5}, L^2 = 200$; (b) corresponds to Q-RNdS spacetime with $r_g = 4, Q^2 = 5, r_q = 100, \Lambda = 10^{-5}, L^2 = 1$.

墙”(图 3(a)). 当粒子不受quintessence影响($r_q \rightarrow \infty$)时, 粒子的轨道类似于一个进动的椭圆.

图 4(b)是Q-RNAdS时空中, 测地线随态方程参数 w_q 变化的图形. 图表明随着态方程参数 w_q 的减小, 粒子运动一个周期, 到达远日点(或近日点)的次数增多. 图 4(b)中, 第一个图1次, 第二个图2次, 第三个图3次, 第四个图则更多.

图 4(c)和(d)是Q-RNdS时空中, 测地线分别随 r_q 和 w_q 变化的图形. 图表明轨道不是封闭的, 在所有情况下, 每个周期粒子到达远日点(或近日点)各3次. 轨道形状受 r_q 和 w_q 变化的影响不显著.

4 结论和讨论

我们引进了一个研究时空分类的新方法: 用绘制极端时空的曲线划分不同非极端时空的区域. 用这个方法研究了充满quintessence的RN(A)dS时空. 在度规中, quintessence项有两个参数 r_q 和 w_q , 其中 w_q 为状态方程参数. 在 r_q - w_q 平面上, 极端和超极端黑洞的曲线将平面分为两个不同时空结构的区域. 对Q-RNAdS时空, 如图 1所示, 一个区域的每一点对应4个视界的黑洞时空, 而另外一个区域的每一点对应2个视界的黑洞时空; 对于Q-RNdS时空, 如图 2所示, 一个区域的每一点对应只有1个宇宙视界

的类de Sitter时空; 而另一个区域的每一点对应3个视界的时空, 其中一个为宇宙视界, 另外两个分别为黑洞的内、外视界.

我们通过引进有效势能, 还研究了粒子运动的典型测地线(图 4), 所有粒子的轨道不是闭合的, 有进动现象. 在束缚状态下, 对于有2个视界的Q-RN(A)dS时空, 随着 r_q 的增大, 粒子每个周期远日点进动的角度增大, 而随着状态参数 w_q 的减小, 粒子运动一周到达远日点的次数增多. 这个结论提供了一个确定参数 r_q 和 w_q 的新方法. 对只带1个宇宙视界的Q-RNdS时空, 存在稳定的束缚态, 但测地线形状受暗能量(r_q 和 w_q)变化的影响不显著, 可能没有观测效应. 有趣的是, 对这类时空无论粒子能量多高, 粒子不可能到达中心的奇点, 因为此处的有效势是无限大的.

通常人们认为暗能量决定着时空的大尺度结构, 但对粒子测地线如此大的影响令人生疑. 其实这一点很容易解释: 暗能量是通过决定背景时空来影响粒子运动的. 值得指出的是, 对有4个视界的Q-RNAdS度规和有3个视界的Q-RNdS度规, 从图 3可知, 真实时空中的有效势没有极小值, 因此不能存在稳定的束缚状态. 本文的结论为研究暗能量, 理解quintessence的本质提供了新的途径.

图 4 (网络版彩图)(Q)-RNAdS和(Q)-RNds时空中的粒子轨迹, 其中径向坐标 r 已取自然对数. (a)和(b)对应有两个视界(Q)-RNAdS黑洞; (c)和(d)对应只有一个宇宙视界的(Q)-RNds 时空. (a) $r_g = 4$, $Q^2 = 1$, $w_q = -0.5$, $\Lambda = -10^{-5}$, $L^2 = 200$, $E^2 = 1.1$; (b) $r_g = 4$, $Q^2 = 1$, $r_q = 200$, $\Lambda = -10^{-5}$, $L^2 = 200$, $E^2 = 0.7$; (c) $r_g = 4$, $Q^2 = 5$, $w_q = -0.85$, $\Lambda = 10^{-5}$, $L^2 = 1$, $E^2 = 0.4$; (d) $r_g = 4$, $Q^2 = 5$, $r_q = 100$, $\Lambda = 10^{-5}$, $L^2 = 1$, $E^2 = 0.5$

Figure 4 (Color online) Trajectory of the particle in the (Q)-RNAdS and (Q)-RNds spacetime, where natural logarithm scales are used on the r -axis. (a) and (b) correspond to (Q)-RNAdS black hole with two horizons; (c) and (d) correspond to (Q)-RNds spacetime with single cosmological horizon. (a) $r_g = 4$, $Q^2 = 1$, $w_q = -0.5$, $\Lambda = -10^{-5}$, $L^2 = 200$, $E^2 = 1.1$; (b) $r_g = 4$, $Q^2 = 1$, $r_q = 200$, $\Lambda = -10^{-5}$, $L^2 = 200$, $E^2 = 0.7$; (c) $r_g = 4$, $Q^2 = 5$, $w_q = -0.85$, $\Lambda = 10^{-5}$, $L^2 = 1$, $E^2 = 0.4$; (d) $r_g = 4$, $Q^2 = 5$, $r_q = 100$, $\Lambda = 10^{-5}$, $L^2 = 1$, $E^2 = 0.5$.

参考文献

- 1 Riess A G, Filippenko A V, Challis P, et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *Astron J*, 1998, 116: 1009–1038
- 2 Perlmutter S, Aldering G, Goldhaber G, et al. Measurements of Ω and Λ from 42 high-redshift supernovae. *Astrophys J*, 1998, 517: 565–586
- 3 Kiselev V V. Quintessence and black holes. *Class Quantum Grav*, 2003, 20: 1187–1198
- 4 Chen S, Jing J. Quasinormal modes of a black hole surrounded by quintessence. *Class Quantum Grav*, 2005, 22: 4651–4657
- 5 Chen S, Wang B, Su R. Hawking radiation in a d -dimensional static spherically symmetric black hole surrounded by quintessence. *Phys Rev D*, 2008, 77: 124011
- 6 Chen S, Pan Q, Jing J. Holographic superconductors in quintessence AdS black hole spacetime. *Class Quantum Grav*, 2013, 30: 145001
- 7 Malakolkalami B, Ghaderi K. The null geodesics of the Reissner-Nordström black hole surrounded by quintessence. *Mod Phys Lett A*, 2015, 30: 1550049
- 8 Fernando S. Schwarzschild black hole surrounded by quintessence: Null geodesics. *Gen Relativ Gravit*, 2012, 44: 1857–1879
- 9 Hackmann E, Lämmerzahl C. Analytical solution methods for geodesic motion. In: AIP Conference Proceedings 1577. New York: AIP Publishing, 2013. 78–88
- 10 Cruz N, Olivares M, Villanueva J R. The geodesic structure of the Schwarzschild anti-de Sitter black hole. *Class Quantum Grav*, 2005, 22: 1167–1190
- 11 Hackmann E, Lämmerzahl C. Geodesic equation in Schwarzschild-(anti-)de Sitter space-times: Analytical solutions and applications. *Phys Rev D*, 2008, 78: 024035
- 12 Hackmann E, Lämmerzahl C, Kagramanova V, et al. Analytical solution of the geodesic equation in Kerr-(anti-) de Sitter space-times. *Phys Rev D*, 2010, 81: 044020
- 13 Soroushfar S, Saffari R, Sahami E. Geodesic equations in the static and rotating dilaton black holes: Analytical solutions and applications. *Phys Rev D*, 2016, 94: 024010
- 14 Soroushfar S, Saffari R, Jafari A. Study of geodesic motion in a (2+1)-dimensional charged BTZ black hole. *Phys Rev D*, 2016, 93: 104037
- 15 Hackmann E, Xu H. Charged particle motion in Kerr-Newmann space-times. *Phys Rev D*, 2013, 87: 124030
- 16 Flathmann K, Grunau S. Analytic solutions of the geodesic equation for Einstein-Maxwell-dilaton-axion black holes. *Phys Rev D*, 2015, 92: 104027
- 17 Delsate T, Rocha J V, Santarelli R. Geodesic motion in equal angular momenta Myers-Perry-AdS spacetimes. *Phys Rev D*, 2015, 92: 084028
- 18 Hackmann E, Kagramanova V, Kunz J, et al. Analytic solutions of the geodesic equation in higher dimensional static spherically symmetric spacetimes. *Phys Rev D*, 2008, 78: 124018

The effect of quintessence in black hole spacetime

HE YouBiao, YANG SiJiang, DU JuanJuan & LI ZhongHeng *

College of Science, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China

A new method is introduced to study the classification of spacetime, and spacetime horizons and timelike geodesics are investigated in the background spacetime of Reissner-Nordström-(anti-)de Sitter black hole surrounded by the quintessence (Q-RN(A)dS). We find that, for Q-RNAdS metric, there are two types of black holes: two horizons and four horizons. In a black hole spacetime of two horizons, the angular precession of the aphelion per revolution increases with the increase of the quintessence parameter r_q ; while the number of aphelion per revolution increases with the decrease of the quintessence equation of state parameter w_q . This shows that the quintessence parameters r_q and w_q can be determined by measuring the angular precession and number of aphelion per revolution, respectively. For Q-RNdS metric there are two cases: one horizon and three horizons. The Q-RNdS metric of one horizon describes the de Sitter-like spacetime, which has a naked singularity at $r = 0$. It is interesting to note that any particle never reaches the singularity, since the effective potential is infinite at the point. On the other hand, the quintessence has no significant on the geodesics in de Sitter-like spacetime. It is worth pointing out that there are no bound states for the Q-RNAdS spacetime with four horizons and the Q-RNdS spacetime with three horizons.

quintessence, RN(A)dS spacetime, horizon, geodesic

PACS: 04.20.Cv, 04.70.Bw, 04.25.D-

doi: [10.1360/SSPMA2018-00137](https://doi.org/10.1360/SSPMA2018-00137)