横观各向同性(TI)岩石弹性模量一阶扰动近似

吴国忱^{1,2*}, 赵小龙^{1,2}, 唐杰¹, 杜泽源^{1,2}

1. 中国石油大学(华东)地球科学与技术学院, 青岛 266580;

2. 海洋国家实验室海洋矿产资源评价与探测技术功能实验室, 青岛 266071

* E-mail: guochenwu@upc.edu.cn

收稿日期: 2016-11-29; 接受日期: 2017-05-23; 网络版发表日期: 2017-07-25

国家科技重大专项项目(编号: 2016ZX05024-001-008)资助

摘要 地震各向异性是沉积岩石中广泛存在的波动现象, 为研究地球介质岩石力学性质提供了有效途径. 本文从横观各向同性岩石的本构方程出发, 利用介质分解理论和地震波扰动理论, 推导了沿TI介质对称轴和对称面上杨氏模量和泊松比的显式近似方程. 经实验数据验证了本文近似方程的合理性, 发现在各向异性强度适中的条件下, 两个主方向杨氏模量和沿对称面泊松比的近似值与实测值吻合度较高, 沿对称轴方向泊松比近似值偏小, 但近似结果反映了真实值的宏观趋势. 实际资料试处理表明, 页岩地层岩石力学参数具有较强各向异性, 利用本文近似方程可有效估算各向异性杨氏模量和泊松比, 为储层压裂工程提供了岩石力学数据.

关键词 各向异性, 杨氏模量, 泊松比, 扰动分解

1 引言

岩石的宏观力学性质是处于一定温压环境中成岩矿物组分、孔隙和填充流体, 受不同外界应力作用后的外在表现, 杨氏模量和泊松比等岩石模量参数反映了地下岩石力学性质, 是桥梁工程、隧道建设和油气藏压裂开发中的重要参数(陈颀等, 2009; Smith和Montgomery, 2014). 岩石在单向受压(或受拉)时, 杨氏模量是轴向应力和轴向应变的比值, 泊松比是垂直轴向应变与轴向应变绝对值之比. 岩石物理实验可以在各个方向对岩石做单轴压缩或拉伸, 测量出不同方向上的岩石弹性模量. 对于各向同性介质而言, 各个方向上的测量结果接近相同. 目前, 工程应用中使用的

岩石弹性模量主要为各向同性介质的杨氏模量和泊松比. Rickman等(2008)将归一化后的各向同性杨氏模量和泊松比组合, 定义为相对脆性因子, 评价页岩可压裂性. 宗兆云等(2013)推导了反映各向同性杨氏模量和泊松比的纵波反射近似公式, 实现了基于叠前地震数据的岩石弹性模量直接反演.

地下岩石介质广泛具有各向异性, 颗粒定向排列、地应力作用和天然裂缝等因素是引起岩石本征各向异性的主要原因(Svitek等, 2014). 横观各向同性(Transversely Isotropic, TI)作为多数地层的固有性质会引起岩石弹性模量随观测方向发生改变. Amadei(1983)指出建立岩石力学模型要考虑各向异性的重要性, 并总结了具有各类对称性的岩石弹性模量的定义式及物

中文引用格式: 吴国忱, 赵小龙, 唐杰, 杜泽源. 2017. 横观各向同性(TI)岩石弹性模量一阶扰动近似. 中国科学: 地球科学, 47: 916-926, doi: 10.1360/N072016-00390
英文引用格式: Wu G C, Zhao X L, Tang J, Du Z Y. 2017. First-order perturbation approximation for rock elastic moduli in transversely isotropic media. Science China Earth Sciences, doi: 10.1007/s11430-016-9064-8

理约束条件. Sone和Zoback(2013)对北美地区页岩样本展开了岩石力学实验研究, 观测结果表明不同地区页岩都表现出了不同程度的力学各向异性, 且与矿物成分、岩石组构和有机质等密切相关. 通过对泥页岩弹性模量的各向异性特征以及压力敏感性研究分析, 唐杰和吴国忱(2015)发现页岩样本在不同围压条件下都具有较强横观各向同性. Sayers(2013)讨论了页岩中粘土矿物和有机质含量引起的地震各向异性对杨氏模量和泊松比的影响, 然而并未给出它们的显式方程.

各向异性介质的精确描述较为复杂且欠缺直观性, 扰动近似法是求取弹性各向异性介质速度近似方程的主要方法(Jech和Pšenčík, 1989; Ohanian等, 2006), 合理的近似有助于理解问题的物理本质. Mensch和Rasolofosaon(1997)将广义各向异性介质的弹性刚度张量表示为一阶扰动形式, 给出了qP波模量近似方程, 形式与Thomsen(1986)的TI介质近似方程相似, 为参考背景介质模量与各向异性一阶扰动量的线性和. 梁锴等(2011)基于介质分解理论, 推导了倾斜横观各向同性介质中qP波反射透射精确和近似方程. 印兴耀等(2013)基于微扰理论和稳相法, 将非均匀介质参数分解为背景介质与扰动介质参数的叠加, 建立了非均质流体参数的地震散射反演方法. 扰动近似方法在各向异性介质地震波数值模拟、成像和速度反演等方面应用广泛, 然而前人利用该理论进行岩石力学参数化的研究甚少.

目前主要依托于室内实验测量获得TI介质各向异性模量, 建立可行的间接预测方法具有重要实际意义. 本文在各向异性介质分解理论的基础上, 逐步推导了沿TI介质对称轴和对称面上的杨氏模量和泊松比的显式近似方程, 建立了岩石模量参数和地震各向异性的

量化关系, 形成了基于地震各向异性参数的TI介质岩石模量预测方法. 为验证本文近似方程的有效性, 笔者选取实际页岩样本进行实验测量, 为避免实验数据的片面性, 结合经典文献中数据展开对比分析, 发现实验数据与近似值吻合度较高. 将本文近似方程应用到实际工区, 利用地震各向异性数据求取地层岩石模量, 在页岩储层段表现出了显著的各向异性特征, 为页岩储层压裂工程评价提供了有效的岩石力学数据.

2 任意观测角度下的岩石弹性模量

选取笛卡儿坐标系 $x_1x_2x_3$ 为观测坐标系(图1), 设定 x_3 轴为所研究横观各向同性介质的对称轴方向, 将线弹性介质的应力-应变关系表示为

$$\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\mathcal{S}}_{\pi} \boldsymbol{\sigma}, \quad (1)$$

式中, $\boldsymbol{\epsilon}$ 为应变张量, $\boldsymbol{\sigma}$ 为应力张量, $\boldsymbol{\mathcal{S}}_{\pi}$ 为柔度张量, 柔度张量可以由5个独立的岩石弹性模量参数表示为(Meléndez-Martínez和Schmitt, 2016)

$$\boldsymbol{\mathcal{S}}_{\pi} = \begin{pmatrix} 1/E_1 & -v_{21}/E_1 & -v_{31}/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ -v_{12}/E_1 & 1/E_1 & -v_{31}/E_1 & 0 & 0 & 0 \\ -v_{13}/E_1 & -v_{13}/E_1 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\mu_{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\mu_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\mu_{12} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

式中, E_i 为杨氏模量, 表示沿 x_i 轴方向加载的压应力与压缩应变的比值, v_{ij} 为泊松比, 表示沿 x_i 轴方向加载的压应力, 引起 x_j 轴方向拉伸量与 x_i 方向压缩量的绝对值

图1 单轴应力作用下横观各向同性岩石的应力-应变示意图
(a) 沿对称轴方向施加应力; (b) 沿对称面方向施加应力; (c) 沿与对称轴呈任意夹角施加应力

之比, μ_{ij} 为剪切模量, 表示 $x_i x_j$ 平面沿 x_j 方向切应力与切应变的比值. 考虑 TI 介质弹性刚度张量具有的对称性, 得到 $v_{13} \neq v_{31}$ 和 $v_{23} \neq v_{32}$, 但满足 $v_{13} = v_{23}$ 、 $v_{13} = v_{31} \frac{E_1}{E_3}$ 、 $v_{23} = v_{32} \frac{E_2}{E_3}$.

保持观测坐标不变, 以 x_2 轴旋转岩石样本, 分别在沿岩样对称轴方向, 对称面方向和与对称轴呈任意夹角方向施加单轴压缩应力, 测得杨氏模量和泊松比(如图1所示). 在研究岩石的力学性质过程中, 本构坐标系与观测坐标系出现了不一致, 需要将本构坐标系下的柔度张量变换到观测坐标系下.

式(2)是 TI 介质在本构坐标系下的柔度张量, 利用 Bond 变换(Mensch 和 Rasolofosaon, 1997), 可以得到沿 x_2 轴旋转后的柔度张量:

$$\mathbf{s}_{\pi}^{\theta} = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & s_{15} & 0 \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & 0 & s_{25} & 0 \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & 0 & s_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & s_{46} \\ s_{15} & s_{25} & s_{35} & 0 & s_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{46} & 0 & s_{66} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

式中, θ 为沿 x_2 轴旋转的角度, 非零元素由网络版附录 1(<http://earthcn.scichina.com>)给出, 坐标变换后的柔度张量需要 6 个参数才可以完全确定.

只在 x_3 轴上施加单轴压缩应力 σ_{33} , 引起 x_3 轴上的正应变为 $e_{33} = s_{33}\sigma_{33}$, 沿 x_1 轴和 x_2 轴正应变分别为 $e_{11} = s_{13}\sigma_{33}$, $e_{22} = s_{23}\sigma_{33}$. 根据杨氏模量和泊松比的定义, 可以求得与层理法向方向呈任意夹角 θ 的杨氏

模量和泊松比:

$$E_3(\theta) = \frac{E_1 E_3 \mu_{13}}{E_1 \mu_{13} \sin^4 \theta - E_1 (2\mu_{13} v_{31} - E_3) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + E_3 \mu_{13} \cos^4 \theta},$$

$$v_{31}(\theta) = \frac{-E_1 \mu_{13} v_{31} - \zeta \cos^2 \theta + \zeta \cos^4 \theta}{E_3 \mu_{13} + [\zeta + (E_1 - E_3) \mu_{13}] \cos^2 \theta - \zeta \cos^4 \theta}, \quad (4)$$

式中, 中间变量 $\zeta = E_1 E_3 - E_1 \mu_{13} - E_3 \mu_{13} - 2E_1 \mu_{13} v_{31}$.

为了更好地分析 TI 地层岩石弹性模量大小随方向的变化特征, 分别给定各向同性介质弹性模量 $E_1 = E_3 = 73.32 \text{ GPa}$, $\mu_{13} = 29.7 \text{ GPa}$, $v_{31} = 0.23$, TI 介质弹性模量 $E_1 = 74.03 \text{ GPa}$, $E_3 = 57.54 \text{ GPa}$, $\mu_{13} = 24.6 \text{ GPa}$, $v_{31} = 0.189$, 进行数值模拟. 图2为由式(4)计算得到随方向变化的弹性模量值, 图中黑色实线为各向同性介质在不同方向上的杨氏模量和泊松比, 红色实线为 TI 介质在不同方向上的杨氏模量和泊松比. 可以看到, 当不存在各向异性时, 式(4)可以退化为各向同性介质的模量方程, 即模量大小不随观测角度变化. 而对于 TI 介质, 杨氏模量近似为一个椭圆, 当沿对称轴方向(夹角为 0°)模量值最小, 沿对称面方向(夹角为 90°)模量值最大. 而泊松比的变化较为复杂, 沿对称轴方向值最小, 这是因为在应力加载过程中层理等力学弱面发生闭合等现象, 形成了较大的应变, 所以侧向应变与轴向应变的比值最小, 当夹角在 75° 左右时泊松比达到最大.

3 主方向岩石弹性模量一阶扰动近似

在已知主方向上杨氏模量和泊松比的基础上, 利用式(4)可求得任意方向上的杨氏模量和泊松比, 因此

图2 岩石弹性模量随观测角度的变化特征

(a) 杨氏模量; (b) 泊松比; 红线实线为横观各向同性介质, 黑色实线为各向同性介质

本文将着重研究主方向岩石模量的求取方法. 地球物理方法可提供地层速度和地震各向异性参数的空间展布. 不同于岩石力学实验, 弹性波速度一般由介质的刚度张量 $\underline{\mathbf{C}}$ (柔度张量的逆)表示, 对于横观各向同性介质有

$$\underline{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{11} - 2c_{66} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{11} - 2c_{66} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \quad (5)$$

与式(2)对应, $\underline{\mathbf{C}}$ 分别由5个独立的弹性参数所表示, 但刚度元素缺乏直观性, 因此引入Thomsen地震各向异性参数(Thomsen, 1986):

$$V_{P0} \equiv \sqrt{\frac{c_{33}}{\rho}}, V_{S0} \equiv \sqrt{\frac{c_{44}}{\rho}}, \varepsilon \equiv \frac{c_{11} - c_{33}}{2c_{33}}, \gamma \equiv \frac{c_{66} - c_{44}}{2c_{44}}, \quad \delta \equiv \frac{(c_{13} + c_{44})^2 - (c_{33} - c_{44})^2}{2c_{33}(c_{33} - c_{44})} \quad (6)$$

式中, V_{P0} 为沿对称轴向的P波速度, V_{S0} 为沿对称轴向的SH波速度, 为各向同性背景介质的纵、横波速度. ε 为P波各向异性参数, γ 为SH波各向异性参数, δ 为控制P波和SV波相速度的各向异性参数. 对 δ 参数做进一步近似得到

$$\delta_w \equiv \frac{C_{13} - (C_{33} - 2C_{44})}{C_{33}} \approx \delta, \quad (7)$$

δ_w 可有效近似替代 δ , 广泛用于各向异性介质中体波相速度和偏振向量近似中(Sayers, 1994; Mensch和

Rasolofosaon, 1997).

根据柔度张量和刚度张量间的等价关系, 定义各向同性背景介质、沿对称面和沿对称轴方向的杨氏模量为

$$E_0 = c_{44} \frac{3c_{33} - 4c_{44}}{c_{33} - c_{44}}, E_h = E_l = \frac{c(c_{11} - c_{12})}{c_{11}c_{33} - c_{13}^2}, \quad E_v = E_3 = \frac{c}{c_{11} + c_{12}}, \quad (8)$$

式中, 中间量为 $c = c_{33}(c_{11} + c_{12}) - 2c_{13}^2$.

同样地, 定义背景介质、沿对称面和沿对称轴的泊松比分别为

$$v_0 = \frac{c_{33} - 2c_{44}}{2(c_{33} - c_{44})}, v_h = v_{12} = \frac{c_{12}c_{33} - c_{13}^2}{c_{11}c_{33} - c_{13}^2}, \quad v_v = v_{13} = \frac{c_{13}(c_{11} - c_{12})}{c_{11}c_{33} - c_{13}^2}. \quad (9)$$

Wang(2002)对大量沉积岩石样本进行了速度及各向异性参数的测量, 提供了典型TI介质刚度张量实测值, 笔者选取其中页岩样本数据, 使用式(8)和(9)计算出了沿对称面杨氏模量和沿对称轴杨氏模量, 分别作为横、纵轴与各向异性参数进行交会显示, 如图3a和b所示, 其中颜色分别表示各向异性参数 ε 、 γ 和 δ 的数值, 黑色实线依次表示斜率为1、0.75、0.5和0.25的参考线. 由图3可见, 两个主方向上杨氏模量的比值, 随3个各向异性参数的增大而增大, 从数据本身表现出了岩石弹性模量各向异性与地震各向异性参数间的正相关性. 针对图3中这一规律性的现象, 笔者将结合理论和实验两个方面展开研究, 尝试建立地震各向异性与主方向上的杨氏模量和泊松比的量化关系.

图3 沿对称面杨氏模量、沿对称轴杨氏模量与各向异性参数的交会

(a) 各向异性参数 ε ; (b) 各向异性参数 γ ; (c) 各向异性参数 δ . 颜色为各向异性参数值, 黑色实线表示斜率为1、0.75、0.5和0.25的参考线

从横观各向同性介质的本构方程出发, 基于各向异性介质的扰动分解, 将TI介质的刚度张量表示为背景各向同性介质和各向异性介质之和的形式:

$$\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{C}}_{\text{iso}} + \Delta \underline{\underline{C}}_{\pi}, \quad (10)$$

其中, 刚度张量的背景部分和扰动部分可分别由背景纵、横波速度和各向异性参数表示:

$$\underline{\underline{C}}_{\text{iso}} = \rho \begin{pmatrix} V_{P0}^2 & V_{P0}^2 - 2V_{S0}^2 & V_{P0}^2 - 2V_{S0}^2 & 0 & 0 & 0 \\ V_{P0}^2 - 2V_{S0}^2 & V_{P0}^2 & V_{P0}^2 - 2V_{S0}^2 & 0 & 0 & 0 \\ V_{P0}^2 - 2V_{S0}^2 & V_{P0}^2 - 2V_{S0}^2 & V_{P0}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & V_{S0}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_{S0}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_{S0}^2 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$\Delta \underline{\underline{C}}_{\pi} = \rho \begin{pmatrix} 2\varepsilon V_{P0}^2 & 2\varepsilon V_{P0}^2 - 4\gamma V_{S0}^2 & \delta_w V_{P0}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 2\varepsilon V_{P0}^2 - 4\gamma V_{S0}^2 & 2\varepsilon V_{P0}^2 & \delta_w V_{P0}^2 & 0 & 0 & 0 \\ \delta_w V_{P0}^2 & \delta_w V_{P0}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\gamma V_{S0}^2 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

将式(10)~(12)给出的刚度弹性张量元素分别代入各向异性模量式(8)和(9)中, 以背景模量展开, 并保留各向异性扰动量的一阶项, 推导出沿对称面和沿对称轴方向上的杨氏模量和泊松比一阶近似式:

$$E_v \approx E_0 \left[1 + \frac{8(1-v_0)v_0^2}{(1+v_0)(1-2v_0)}\varepsilon - \frac{4v_0(1-v_0)}{(1+v_0)(1-2v_0)}\delta_w - \frac{4v_0^2}{(1+v_0)}\gamma \right], \quad (13)$$

$$E_h \approx E_0 \left[1 + \frac{2(1-v_0)^3}{(1+v_0)(1-2v_0)}\varepsilon - \frac{2v_0(1-v_0)^2}{(1+v_0)(1-2v_0)}\delta_w + \frac{4v_0}{(1+v_0)}\gamma \right], \quad (14)$$

$$v_v \approx v_0 \left[1 - \frac{(1-v_0)^2}{v_0(1-2v_0)}\varepsilon + \frac{(1-v_0)^3}{4v_0^2(1-2v_0)}\delta_w + 2\gamma \right], \quad (15)$$

$$v_h \approx v_0 \left[1 + \frac{2(1-v_0)^3}{v_0(1-2v_0)}\varepsilon - \frac{(1-v_0)^2}{v_0(1-2v_0)}\delta_w - \frac{2(1-v_0)}{v_0}\gamma \right]. \quad (16)$$

式(13)和(14)将横观各向同性介质的杨氏模量表示为各向同性杨氏模量和各向异性参数线性的形式, 实现了背景介质各向同性模量参数和扰动各向异性参数的分解. 而各向异性泊松比则较为复杂, 背景各向同性泊松比以非线性系数项耦合于各向异性扰动部分中.

4 实验测量与近似方程精度分析

为了验证本文推导近似公式的合理性, 笔者选取渤海湾盆地沙河街组页岩样本进行多方向纵、横波速度和各向异性参数测量, 将实测数据与近似公式得到的理论预测结果进行对比分析. 将岩心沿对称面方向(90°)、对称轴方向(0°)和与对称轴呈45°的3个方向切成圆柱状岩样, 如图4所示. 所有样品直径均为25mm, 两端面磨平抛光, 在抽空加压条件下对样品进行油饱和48h以上达到完全饱和条件. 采用超声纵横波综合测试仪测量不同方向岩样的纵横波速度, 测试过程保证在高温高压同等边界条件下进行, 使岩样在同等不同状态下完成纵波和横波的测试. 沿0°、45°和90°方向取芯样本的轴向测得的纵、横波波速度分别为 $V_{P,0}$ 、 $V_{P,90}$ 、 $V_{P,45}$ 、 $V_{SH,0}$ 、 $V_{SH,45}$ 、 $V_{SH,90}$ 、 $V_{SV,45}$ 和 $V_{SV,90}$, 如图4所示, 黑色单向箭头表示体波传播方向, 绿色双向箭头表示偏振方向, SH波表示横波偏振方向平行于层理面方向, SV表示横波偏振方向垂直于层理面方向.

由测得的密度和三个方向纵、横波速度, 可计算出岩石样本的刚度元素(Wang, 2002):

$$\begin{aligned} C_{33} &= \rho V_{P,0}^2, C_{11} = \rho V_{P,90}^2, C_{44} = \rho V_{SV,90}^2, C_{66} = \rho V_{SH,90}^2, \\ C_{13} &= \frac{1}{2} \sqrt{(4\rho V_{P,45}^2 - C_{11} - C_{33} - 2C_{44})^2 - (C_{11} - C_{33})^2} - C_{44}. \end{aligned} \quad (17)$$

从上式中看出, 为了求出TI介质完整的刚度张量元素, 至少需要沿3个方向的测量速度.

在式(17)求得完整刚度张量元素的基础上, 根据式(6)和(7)分别求出Thomsen各向异性参数, 图5和6展示了两组岩石样本在不同围压下实测的纵、横波速

图4 3个方向取芯及速度测量示意图

图5 样本1的实测纵、横波速度和计算的Thomsen各向异性参数

(a) 纵波速度; (b) 横波速度; (c) Thomsen各向异性参数. 纵、横波速度中绿色、蓝色和红色点分别为沿90°、45°和0°方向测量结果, 下同

图6 样本2的实测纵、横波速度和计算的Thomsen各向异性参数

(a) 纵波速度; (b) 横波速度; (c) Thomsen各向异性参数

度与计算出的Thomsen各向异性参数,从图5可以看到样本1中3个方向上的纵、横波速度都随围压的增大而增加,且不同方向上的速度具有明显差异,特别是沿层理方向和垂直层方向测量速度间差异较大.样本2不仅表现出了速度各向异性,同时各向异性强度随围压变化,具有压力敏感特征,随围压的增大,三个方向的纵波速度逐渐接近相同, ϵ 逐渐减小,直至小于 γ ,使得 δ 绝对值先减小后增大.这是由于岩石内部沿层理面发育的软孔隙在围压作用下发生闭合,导致页岩不同方向上速度趋于一致,可见岩石的各向异性模量

由内部结构(成岩组分和孔隙结构等)和外部条件(围压等)共同决定的.

将求得的刚度元素代入式(8)和(9)中可求出沿对称面 and 对称轴两个主方向上和各向同性介质杨氏模量和泊松比的精确值,根据本文推导的近似公式求出相应近似值,将杨氏模量和泊松比结果进行对比交汇分析,如图7~10所示.可见沿对称面杨氏模量要明显高于沿对称轴方向杨氏模量,本文近似结果与实际各向异性杨氏模量基本相同,各向同性杨氏模量与两个主方向杨氏模量差异较大.然而,各向同性泊松比与

图7 本文实验测得沿对称面杨氏模量与(a)各向同性杨氏模量和(b)沿对称面杨氏模量近似的交会
颜色为各向异性参数 δ 的绝对值,表示各向异性强度,黑色实线为斜率为1的参考线,下同

图8 本文实验测得沿对称轴杨氏模量与(a)各向同性杨氏模量和(b)沿对称轴杨氏模量近似的交会

图9 本文实验测得沿对称面泊松比与(a)各向同性泊松比和(b)沿对称轴泊松比近似的交会

主方向泊松比的离散度较大,本文沿对称面泊松比的近似结果较好,沿对称轴的泊松比近似结果偏低,但仍与测量值有一致性。

本文实验所用的岩样为灰质页岩,各向异性强度适中,为进一步分析本文近似方程在富有机质页岩等具有较强各向异性地层条件下的适用性,笔者也对Wang(2002)的实验数据开展分析,得到图11~14的结果。从中发现这组数据地震各向异性较强,样点较多

范围较大,沿对称面杨氏模量大于沿对称轴杨氏模量,各向同性模量与主方向杨氏模量偏差较大。由本文线性近似求得的各向异性杨氏模量在地震各向异性较强($|\delta| > 0.2$)点处具有一定误差,在弱各向异性($|\delta| < 0.2$)情况下与精确各向异性弹性模量近乎相等。对于泊松比,沿对称面方向近似泊松比在强各向异性点处偏差较大,其他点处仍具有一致性,与本文测量结果具有相似趋势,沿对称轴方向近似泊松比数值整体偏小,

图10 本文实验测得沿对称轴泊松比与(a)各向同性泊松比和(b)沿对称轴泊松比近似的交会

图11 Wang(2002)数据中实测对称面杨氏模量与(a)各向同性杨氏模量和(b)沿对称面杨氏模量近似的交会
颜色为 δ 的绝对值, 黑色实线为斜率为1的参考线, 下同

图12 Wang(2002)数据中实测对称轴杨氏模量与(a)各向同性杨氏模量和(b)沿对称轴杨氏模量近似的交会

但近似结果仍与精确值有较好的对应关系。经本文实验数据和用Wang(2002)实验数据适性分析, 发现本文杨氏模量近似方程具有较高精度, 泊松比近似方程具有一定偏差, 但宏观趋势与测量一致。

5 实例分析

前文采用本文近似方程与室内实验室数据进行

了对比分析, 预测与实测结果匹配较好, 在一定程度上验证了本文近似公式的合理性。然而, 实际岩石的原地状态远比室内模拟条件更为复杂, 有必要选取实际资料测试本文近似方程的实效性。以中国陆上J工区A井为例, 图15为A井的地震各向异性参数与背景岩石模量曲线, 在2100~2140m段发育页岩, 具有较强的地震各向异性, 仅利用各向同性杨氏模量和泊松比不能表征这种各向异性特征, 导致基于各向同性岩石弹

图 13 Wang(2002)数据中实测对称面泊松比与(a)各向同性泊松比和(b)沿对称面泊松比近似的交会

图 14 Wang(2002)数据中实测对称轴泊松比与(a)各向同性泊松比和(b)沿对称轴泊松比近似的交会

图 15 A井的地震各向异性参数与各向同性弹性模量

(a) 各向异性参数 ϵ ; (b) 各向异性参数 δ ; (c) 各向异性参数 γ ; (d) 各向同性杨氏模量; (e) 各向同性泊松比

性模量的相对脆性因子求取和地应力估算不准。

采用近似式(13)~(16)分别求得了沿对称轴杨氏模量和泊松比, 以及沿对称面杨氏模量和泊松比, 结果

如图16所示, 在地震各向异性显著的页岩层段, 地层岩石模量参数表现出各向异性特征, 且沿对称面杨氏模量要大于沿对称轴杨氏模量。

图 16 由本文近似公式计算出的A井上主方向岩石弹性模量

(a) 沿对称轴杨氏模量近似结果; (b) 沿对称面杨氏模量近似结果; (c) 沿对称轴泊松比近似结果; (d) 沿对称面泊松比近似结果

6 结论与认识

本文利用介质分解理论和地震波扰动理论,在保留各向异性一阶扰动量的基础上,建立了地震各向异性参数和岩石力学参数间的近似方程,经室内数据与现场测井数据验证,在适中各向异性条件下,近似方程具有较高精度,可实现地层各向异性岩石力学参数的预测,具有一定实际意义。本文近似方程是从横观各向同性岩石的本构方程出发,在背景各向同性岩石模量引入各向异性参数的一阶扰动量,进而线性外推出具有各向异性的岩石模量,因此,有可能进一步建立反映地震波振幅信息的反射系数(或散射系数)近似方程,实现各向异性岩石力学参数直接反演方法。

值得注意的是,近似方程将岩石组构的微观特征和外部围压条件的影响隐含于波速各向异性参数中,不需要预知(或预设)岩石孔隙结构特征、颗粒分布函数以及外部围压条件等参数。尽管这是本文近似方程的优势所在,但这些内在和外在因素决定了岩石各向异性的强度,体现在各向异性参数的高阶项中,舍去这些高阶项将会导致与精确值的偏差,特别是在强各向异性条件下,垂直于层理方向的模量对高阶项更为敏感。为了获得更为精确的岩石模量参数,势必要结合室内实验,在岩石微观结构量化表征的基础上,依托岩石物理理论展开建模预测。

参考文献

- 陈颢, 黄庭芳, 刘恩儒. 2009. 岩石物理学. 合肥: 中国科学技术大学出版社
- 梁锴, 印兴耀, 吴国忱. 2011. TTI介质qP波入射精确和近似反射透射系数. 地球物理学报, 54: 208–217
- 唐杰, 吴国忱. 2015. 低孔隙度泥页岩应力依赖的各向异性裂纹演化特性研究. 地球物理学报, 58: 2986–2995
- 印兴耀, 宗兆云, 吴国忱. 2013. 非均匀介质孔隙流体参数地震散射波反演. 中国科学: 地球科学, 43: 1934–1942
- 宗兆云, 印兴耀, 张峰, 吴国忱. 2013. 杨氏模量和泊松比反射系数近似方程及叠前地震反演. 地球物理学报, 55: 3786–3794
- Amadei B. 1983. Rock Anisotropy and the Theory of Stress Measurements. Berlin: Springer Science & Business Media
- Jech J, Pšenčík I. 1989. First-order perturbation method for anisotropic media. *Geophys J Int*, 99: 369–376
- Meléndez-Martínez J, Schmitt D R. 2016. A comparative study of the anisotropic dynamic and static elastic moduli of unconventional reservoir shales: Implication for geomechanical investigations. *Geophysics*, 81: D245–D261
- Mensch T, Rasolofosaon P. 1997. Elastic-wave velocities in anisotropic media of arbitrary symmetry-generalization of Thomsen's parameters ϵ , δ and γ . *Geophys J Int*, 128: 43–64
- Ohanian V, Snyder T M, Carcione J M. 2006. Weak elastic anisotropy by perturbation theory. *Geophysics*, 71: D45–D58
- Rickman R, Mullen M, Petre J, Grieser W V, Kundert D. 2008. A practical use of shale petrophysics for stimulation design optimization: All

- shale plays are not clones of the Barnett Shale. SPE Annual Technical Conference and Exhibition
- Sayers C M. 1994. *P*-wave propagation in weakly anisotropic media. [Geophys J Int](#), 116: 799–805
- Sayers C M. 2013. The effect of anisotropy on the Young's moduli and Poisson's ratios of shales. [Geophys Prospect](#), 61: 416–426
- Smith M B, Montgomery C T. 2014. Hydraulic Fracturing. Boca Raton: CRC Press
- Sone H, Zoback M D. 2013. Mechanical properties of shale-gas reservoir rocks—Part 1: Static and dynamic elastic properties and anisotropy. [Geophysics](#), 78: D381–D392
- Svitek T, Vavryčuk V, Lokajiček T, Petručalek M. 2014. Determination of elastic anisotropy of rocks from *P*- and *S*-wave velocities: Numerical modelling and lab measurements. [Geophys J Int](#), 199: 1682–1697
- Thomsen L. 1986. Weak elastic anisotropy. [Geophysics](#), 51: 1954–1966
- Wang Z J. 2002. Seismic anisotropy in sedimentary rocks, part 2: Laboratory data. [Geophysics](#), 67: 1423–1440