论文

转筒颗粒流崩塌前后的颗粒温度和体积分数测量

陈泉¹, 杨晖^{1*}, 李然¹, 韩韧¹, 孙其诚^{2*}

1. 上海理工大学光电信息与计算机工程学院, 上海 200093;

2. 清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084

*联系人, 杨晖, E-mail: yanghui@usst.edu.cn; 孙其诚, E-mail: qcsun@tsinghua.edu.cn

收稿日期: 2018-10-11; 接受日期: 2018-11-26; 网络出版日期: 2019-03-01

国家自然科学基金(编号: 11572201, 11572178, 91634202)资助项目

摘要 转筒中的颗粒流在工业生产中广泛应用, 准确描述颗粒流规律对于调控生产中的换热效率和混合效率极为重要, 颗粒温度和颗粒体积分数是影响颗粒流的主要参数. 本文搭建了基于面阵CCD相机的图像测量装置, 以及基于线阵CCD相机的同轴双散斑能见度光谱法(Speckle Visibility Spectroscopy, SVS)测量装置, 选取均值粒径为0.5 mm的球形颗粒和等效粒径为0.5 mm的不规则颗粒. 通过测量转筒中颗粒体系的侧表面轮廓, 计算得到颗粒体系崩塌前后的体积分数. 发现在崩塌过程中, 球形颗粒体系和不规则颗粒体系都发生膨胀; 在崩塌前, 不规则颗粒体系发生压缩, 而规则颗粒体系不发生压缩. 进一步, 测量了颗粒体系自由表面上不同位置的颗粒温度 δv^2 . 发现球形颗粒与不规则颗粒的崩塌发生在同一个位置; 不规则颗粒体系的压缩首先发生在体系上半部分, 并且在一个崩塌周期时间内, 压缩现象仅发生一次. 最后, 根据颗粒体系的侧表面轮廓和颗粒温度大小, 确定了休止角和特征时间参数, 发现球形颗粒体系休止角与崩塌时间的关系与Davidson提出的模型一致, 并发现崩塌前不规则颗粒体系的压缩会缩短颗粒的崩塌时间. 实验结果揭示的转筒内颗粒流规律, 为完善工业生产中颗粒材料流动与传热的控制技术提供参考数据.

关键词 颗粒流, 散斑能见度光谱法, 颗粒温度, 体积分数, 阻塞转变(Jamming)

PACS: 64.70.K-, 64.70.ps, 64.70.qj

1 引言

颗粒材料由大量颗粒组成, 是复杂的多体相互作用体系, 其基本特征是结构不均匀和动力学不均匀性, 较大程度上决定了颗粒材料有很多独特的宏观性质^[1,2]. 由于转筒内颗粒流的物理实验易于控制和测量, 因而成为研究颗粒流的主要手段之一^[3]. 通常采用

Froude数 Fr ($Fr=\omega^2 R/g$, 是离心加速度 $\omega^2 R$ 和重力加速度 g 的比值, ω 和 R 分别是转筒角速度和半径)来描述转筒内颗粒流的流态, 一般而言, 当 $10^{-5}<Fr<10^{-3}$ 时, 颗粒流呈现间歇式崩塌流态, 与工业生产中很多的颗粒材料运动状态相近, 也与自然界碎屑流和崩塌等灾害的起动过程类似, 为此人们已经提出了很多在此流态下的颗粒流模型^[4,5]. 同时, 颗粒间间歇性的崩塌与颗粒

引用格式: 陈泉, 杨晖, 李然, 等. 转筒颗粒流崩塌前后的颗粒温度和体积分数测量. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2019, 49: 067001

Chen Q, Yang H, Li R, et al. Measurements of solid volume fraction and granular temperature at granular avalanches in a drum (in Chinese). Sci Sin Phys Mech Astron, 2019, 49: 067001, doi: 10.1360/SSPMA2018-00347

体系的阻塞转变(Jamming)类似, 亦即转筒中的颗粒流表面倾斜角如果逐渐增加, 活动层(Active Layer)从类流体状态转变为类固体状态, 发生阻塞转变, 反之亦然. 颗粒材料的阻塞转变是当前凝聚态物理的研究热点^[6,7].

对于颗粒流研究, 1905年, 爱因斯坦认为颗粒无序运动与微观粒子热运动具有相似性^[8]; 直至1978年, Ogawa在“Multi-temperature theory of granular materials”一文中提出了颗粒温度(Granular Temperature)概念来表征颗粒运动的无序程度, $T_k \sim \langle \delta v \delta v \rangle$, 其中 δv 是颗粒脉动速度, $\langle \dots \rangle$ 表示系综平均^[9]. 40多年以来, 以颗粒温度为核心概念, 人们建立了适用于稀疏颗粒流的颗粒动力学理论(Granular Kinetics), 得到了稀疏颗粒流的黏滞系数和能量耗散等的解析表达, 但是缺乏对颗粒温度的实验准确测量. 基于散射光场干涉的原理获得散斑图像, 其空间分辨率可达到0.1 μm . 另一方面, 由于其采用高速CCD相机测量散斑图像, 因此其时间分辨率可达到1 μs , 通过计算一定曝光时间内单幅散斑图像的对比度得到散斑的变化快慢, 进而得到颗粒流的速度脉动信息, 亦即可以得到颗粒温度^[10,11]. 颗粒体积分数是颗粒流研究中被广泛研究的基本几何量之一, 人们初步建立了颗粒体系“结构与性能”的定量联系, 比如体积分数与配位数、弹性参数等的联系, 因此颗粒体积分数将影响转筒中颗粒流崩塌过程.

大部分的转筒颗粒流实验测量并没有关注颗粒温度和体积分数. Pohlman等人^[12]采用相机拍摄转筒内表面光滑和粗糙的两种球形颗粒的崩塌过程, 发现颗粒表面粗糙度可以降低颗粒的流动性, 并增加休止角. Félix等人^[13]采用面阵CCD相机对转筒内球形颗粒崩塌运动中活动层的厚度进行测量, 观察到颗粒流动性对颗粒体系的几何结构非常敏感. Gravish和Goldman^[14]采用双数码相机拍摄球形颗粒堆积体在斜坡的崩塌运动, 通过测量颗粒体积分数 ϕ , 观察到崩塌前颗粒体系体积发生多次压缩, 并发现体系初始体积分数对颗粒崩塌动力学有着重要影响. 在自然界和实际生产中, 颗粒一般是非球形的, 对颗粒流影响较大^[15]. 目前, 对于转筒内不规则颗粒的流动规律研究非常少^[16,17]. Liu等人^[18]采用图像法拍摄转筒内非球形大米颗粒的崩塌过程, 观测到在间歇性崩塌运动过程中, 大米颗粒在崩塌前存在类似滑动(Slip)的现象; Cleary^[19]

采用离散元法模拟非规则形状颗粒在转筒内的运动, 发现崩塌过程中颗粒流表面存在拱形堆积结构以及流动受阻的现象; Dubé等人^[20]采用放射性粒子追踪法研究转筒内不规则颗粒的动力学特性, 在间歇性颗粒崩塌条件下, 观察到崩塌前颗粒体系存在床层松散现象并容易形成拱形堆积结构. 由于该现象发生的持续时间很短而测量系统的采集速率较低, 对该过程中不规则颗粒的反常运动现象并未做深入研究; Benedito等人^[21]模拟了转筒内不规则颗粒的运动流态, 分析了边壁对颗粒动力学的影响, 在实验过程中观察到转筒内被动层颗粒发生重构现象. 当处于连续崩塌运动时, 采用面阵CCD相机并未观测到被动层(Passive Layer)的颗粒结构变化.

针对上述问题, 本文采用图像法和散斑能见度光谱法, 对转筒内球形颗粒与不规则颗粒分别开展测量, 其他条件不变, 比如转速 $\omega=0.1 \text{ r/min}$ 转筒内颗粒体系填充度(亦即所用颗粒体系体积与转筒容积的比值)为40%, 获得了崩塌前后颗粒体积分数与不同位置的颗粒温度.

2 实验方法

为了能够准确描述转筒内颗粒流动状态, 本文搭建了基于面阵CCD相机的图像测量装置, 以及基于线阵CCD相机的同轴双SVS测量装置, 在不同位置对转筒内颗粒流进行测量.

2.1 转筒系统

转筒系统由圆柱形转筒、支架平台和电机三部分组成. 圆柱形转筒采用有机玻璃材料加工制成, 长度为150 mm, 内径为146 mm, 入射光束可以穿过筒壁表面照射到填充颗粒上. 转筒水平放置在由4个同步轮组成的支架平台上. 同步轮由电机进行驱动, 转速范围为0–2.7 r/min. 本文对转筒内颗粒体系表面上的A、B和C三个位置进行测量, 为了避免筒壁的影响, 测量位置选择在靠近中轴线位置, 如图1所示.

2.2 颗粒材料

球形颗粒的大小采用其直径表征. 不规则形状颗粒的大小采用图像解析法^[22]予以表征, 利用投影面积

图 1 (网络版彩图)同步双SVS实验装置图. 坐标系建在颗粒流自由表面, 测量点坐标分别为A ($x=93$ mm, $y=50$ mm), B ($x=93$ mm, $y=0$ mm), C ($x=93$ mm, $y=-50$ mm)

Figure 1 (Color online) The experimental setup. The coordinate system is placed on the free surface of the granular flows. Points A ($x=93$ mm, $y=50$ mm), B ($x=93$ mm, $y=0$ mm) and C ($x=93$ mm, $y=-50$ mm) were the focus of the SVS analysis reported in this work.

的等效周长直径(Equivalent Projected Area Diameter, D_{EQPC})与费雷德直径(Feret Diameter, D_F)来表征颗粒粒径^[23]; 同时采用长细比(Aspect Ratio, AR)、圆度(Sphericity, S_p)与凸性(Convexity, C_x)来描述不规则颗粒的形状^[24]. 对于实验用颗粒的选择, 首先采用两层标准筛(孔径分别为0.475和0.56 mm)对玻璃颗粒进行初步筛分, 再通过图像法对筛分后的颗粒进行进一步分选^[25]. 图2为显微镜下拍摄到的不规则玻璃砂颗粒与玻璃球颗粒. 通过显微镜(Olympus SZX16型号)对颗粒放大25倍并进行图像采集, 利用MATLAB图像工具箱对采集图像进行处理, 获得颗粒形状参数, 具体参数见表1. 转筒内颗粒填充度为40%时, 不规则颗粒的质量为1843.5 g, 球形颗粒的质量为2128.7 g.

2.3 双SVS同步测量系统

当光束照射到透明颗粒上时, 光子在颗粒内部进行扩散传播并在远场形成散斑, 测量区域内颗粒的无序运动引起散斑的随机波动, 导致散斑图像的对比值

图 2 显微镜下颗粒的图像. (a) 不规则玻璃砂图片; (b) 球形玻璃颗粒图片

Figure 2 Particle image under a microscope. (a) Irregular glass sand particles; (b) spherical glass particles.

发生改变. 当转筒与颗粒处于相对静止状态时, 颗粒的散射光强度大小保持不变, 相机拍摄到随时间的变化的颗粒散斑图像如图3(a)所示. 当转筒内颗粒发生崩塌运动时, 颗粒的散射光会发生时间和空间上的随机波动, 散斑图像会变得模糊, 如图3(b). 图3(c)为填充颗粒从静止状态到崩塌状态得散斑图像. 在给定的曝光时间条件下, 颗粒之间的相对运动越快, 散斑图像越模糊, 对比度越低, 因此通过计算一定曝光时间内单幅散斑图像的对比值, 可以获得颗粒温度(δv^2)^[10]. 根据统计光学理论, 散斑图像的对比值可以用光强均值与光强的方差来表示^[11]:

$$V_2(T) = \left(\frac{\sigma_T}{\langle I \rangle_T} \right)^2 = \frac{\langle I^2 \rangle_T}{\langle I \rangle_T^2} - 1, \quad (1)$$

其中, T 为曝光时间, I 为散射光强, $\langle I \rangle_T$ 和 σ_T 分别为曝光时间 T 内光强的均值和方差. 根据高斯光束的Siegert公式^[26], 得到散斑图像的对比值与颗粒温度的关系表达式:

$$V_2(T) = \beta \frac{\exp(-2\Gamma T) + 2\Gamma T - 1}{2(\Gamma T)^2}, \quad (2)$$

其中, β 为系统相干因子, $\Gamma = 4\pi\delta v/\lambda$ 为衰减线宽, $\delta v = \sqrt{\langle \delta v^2 \rangle}$. 由于受到测量环境和线阵CCD相机自身的噪声影响, 使得系统的相干因子无法被准确测量.

表 1 颗粒的特征参数

Table 1 Properties of granular materials used in this study

材料	密度 (kg/m ³)	形状	D_{EQPC} (mm)	D_F (mm)	AR	S_p	C_x
玻璃	2500	球形	0.5±0.03	—	—	—	—
		不规则	0.5±0.05	0.5±0.04	0.65±0.13	0.85±0.09	0.96±0.02

图 3 (网络版彩图)SVS方法测量颗粒温度的示意图. (a) 转筒与颗粒处于相对静止状态下, 散斑图像随时间的变化; (b) 当颗粒处于崩塌状态时, 散斑图像随时间的变化; (c) 当颗粒从静止状态转变为崩塌时的散斑图像; (d) 根据图(c)的散斑图像计算获得的颗粒温度随时间的变化曲线

Figure 3 (Color online) Schematic diagram of particle temperature measurement by SVS method. (a) The change of speckle image with time when the drum and particles is relatively stationary; (b) when the avalanche event occurs, the speckle image changes with time; (c) a speckle image of a particle as it changes from a stationary to an avalanche; (d) according to the speckle image in (c), variations of granular temperature with time was calculated.

因此一般将1倍和2倍曝光时间下的散斑对比度值相除, 消去系统相干因子, 得到颗粒温度^[27], 即

$$\frac{V_2(2T)}{V_2(T)} = \frac{e^{-4IT} - 1 + 4IT}{4(e^{-2IT} - 1 + 2IT)}. \quad (3)$$

图3(d)为根据图3(c)的散斑图像获得的颗粒温度曲线.

本文实验采用双SVS测量系统, 对转筒内不同位置的颗粒温度进行同步测量. 由于线阵CCD相机采集数据存在时间延迟问题, 导致两路测量信号存在时间差, 需要对测量数据进行时间补偿处理^[28]. 当通过两台线阵CCD相机采集运算获得的颗粒温度信号分别为 δv_1^2 , δv_2^2 时, 利用互相关法对两组测量信号进行相关运算, 由互相关函数的定义可知, 函数的最大值对应的变量 τ 为两组测量信号之间的时间差值^[29], 即

$$Q_{1,2}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta v_1^2(t) * \delta v_2^2(t + \tau) dt, \quad (4)$$

$$t_m = \tau \{ \max \{ Q_{1,2}(\tau), \tau \geq 0 \} \}, \quad (5)$$

其中, $Q_{1,2}$ 为互相关函数, t_m 为颗粒温度信号 δv_2^2 的补偿时间.

双SVS光源均为固态激光器, 波长分别为671和

532 nm, 功率为100 mW, 输出光束直径为2 mm, 通过凹透镜扩束得到直径为8 mm的入射光束, 经反射镜照射到转筒内不同位置的颗粒上产生散射光, 最后散射光分别通过带通为671和532 nm的滤光片被两台线阵CCD相机接收, 并转化为电信号; 通过计算散射光强获得不同位置颗粒温度随时间的变化. 线阵CCD相机型号为Spyder, 像元个数是1024个, 单位像元尺寸长度为14 μm , 最大采样线速度68 kHz. 散斑能见度光谱法的时间分辨率可达到1 μs , 测量重复性误差小于3%^[30].

2.4 图像采集系统

图4(a)为图像测量的实验装置图. 将高速面阵CCD相机(3F04M型号)与转筒放在同一水平面上, 通过对转筒侧面进行拍照, 获得颗粒体系的侧视图. 相机的像素为2320×1720, 采样频率设置为100帧/s. 入射光照和反射光线对颗粒成像拍照有着重要的影响. 因此实验在黑暗条件下进行, 实验人员穿着深色衣服和黑色长手套, 以减少来自周围物体的反射光线. 在图片后期处理时, 设置了一定的像素阈值来滤除其他干扰光的影响. 图4(b)为图像法测量颗粒流自由表面(Free Surface)倾斜角 θ 的示意图. 通过对采集图片进行自适应二值化、边缘检测和曲线拟合处理^[31], 得到颗粒体系的表面轮廓, 最后采用电子量角器进行角度测量, 获得倾斜角 θ . 当转筒转动10 min, 达到稳定流动时才进行图片采集.

3 结果与讨论

在转筒内颗粒体系填充度(亦即所用颗粒体系体积与转筒容积的比值)为40%, 以及转速 $\omega=0.1$ r/min的条件下, 采用图像法和散斑能见度光谱法, 对转筒内

图 4 (网络版彩图)图像测量法测量自由表面的倾斜角 θ . (a) 图像测量实验装置图; (b) 倾斜角示意图

Figure 4 (Color online) Measurement of the incline angle θ of the free surface. (a) Experimental setup of the image measuring method; (b) schematic diagram of measuring the incline angle.

颗粒运动进行同步测量.

3.1 颗粒流的侧面轮廓

当转筒开始转动时, 采用高速面阵CCD相机拍摄颗粒流侧视图, 对图像利用Matlab软件进行自适应二值化处理, 同时根据颗粒表面像素点的位置, 采用最小二乘法对颗粒侧面轮廓进行曲线拟合. 图5为一个崩塌周期时间内, 转筒内颗粒侧视图的二值化图片, 红色线段表示颗粒表面轮廓. 由于颗粒的平均等效周长直径 $D_{EQPC}=0.5\text{ mm}$, $Fr=3.02\times 10^{-3}$, 根据Mellmann的结论^[32], 此时为间歇性崩塌运动模式.

从图5可以看出, 崩塌周期内不规则颗粒与球形颗粒的运动过程不同. 当颗粒崩塌周期开始时, 不规则颗粒与球形颗粒的表面轮廓都是一条直线. 然而, 在不规则颗粒体系发生崩塌前3.37 s时, 颗粒体系上半部分表面轮廓出现拱形结构, 如图5上图所示. 而崩塌前球形颗粒的表面轮廓始终都是一条直线, 如图5下图所示. 崩塌前转筒内不规则颗粒体系表面呈拱形结构的特殊现象与Yang等人^[27]的测量图像一致. 图5上图, 当不规则颗粒开始发生崩塌时, 颗粒侧面表面轮廓出现两个拱形结构. 而球形颗粒崩塌时的表面轮廓只有一个拱

形结构, 如图5下图所示. 随着崩塌结束, 不规则颗粒的表面轮廓与球形颗粒的都恢复成一条直线. 填充颗粒自由表面倾斜角 θ 随着转筒旋转不断增大, 当倾斜角达到临界稳定角 $\theta_{\max}$ 时, 自由表面的部分颗粒开始发生崩塌. 崩塌过程中, 颗粒堆积倾斜角不断减小, 当倾斜角达到 $\theta_{\min}$ 时, 颗粒崩塌运动停止. 一般称 $\theta_{\min}$ 和 $\theta_{\max}$ 为转筒内填充颗粒的上休止角和下休止角^[33]. 记 θ_{ir} 为不规则颗粒体系的下休止角, θ_c 为临界角. 当颗粒体系倾斜角大于临界角时, 崩塌前不规则颗粒的表面轮廓才会出现拱形结构现象, 如图5上图所示. 图5下图中, θ_{sr} 和 θ_{ss} 分别为球形颗粒体系的下休止角和上休止角.

采用图像法对颗粒体系的轮廓进行角度测量. 统计300个崩塌周期, 获得颗粒体系的上下休止角以及临界角, 结果如表2所示. 由于颗粒间的摩擦作用以及颗粒与筒壁间的碰撞, 使得崩塌后颗粒流表面的下半部分有时会存留部分颗粒, 影响角度测量的准确性, 因此, 本文实验取颗粒流图片的上半部分轮廓进行角度测量, 如图4(b)所示.

从表2可以看出, 不规则颗粒体系的下休止角比球形颗粒体系的下休止角大 8.64° 左右, 这是由于不规则

图5 (网络版彩图)不同时刻, 转筒内颗粒侧视图的二值化图. 上图: 不规则颗粒的轮廓图片; 下图: 球形颗粒的轮廓图片. 图中, ϕ_{in} , ϕ_{sn} , $n=1, 2, 3, 4, 5$, 分别表示不规则颗粒和球形颗粒在不同状态下的体积分数

Figure 5 (Color online) Binary maps of the side view of granular flows in the drum at various time. Upper: irregular particles; Lower: spherical particles, ϕ_{in} , ϕ_{sn} , $n=1, 2, 3, 4, 5$, respectively, represent the volume fraction of irregular particles and spherical particles in the drum under different accumulation states.

表 2 特征角度参数的平均值和标准差**Table 2** The mean and standard deviation of avalanche characteristic angle parameters

特征角度参数	平均值	标准差
θ_{ir}	32.45°	0.43°
θ_{sr}	23.81°	0.31°
θ_{sc}	24.39°	0.37°
θ_{ic}	34.32°	0.51°

颗粒之间的咬合(Interlock)等机制造成的^[34]. 不规则颗粒的临界角比球形颗粒的上休止角大9.93°, 说明当颗粒流第一次运动时, 不规则颗粒的重心位置高于球形颗粒的重心位置. 球形颗粒的下休止角与上休止角之间的角度间隔约为0.58°, 而不规则颗粒的下休止角与临界角之间的角度间隔约为1.87°, 表明崩塌过程中不规则颗粒体系的重心位移大于球形颗粒体系的重心位移.

3.2 颗粒体积分数

颗粒体积分数计算公式为 $\phi=M/(\rho V_t)$, 其中, M 表示颗粒体系的总质量, ρ 表示颗粒的材料密度, V_t 表示颗粒体系体积^[35]. 通过统计二值化图片中的白色像素点的点数来计算颗粒的侧面积 S_t , 得到转筒中颗粒体系的体积 $V_t=S_t L$, L 表示转筒长度. 图6为测量得到的转筒内颗粒体积分数随时间的变化曲线. 图6(a)为不规则颗粒崩塌过程中的体积分数变化曲线. 对比图5上图与图6(a), 发现崩塌周期开始时, 颗粒体积分数 $\phi_{i1}=0.54$. 在0–3.12 s时间内, 颗粒与转筒保持相对静止状态, 颗粒体积分数保持不变, 图中显示的测量得到的

体积分数微小变化是由于图像法测量误差造成的. 当不规则颗粒体系表面的上半部分轮廓出现拱形结构时, 即 $t=3.37$ s时, 颗粒体积分数增大为 $\phi_{i3}=0.56$. 说明在3.12–3.37 s时间内, 颗粒发生重排, 体系的体积发生压缩. 在6.36–7.01 s时间时, 不规则颗粒体系发生崩塌, 颗粒体积分数先减小再增大. 当不规则颗粒体系表面出现两个拱形结构时, 颗粒体积分数减小为 $\phi_{i4}=0.515$. 崩塌结束时, 颗粒的体积分数增大为 $\phi_{i5}\approx\phi_{i1}$. 由于 $\phi_{i5}<\phi_{i3}$, 说明崩塌过程使得不规则颗粒体系的体积发生膨胀. 图6(b)为球形颗粒崩塌过程中颗粒体积分数的变化. 可以看出, 崩塌前球形颗粒的体积分数保持不变 $\phi_{s1}=0.62$. 在0–0.93 s时间内, 颗粒与转筒保持相对静止状态, 颗粒体积分数基本保持不变, $\phi_{s1}\approx\phi_{s3}$. 当颗粒发生崩塌时, 颗粒体积分数先减小再增大. 对比图5(b)与6(b), 当球形颗粒体系表面出现拱形结构时, 颗粒的体积分数减小为 $\phi_{s4}=0.60$. 崩塌结束时, 颗粒体积分数增大为 $\phi_{s5}\approx\phi_{s1}$. 由于 $\phi_{s5}\approx\phi_{s3}$, 表明崩塌前后转筒内球形颗粒的体积分数保持不变, 这与不规则颗粒的不同.

当不规则颗粒体系的体积发生压缩, 颗粒体积分数变大, 可以看作是颗粒体系从体积分数小的类流态向体积分数大的类固态的转变^[36]. 当体积分数增加到0.56后, 随着转筒转动, 崩塌前不规则颗粒体系保持稳定结构不再发生相对运动. 对比图6(a)与(b), 球形颗粒的体积分数普遍大于不规则颗粒的体积分数. 相对而言, 球形颗粒体系足够密实, 因而在转动过程中没有再被压缩. 不规则颗粒之间的间隙则较大, 并且颗粒之间的间隙分布不均匀^[37], 导致上半部分不规则颗粒, 在转动过程中容易受到外力影响而发生压缩. 发生崩

图 6 (网络版彩图)颗粒体积分数随时间变化. (a) 不规则颗粒; (b) 球形颗粒**Figure 6** (Color online) Variations of solid volume fraction with time. (a) Irregular particles; (b) spherical particles.

塌之后的短时间内, 体积分数最小, 这是由于颗粒崩塌过程中, 部分颗粒失重, 导致颗粒体系压强减小, 使得体系膨胀造成的^[38]. 不规则颗粒的体积分数变化幅值 $\Delta\phi_i = \phi_{i3} - \phi_{i4} = 0.05$ 大于球形颗粒 $\Delta\phi_s = \phi_{s3} - \phi_{s4} = 0.02$, 说明转筒内球形颗粒的堆积结构比不规则颗粒更加稳定.

3.3 颗粒温度

本文实验中采用的SVS技术具有微秒级时间分辨率, 因此可以准确测量转筒内颗粒运动的微小和瞬间变化. 开始实验前, 将两台线阵CCD相机并排放置在同一水平位置, 测量转筒内A点位置的颗粒温度, 然后对两台相机获得的颗粒温度信号进行互相关运算, 得到双SVS测量系统的同步时间差 $t_m = 0.02$. 图7为不规则玻璃砂颗粒在转筒内不同位置的同步颗粒温度随时间的变化曲线, 其中, t_{cr} 表示压缩前的静止持续时间, t_c 表

示压缩持续时间, δv_{cp}^2 表示压缩过程中的最大颗粒温度, t_{dr} 表示崩塌前的静止持续时间, t_d 表示崩塌时持续时间, δv_p^2 表示崩塌过程中的最大颗粒温度^[27]. 崩塌周期 T_i 中的第一个峰值变化过程对应于不规则颗粒体系的压缩现象, 第二个峰值变化过程对应于不规则颗粒的崩塌过程. 由于线阵CCD相机存在噪声, 所以在静止状态下, 测量得到的颗粒温度略大于0.

颗粒温度对应颗粒脉动速度的程度^[39]. 从图7可以看出, 在同一崩塌周期 T_i 中, 当不规则颗粒体系发生压缩现象时, A和B位置的颗粒温度同时增大, 而C位置的颗粒温度先保持不变, 在经过 t_1 时间后才发生改变. 说明颗粒体系压缩首先发生在A和B点所示的位置. A和B位置颗粒的压缩持续时间相等, C位置颗粒的压缩持续时间最短, 并且压缩过程中A和B位置的最大颗粒

图7 (网络版彩图)转筒内不同位置不规则颗粒的颗粒温度随时间变化. (a) A和B位置的同步颗粒温度; (b) B和C位置的同步颗粒温度

Figure 7 (Color online) Variations of granular temperature of irregular particles at different positions in the rotating drum with time. (a) Synchronous granular temperature curve at A and B positions; (b) synchronous granular temperature curve at B and C positions.

温度大于C位置的最大颗粒温度,说明C位置的颗粒温度变化是由于A和B位置颗粒体系的压缩运动引起的,如图7(b)所示. 崩塌时,转筒内A位置的不规则颗粒首先发生改变,表明不规则颗粒的崩塌运动首先发生在A位置. C位置的颗粒温度最后为零,说明崩塌运动最后停止在C位置. 崩塌过程中, B位置的最大颗粒温度大于A位置的最大颗粒温度,而B和C位置的最大颗粒温度相差很小,这可能是由于压缩运动使得颗粒体系表面呈拱形结构导致的.

球形颗粒在转筒内的测量位置与不规则颗粒的测量位置相同. 图8为球形颗粒在转筒内A, B, C三个位置的同步颗粒温度变化曲线,其中, t_{sr} 表示崩塌前的静止持续时间, t_{sd} 表示崩塌时持续时间, δv_{sp}^2 表示崩塌过程中的最大颗粒温度^[28]. 崩塌周期 T_s 中的峰值变化过程

对应于颗粒的崩塌过程. 从图8可以看出,当转筒内球形颗粒发生崩塌时, A位置的颗粒温度首先发生改变,而C位置的颗粒温度最后发生变化;并且当转筒内颗粒崩塌结束时, A位置的颗粒崩塌运动最先结束, C位置的颗粒崩塌运动最后结束. 说明崩塌运动发生在颗粒体系的A位置, 停止在C位置, 这与不规则颗粒的崩塌运动一致. 对比图7与8可以看出,在相同实验条件下,崩塌前转筒内不规则颗粒的运动状态与球形颗粒的运动状态不同,崩塌前球形颗粒体系保持稳定的颗粒体系结构并未发生压缩现象. 球形颗粒的崩塌周期时间 T_s 小于不规则颗粒的崩塌周期时间 T_i . 在崩塌过程中, A位置球形颗粒的最大颗粒温度大于不规则颗粒的最大颗粒温度, C位置球形颗粒的最大颗粒温度小于不规则颗粒的最大颗粒温度,这可能与不规则颗

图 8 (网络版彩图)转筒内不同位置球形颗粒的颗粒温度随时间变化. (a) A和B位置的同步颗粒温度变化曲线; (b) B和C位置的同步颗粒温度变化曲线

Figure 8 (Color online) Variations of granular temperature of spherical particles at different positions in the rotating drum with time. (a) Synchronous granular temperature curve at A and B positions; (b) synchronous granular temperature curve at B and C positions.

粒体系的压缩有关.

图 9 为对比了颗粒体积分数变化率的绝对值 $\frac{1}{\phi} \left| \frac{d\phi}{dt} \right|$ 与转筒内 A 位置的颗粒温度同步变化. 可以看出, 当 $\frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dt}$ 的数值较大时, 颗粒重排剧烈, 颗粒温度也较大. 由于颗粒体积分数的变化非常微小(比如仅有 2%), 不易于图像法准确观察和测量, 而采用 SVS 方法则可以敏感地捕捉到这一过程. 因此, 采用 SVS 方法统计颗粒的崩塌特征时间参数.

3.4 颗粒崩塌时间

由于转筒内颗粒体系的压缩运动和崩塌运动都首先发生在颗粒体系的 A 位置, 因此根据 A 位置的颗粒温度曲线连续统计 300 个崩塌周期时间, 获得转筒内不规

则颗粒的特征时间参数 t_{cr} , t_c , t_{dr} 和 t_d 以及球形颗粒的特征时间参数 t_{sr} 和 t_{sd} , 结果如图 10 所示. 可以看出, 不规则颗粒与球形颗粒的崩塌特征时间参数均满足正态分布, 并且标准差均小于 20%, 如表 3 所示. 崩塌前不规则颗粒的静止时间大于球形颗粒的静止时间, 不规则颗粒的崩塌时间小于球形颗粒的崩塌时间. 当转筒与颗粒处于相对静止状态时, 转筒内颗粒体系的角度增加值与静止时间满足关系式为 $\Delta\theta = 6\omega t_r$, 其中, t_r 表示颗粒的静止时间. 在一个崩塌周期时间内, 崩塌前转筒内球形颗粒的静止时间为 (0.97 ± 0.12) s, 那么崩塌前颗粒堆积体的上升角度为 $\Delta\theta_{sr} = 0.58^\circ \pm 0.09^\circ$, 该计算结果与图像法测量的数值一致: $\theta_{sr} = 23.81^\circ \pm 0.31^\circ$, $\theta_{sc} = 24.39^\circ \pm 0.37^\circ$, $\Delta\theta_{sr} = 0.58^\circ \pm 0.06^\circ$.

崩塌时间是衡量转筒内颗粒混合效率和传热效率的一个重要参数. 根据 Davidson 提出的数学模型^[40],

图 9 (网络版彩图)颗粒体积分数变化率的绝对值与 A 位置的颗粒温度随时间变化. (a) 不规则玻璃砂颗粒; (b) 球形玻璃颗粒
Figure 9 (Color online) The change in the absolute value of the volume fraction and granular temperature at A position with time. (a) Irregular glass sand particles; (b) spherical glass particles.

图 10 (网络版彩图)统计转筒内A位置颗粒的运动特征时间参数. (a) 不规则颗粒体系压缩前的静止时间 t_{cr} ; (b) 不规则颗粒的压缩持续时间 t_c ; (c) 不规则颗粒崩塌前的静止时间 t_{dr} ; (d) 不规则颗粒的崩塌时间 t_d ; (e) 球形颗粒崩塌前的静止时间 t_{sr} ; (f) 球形颗粒的崩塌时间 t_{sd}

Figure 10 (Color online) The characteristic time parameters of the A-position particles in the rotating drum. (a) t_{cr} is the static time before compression of irregular particle system; (b) t_c is the compression time of irregular particles; (c) t_{dr} is the static time before the irregular particles avalanche; (d) t_d is the avalanche time of irregular particles; (e) t_{sr} is the static time before the avalanche of spherical particles; (f) t_{sd} is the avalanche time of the spherical particles.

转筒内颗粒的崩塌时间与崩塌上下休止角满足关系式:

$$t_{av} = \sqrt{\frac{4r\sin\varepsilon}{g} \frac{1}{\sin\theta_c - \tan\theta_r \cos\theta_c}}, \quad (6)$$

其中, t_{av} 表示崩塌持续时间, θ_c 为颗粒体系的上休止角, θ_r 为下休止角, ε 为半填充度角. 在本实验中, 颗粒体系填充度 $f=0.4$ 不变, 由 $f=1/\pi(\varepsilon - \sin\varepsilon \cos\varepsilon)$, 得到半填充度角 ε . 将球形颗粒的休止角参数 $\theta_{sr}=23.81^\circ$, $\theta_{sc}=24.39^\circ$, 代入式(6), 得 $t_{sd}=1.59$ s. 从表3可以看出, SVS方法测量得到的崩塌时间 $t_{sd}=(1.51\pm0.14)$ s与式(6)计算的崩塌

表 3 特征时间参数 t_{cr} , t_c , t_{dr} , t_d , t_{sr} 和 t_{sd} 的平均值和标准差

Table 3 The averages and standard deviations of Gaussian distribution of the t_{cr} , t_c , t_{dr} , t_d , t_{sr} and t_{sd}

特征时间参数	平均值 (s)	标准差 (s)
t_{cr}	3.15	0.16
t_c	0.25	0.02
t_{dr}	2.91	0.17
t_d	0.66	0.02
t_{sr}	0.97	0.12
t_{sd}	1.51	0.14

时间存在微小偏差.

然而, 崩塌前不规则颗粒与转筒发生相对运动, 即不规则颗粒体系的压缩现象, 如图5所示. 因此, 在一个崩塌周期中, 不规则颗粒的堆积角度增加过程, 包括两个部分: $\Delta\theta_d = 6\omega(t_{cr} + t_{cd})$, 进而得到不规则颗粒的上休止角 $\theta_{ia} = \theta_{ir} + \Delta\theta_d = 36.23^\circ$. 将不规则颗粒的休止角参数代入式(6), 得 $t_d = 0.61$ s, 该计算结果小于SVS方法测量的崩塌时间 $t_d = (066 \pm 0.02)$ s. 这是由于不规则颗粒体系的压缩过程使得颗粒体系的重心位置发生改变, 导致颗粒体系的上休止角小于 36.23° , 计算结果小于实际值, 而Davidson提出的公式并未考虑该影响因素.

4 结论

在转筒内颗粒体系填充度为40%, 转筒转速为0.1 r/min条件下, 采用散斑能见度光谱法与图像法相结合, 从不同空间位置观察水平转筒内均值粒径为0.5 mm的球形颗粒与等效粒径为0.5 mm的不规则颗

粒的运动状态变化. 通过测量颗粒的体积分数与颗粒温度, 得到如下的结论: (1) 崩塌前, 不规则颗粒体系发生压缩现象, 而球形颗粒与转筒保持相对静止; (2) 在一个崩塌周期时间内, 崩塌前不规则颗粒体系的压缩现象仅发生一次, 并且压缩现象首先发生在转筒的A和B位置; (3) 球形颗粒与不规则颗粒的体积分数变化规律, 说明崩塌周期开始时不规则颗粒的体积分数较小, 揭示了压缩现象与颗粒体积分数有关; (4) 不规则颗粒的压缩临界角大于球形颗粒的上休止角, 即在一个崩塌周期中, 当转筒内颗粒第一次发生相对运动时, 不规则颗粒体系的重心位置高于崩塌前球形颗粒体系的重心位置; (5) 发现转筒内球形颗粒的崩塌时间与休止角的关系与Davidson提出的模型基本一致; (6) 不规则颗粒的崩塌时间与休止角之间的关系, 说明崩塌前不规则颗粒体系的压缩现象会缩短颗粒的崩塌持续时间. 本文实验揭示的颗粒运动规律, 为完善颗粒材料的传热效率和混合效率的控制技术提供了参考数据.

参考文献

- 1 Lu K Q, Liu J X. Static and dynamic properties of granular matter (I) (in Chinese). *Physics*, 2004, 33: 629–635 [陆坤权, 刘寄星. 颗粒物质(上). 物理, 2004, 33: 629–635]
- 2 Lu K Q, Liu J X. Static and dynamic properties of granular matter (II) (in Chinese). *Physics*, 2004, 33: 713–721 [陆坤权, 刘寄星. 颗粒物质(下). 物理, 2004, 33: 713–721]
- 3 Woodle G R, Munro J M. Particle motion and mixing in a rotary kiln. *Powder Tech*, 1993, 76: 241–245
- 4 Jaeger H M, Liu C H, Nagel S R. Relaxation at the angle of repose. *Phys Rev Lett*, 2008, 62: 40–43
- 5 Zimber F, Kollmer J E, Pöschel T. Polydirectional stability of granular matter. *Phys Rev Lett*, 2013, 111: 168003
- 6 Candelier R, Dauchot O. Creep motion of an intruder within a granular glass close to jamming. *Phys Rev Lett*, 2016, 103: 128001, arXiv: 0906.2679
- 7 Wang Z, Zhang J. Spatiotemporal chaotic unjamming and jamming in granular avalanches. *Sci Rep*, 2015, 5: 8128, arXiv: 1407.2352
- 8 Sun Q C. Granular structure and the non-equilibrium thermodynamics (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2015, 64: 076101 [孙其诚. 颗粒介质的结构及热力学. 物理学报, 2015, 64: 076101]
- 9 Ogawa S, Umemura A, Oshima N. On the equations of fully fluidized granular materials. *J Appl Math Phys (ZAMP)*, 1980, 31: 483–493
- 10 Dixon P K, Durian D J. Speckle visibility spectroscopy and variable granular fluidization. *Phys Rev Lett*, 2003, 90: 184302
- 11 Bandyopadhyay R, Gittings A S, Suh S S, et al. Speckle-visibility spectroscopy: A tool to study time-varying dynamics. *Rev Sci Instrum*, 2005, 76: 093110
- 12 Pohlman N A, Severson B L, Ottino J M, et al. Surface roughness effects in granular matter: Influence on angle of repose and the absence of segregation. *Phys Rev E*, 2006, 73: 031304
- 13 Félix G, Falk V, D'Ortona U. Granular flows in a rotating drum: The scaling law between velocity and thickness of the flow. *Eur Phys J E*, 2007, 22: 25–31
- 14 Gravish N, Goldman D I. Effect of volume fraction on granular avalanche dynamics. *Phys Rev E*, 2014, 90: 032202
- 15 Ramachandran R, Poon J M H, Sanders C F W, et al. Experimental studies on distributions of granule size, binder content and porosity in batch

- drum granulation: Inferences on process modelling requirements and process sensitivities. *Powder Tech*, 2008, 188: 89–101
- 16 Vandewalle N, Lumay G, Gerasimov O, et al. The influence of grain shape, friction and cohesion on granular compaction dynamics. *Eur Phys J E*, 2007, 22: 241–248
- 17 Lu G, Third J R, Müller C R. Discrete element models for non-spherical particle systems: From theoretical developments to applications. *Chem Eng Sci*, 2015, 127: 425–465
- 18 Liu X, Zhou S, Specht E. Avalanche time of granular flows in rotary kilns. *Chem Eng Technol*, 2010, 14B: 1029–1033
- 19 Cleary P W. DEM prediction of industrial and geophysical particle flows. *Particuology*, 2010, 8: 106–118
- 20 Dubé O, Alizadeh E, Chaouki J, et al. Dynamics of non-spherical particles in a rotating drum. *Chem Eng Sci*, 2013, 101: 486–502
- 21 Benedito W M, Duarte C R, de Souza Barrozo M A, et al. An investigation of CFD simulations capability in treating non-spherical particle dynamics in a rotary drum. *Powder Tech*, 2018, 332: 171–177
- 22 Altuhafi F, O’Sullivan C, Cavarretta I. Analysis of an image-based method to quantify the size and shape of sand particles. *J Geotech Geoenviron Eng*, 2013, 139: 1290–1307
- 23 Barrett P J. The shape of rock particles, a critical review. *Sedimentology*, 1980, 27: 291–303
- 24 Börzsönyi T, Stannarius R. Granular materials composed of shape-anisotropic grains. *Soft Matter*, 2013, 9: 7401–7418
- 25 Igathinathane C, Pordesimo L O, Columbus E P, et al. Sieveless particle size distribution analysis of particulate materials through computer vision. *Comput Electron Agricul*, 2009, 66: 147–158
- 26 Goodman J W, Narducci L M. Statistical optics. *Phys Today*, 1986, 39: 126
- 27 Yang H, Zhang B F, Li R, et al. Particle dynamics in avalanche flow of irregular sand particles in the slumping regime of a rotating drum. *Powder Tech*, 2017, 311: 439–448
- 28 Li R, Yang H, Zheng G, et al. Double speckle-visibility spectroscopy for the dynamics of a passive layer in a rotating drum. *Powder Tech*, 2016, 295: 167–174
- 29 Brinkmeier M, Dörre K, Stephan J, et al. Two-beam cross-correlation: A method to characterize transport phenomena in micrometer-sized structures. *Anal Chem*, 1999, 71: 609–616
- 30 Yang H, Zhang G H, Wang Y J, et al. Measurement techniques of grain motion and inter-grain structures in dense granular materials (in Chinese). *Adv Mech*, 2018, 48: 201812 [杨晖, 张国华, 王宇杰, 等. 密集颗粒体系的颗粒运动及结构测量技术. 力学进展, 2018, 48: 201812]
- 31 Dong L H, Zhao P B. Application of improved canny edge detection algorithm in coal-rock interface recognition. *Appl Mech Mater*, 2012, 220–223: 1279–1283
- 32 Mellmann J. The transverse motion of solids in rotating cylinders—Forms of motion and transition behavior. *Powder Tech*, 2001, 118: 251–270
- 33 Henein H, Brimacombe J K, Watkinson A P. Experimental study of transverse bed motion in rotary kilns. *Metall Trans B*, 1983, 14: 191–205
- 34 Feng X, Zhang G H, Sun Q C, et al. Effects of size polydispersity on mechanical and geometrical properties of granular system (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2013, 62: 184501 [冯旭, 张国华, 孙其诚. 颗粒尺寸分散度对颗粒体系力学和几何结构特性的影响. 物理学报, 2013, 62: 184501]
- 35 Lajeunesse E, Monnier J B, Homsy G M. Granular slumping on a horizontal surface. *Phys Fluids*, 2015, 17: 103302
- 36 Ouyang H W, Huang L H, Cheng L, et al. Behavior of hysteretic transition of granular flow regimes in a slow rotating drum (in Chinese). *Mater Sci Eng Powder Metall*, 2013, 18: 155–162 [欧阳鸿武, 黄立华, 程亮, 等. 低速转鼓中颗粒流态的滞后转变行为. 粉末冶金材料科学与工程, 2013, 18: 155–162]
- 37 Zhang G H, Sun Q C, Huang F F, et al. Jamming phenomena of a two-dimensional frictional granular system under isotropic confining (in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2011, 60: 124502 [张国华, 孙其诚, 黄芳芳, 等. 摩擦颗粒体系各向同性压缩过程中的堵塞行为. 物理学报, 2011, 60: 124502]
- 38 Xu X, Sun Q, Jin F, et al. Measurements of velocity and pressure of a collapsing granular pile. *Powder Tech*, 2016, 303: 147–155
- 39 Ono I K, O’Hern C S, Durian D J, et al. Effective temperatures of a driven system near jamming. *Phys Rev Lett*, 2002, 89: 095703
- 40 Lim S Y, Davidson J F, Forster R N, et al. Avalanching of granular material in a horizontal slowly rotating cylinder: PEPT studies. *Powder Tech*, 2003, 138: 25–30

Measurements of solid volume fraction and granular temperature at granular avalanches in a drum

CHEN Quan¹, YANG Hui^{1*}, LI Ran¹, HAN Ren¹ & SUN QiCheng^{2*}

¹ School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;

² State Key Laboratory of Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China

A granular flow in the drum has high heat exchange efficiency and mixing efficiency, and is widely used in industrial productions. Accurately describing the flow properties is extremely important for industrial production. In this work, an image measuring device based on area array CCD camera and a Speckle Visibility Spectroscopy (SVS) measuring device based on linear array CCD camera were established. Spherical particles having a mean particle diameter of 0.5 mm and irregular particles having an equivalent particle diameter of 0.5 mm were used. By measuring the profile of the side surface of the granular system in the drum, the volume fractions before and after the avalanche of the granular system were calculated. It was found that both the spherical particle system and the irregular particle system expanded during the avalanche process; before the avalanche, the irregular particle system was compacted, while the spherical particle system did not compact. Furthermore, granular temperature at different locations on the free surface of the granular flow was measured. It was found that the avalanche of the spherical particles and the irregular particles occurred at the same position; the compaction of the irregular particle system first occurred in the upper half of the system, and the compaction phenomenon occurred only once during one avalanche cycle time. Finally, based on the side surface profile and granular temperature, the angle of repose and characteristic time parameters were measured. It was found that the relationship between the angle of repose of the spherical particle system and the avalanche time was consistent with the model proposed by Davidson, and the compaction of the irregular particle system before avalanche would shorten the avalanche time of the particles. The experimental results obtained in this work provide reference data for improving the precise control technology of the flow and heat transfer of the granular materials in industrial productions.

granular flow, speckle visibility spectroscopy, granular temperature, volume fraction, jamming transition

PACS: 64.70.K-, 64.70.ps, 64.70.qj

doi: [10.1360/SSPMA2018-00347](https://doi.org/10.1360/SSPMA2018-00347)