论 文

超致密X射线双星引力波辐射

禹升华^{1,2*}, 陆由俊^{1,3}

1. 中国科学院国家天文台, 北京 100101;

2. 中国科学院FAST重点实验室, 北京 100101;

3. 中国科学院大学天文与空间科学学院, 北京 100049

*联系人, E-mail: shenghuayu@bao.ac.cn

收稿日期: 2018-07-04; 接受日期: 2018-09-04; 网络出版日期: 2018-12-10

国家自然科学基金(批准号: 11673031, 11690024, 11390372)、中国科学院战略性先导科技专项(B类)(批准号: XDB23040000)和中国科学院FAST重点实验室资助项目

摘要 超简并X射线源由中子星和充满洛希瓣的白矮星双星组成, 该类双星系统轨道周期极短(约小于80 min). 对此类双星系统的数值计算表明其在演化过程中可以产生强引力波辐射. 以目前观测到的最短轨道周期超简并X射线源4U 1820-30为例, 我们模拟了该双星系统的轨道和质量演化, 发现物质交流稳定性判据建议该系统曾经经历过非稳定的物质交流, 该系统的引力波辐射频率变化在 10^{-5} a^{-1} 的量级. 通过比较不同质量双星的轨道周期和引力波频率随时间的演化, 我们提出可以通过测量引力波频率变化的方法来研究此类双星星族的演化过程, 也可以通过该方法来搜寻较大质量短轨道周期黑洞白矮星等双星系统.

关键词 引力波, 中子星, 白矮星, 密近双星, 银河系**PACS:** 97.80.Jp, 97.20.Rp, 04.30.Db, 04.30.Tv, 95.85.Sz

1 引言

超致密X射线双星被认为由快速相互绕转的中子星白矮星双星组成, 其轨道周期 $P_{\text{orb}} \leq 80 \text{ min}$ (轨道间距约为 10^5 km). 超致密X射线双星是一类重要的引力波天体物理源和检验恒星和引力理论的实验室, 研究它们的轨道参数(双星质量、轨道周期和椭圆率)分布, 空间分布和化学成分等可以帮助我们理解极端条件下双星吸积和潮汐过程. 此外, 它们还能帮助我们理解双星的形成和演化过程中的各种问题, 包括双星演化过程中重要的公共包层抛射问

题. 由于这些双星轨道周期极短, 它们也是很强的引力波源, 其引力波信号有可能被工作频率在0.0001–1 Hz的空间激光干涉仪探测器(如太极, 天琴, Laser Interferometer Space Antenna)所探测到^[1,2].

当前已测量到轨道周期的超致密X射线双星约有13个(见表1), 其中5个在球状星团里. 表1中我们列出当前观测到的超致密X射线双星的物理参数, 其中轨道周期和距离为观测值, 假设中子星质量为 $1.4M_{\odot}$, 白矮星质量假设为其充满洛希瓣时的质量. 其中, 4U 1820-30是轨道周期最短的一个低质量X射线致密双星, 由一颗中子星和

引用格式: 禹升华, 陆由俊. 超致密X射线双星引力波辐射. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2019, 49: 019501

Yu S H, Lu Y J. The gravitational wave radiation from ultracompact X-ray binaries (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2019, 49: 019501, doi: 10.1360/SSPMA2018-00246

一颗充满洛希瓣的白矮星构成^[3,4], 其相干X射线爆发周期为685 s被认为和双星轨道周期相同^[3,5], 该双星位于银河系球状星团NGC 6624中^[3,6]. 使用Hubble望远镜对球状星团的光学和近红外波段的光谱分析表明该球状星团富金属(铁和氢元素的比例为 $[\text{Fe}/\text{H}]=-0.63\pm0.1$), 位于银河系中心附近的核球区, 到地球距离为 (7.6 ± 0.4) kpc(光学波段^[7])和 (8.4 ± 0.6) kpc(近红外波段^[8]). 通过基于多次热核爆发模型的X射线光谱分析, 中子星质量和半径被测定为 $(1.58\pm0.06)M_{\odot}$ 和 (9.1 ± 0.4) km^[9]. 但是该结果依赖于热核爆发的理论模型. 白矮星质量被认为在 $0.05\text{--}0.07M_{\odot}$ 之间^[3,9], 基本上对应于刚好充满洛希瓣的白矮星模型. 值得一提的是, 美国Very Large Array (VLA)和英国76 m Lovell望远镜的观测表明在该X射线源附近至少有一颗转动周期为5.4 ms的单脉冲星^[10–12]. Hubble望远镜的观测结果表明该源附近有较强紫外流量, 很可能来自于吸积盘或者伴星的高温热辐射^[13].

X射线观测表明4U 1820-30的轨道周期在随时间演化, Chou和Grindlay^[14]得出轨道周期对时间的一阶导数和轨道周期的比值为 $\dot{P}_{\text{orb}}/P_{\text{orb}} = (-0.347 \pm 0.148) \times 10^{-7} \text{ a}^{-1}$, 和van der Klis等人^[15]的观测结果 $\dot{P}_{\text{orb}}/P_{\text{orb}} = (-0.53 \pm 0.11) \times 10^{-7} \text{ a}^{-1}$ 基本一致. 早期的其他观测也基本支持该结果, 如van der Klis等人^[5]给出 $\dot{P}_{\text{orb}}/P_{\text{orb}} = (-0.88 \pm 0.16) \times 10^{-7} \text{ a}^{-1}$, Tan等人^[16]给出 $\dot{P}_{\text{orb}}/P_{\text{orb}} = (-1.08 \pm 0.19) \times 10^{-7} \text{ a}^{-1}$,

Morgan等人^[17]给出 $\dot{P}_{\text{orb}}/P_{\text{orb}} = (-1.3\text{--}2.7) \times 10^{-7} \text{ a}^{-1}$. 这些结果说明该双星的轨道间距在有规律地缩短. 但是, 早期也有模型给出周期随时间变化值为正, 即 $\dot{P}_{\text{orb}}/P_{\text{orb}} = 1.1 \times 10^{-7} \text{ a}^{-1}$ ^[18], 隐含该双星系统可能由于角动量的变化导致轨道间距在增加. 虽然有些理论可以解释部分的观测, 如由球状星团本身的引力势能引起的双星加速^[5,14], 吸积盘边缘物质流的垂直结构的影响^[15], 双星附近第三天体的影响或吸积星伴星是燃烧氦星^[5]. 但是这些模型都不能完全解释4U 1820-30的演化状态.

本文发展洛希瓣物质交流中子星-白矮星双星模型来模拟计算4U 1820-30的双星演化过程和引力波辐射信号, 并和双白矮星的引力波信号进行比较, 我们的模型结果表明4U 1820-30的引力波信号可能被空间引力波探测器观测到. 第2节给出我们的数值模拟方法. 第3节呈现我们的模拟结果. 对本文结果的讨论和总结在第4节.

2 方法

2.1 物质交流双星的轨道演化

我们通过计算双星角动量变化 $\dot{\mathbf{J}}_{\text{orb}}$ 来模拟中子星白矮星双星轨道演化, 双星角动量变化的起因包括引力波辐射 $\dot{\mathbf{J}}_{\text{GR}}$, 物质交流 $\dot{\mathbf{J}}_{\text{mf}}$ 和吸积星自旋-双星轨道运动耦合 $\dot{\mathbf{J}}_{\text{so}}$, 这可以被写为

$$\dot{\mathbf{J}}_{\text{orb}} = \dot{\mathbf{J}}_{\text{GR}} + \dot{\mathbf{J}}_{\text{mf}} + \dot{\mathbf{J}}_{\text{so}}. \quad (1)$$

表 1 极短周期X射线双星的轨道和距离等参数. 第1列至第5列分别是: 名称, 双星轨道周期(P_{orb}), 中子星质量(M_{NS}), 刚充满洛希瓣时白矮星质量(M_{WD}), 距离(D)

Table 1 The orbital parameters and distances of ultracompact X-ray binaries. P_{orb} =Orbital period of a binary; M_{NS} =Mass of a neutron star; M_{WD} =Mass of a white dwarf at the onset of its Roche lobe; D =Distance

名称	P_{orb} (s)	M_{NS} ($M_{\odot}$)	M_{WD} ($M_{\odot}$)	D (kpc)
4U 1820-303 ^[3,9] (NGC 6624)	685	1.4	0.0648	7.6
4U 0513-40 ^[19] (NGC 1851)	1020	1.4	0.0435	12
4U 1543-624 ^[20]	1092	1.4	0.0405	—
4U 1850-087 ^[19] (NGC 6712)	1236	1.4	0.0356	8.2
M15 X-2 ^[19,21] (M15)	1356	1.4	0.0325	10.4
XTE J1807-294 ^[22]	2406	1.4	0.0184	—
4U 1626-67 ^[23]	2520	1.4	0.0173	—
XTE J1751-305 ^[22]	2544	1.4	0.0171	—
XTE J0929-314 ^[22]	2616	1.4	0.0166	—
NGC6652B ^[23] (NGC 6652)	2616	1.4	0.0166	9.6
X1832-330 ^[24] (NGC 6652)	2628	1.4	0.0165	9.6
4U 1915-05 ^[23]	3000	1.4	0.0144	9
4U 0614+091 ^[25]	3060	1.4	0.0142	3.2

为了简化模型, 下面的公式中我们使用角动量的标量形式. 系统总的轨道角动量还可表达为

$$J_{\text{orb}} = m_1 m_2 \sqrt{Ga/M}. \quad (2)$$

式中, G 为引力常数, m_1 为主星质量(本文中为中子星), m_2 为伴星质量(本文中为白矮星), $M = m_1 + m_2$ 为总质量, a 为轨道间距. 初始处于分离(两颗星均未充满其洛希瓣)状态的双星的轨道间距由于引力波辐射而减小, 轨道角动量的改变为^[26]

$$\frac{\dot{J}_{\text{GR}}}{J_{\text{orb}}} = -\frac{32}{5} \frac{G^3}{c^5} \frac{m_1 m_2 M}{a^4}, \quad (3)$$

式中, c 光速.

随着双星轨道间距越来越小, 白矮星的表面物质将到达其洛希瓣, 接着物质交流开始. 物质将从第一拉格朗日点附近区域转移到中子星的轨道区. 如果吸积星足够大, 物质流在其弹道轨迹上某点会被截断, 阻碍吸积盘的形成. 如果吸积星的半径 r_1 小于物质流到吸积星中心的最小距离 r_{min} , 那么物质流将能够不对称地环绕吸积星运动, 最终返回到入射的物质流附近, 两者发生相互碰撞, 有可能导致激波产生. 这个复杂的吸积过程最终会导致吸积盘. Lubow 和 Shu^[27] 通过气体动力学的计算给出该最小距离 r_{min} 作为是否能形成吸积盘的判据. 我们使用一个基于此的对 r_{min} 的拟合公式^[28] 来判断吸积盘的形成. 实际上, 由于中子星的半径只有约 10 km, 在中子星白矮星物质转移过程中总是伴随着吸积盘的形成.

系统角动量改变也可由这些从第一拉格朗日点流向吸积星的物质流转移引起, 该角动量改变 $\dot{J}_{\text{mf}}$ 可以表述为物质环绕吸积星运动等效半径 R_h 的函数, 方程如下:

$$\dot{J}_{\text{mf}} = \dot{m}_1 \sqrt{Gm_1 R_h}. \quad (4)$$

当没有潮汐相互作用引起的从吸积盘到轨道的角动量转移时, 我们采用 Verbunt 和 Rappaport^[29] 给出的拟合公式来估计等效半径 R_h , 即 $R_h = ar_h \approx a[0.0883 + 0.04858 \log(q) + 0.11489 \log^2(q) - 0.020475 \log^3(q)]$, 这里 $0 < q = m_2/m_1 \leq 1$ 是质量比. 当吸积盘完全存在时, 我们假设 $R_h = 0$ ^[29].

多种因素可以引起吸积星自旋和双星轨道耦合, 如耗散耦合力矩、潮汐或磁相互作用. 我们通过引入同步时标的方法估计自旋-轨道耦合, 并且假设力矩线性正比于自旋 ω_s 和轨道角速度 ω_o 的差, 即 $\dot{\Omega}_{\text{so}} = \dot{\omega}_s - \dot{\omega}_o$ ^[30], 从而有

$$\dot{J}_{\text{so}} = \frac{km_1 r_1^2}{\tau_s} (\omega_s - \omega_o), \quad (5)$$

式中, $km_1 r_1^2$ 是吸积星的转动惯量, $k \approx 0.2$, r_1 吸积星半径, τ_s 同步时标. 吸积星自旋随时间的演化可以表达为

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_s &= \dot{\omega}_o + \dot{\Omega}_{\text{so}} \\ &= \lambda \omega_s \frac{\dot{m}_2}{m_1} - \frac{\dot{J}_{\text{orb}}}{km_1 r_1^2} - \frac{\Omega_{\text{so}}}{\tau_s}, \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $\lambda = 1 + 2 \frac{d \ln r_1}{d \ln m_1} + \frac{d \ln k}{d \ln m_1}$, $\frac{1}{\tau_s} = \frac{1}{\tau_{\text{tid}}} + \frac{1}{\tau_{\text{smag}}}$, 其中 τ_{tid} 是潮汐相互作用引起的同步时标^[31-33], 可以用下式估计:

$$\tau_{\text{tid}} = 1.3 \times 10^7 q^{-2} \left(\frac{a}{r_1} \right)^6 \left(\frac{m_1/M_\odot}{L_1/L_\odot} \right)^{5/7} \text{ a}, \quad (7)$$

式中, L_1 是吸积星的光度. τ_{smag} 为吸积星磁场引起的同步时标^[34], 可以用下式估计:

$$\tau_{\text{smag}} = 2.0 \times 10^6 m_1 r_1^{-4} r_2^{-5} a^6 B^{-2} \text{ a}, \quad (8)$$

式中, r_2 为伴星半径, B 为吸积星表面磁场(单位: Gauss). 当磁场很大时, 同步时标可能很短.

吸积星自旋角速度可能增加至上限, 也就是吸积星临界瓦解时的自转速度, 此时自旋轨道耦合由于不稳定性或质量的损失可能得到加强. 我们假设吸积星表面的瓦解角速度约为开普勒轨道角速度, 即

$$\omega_k = \sqrt{\frac{Gm_1}{r_1^3}}. \quad (9)$$

其随时间变化为

$$\dot{\omega}_k = -\frac{\omega_k}{2} (1 - 3\varsigma_1) \frac{\dot{m}_2}{m_1}, \quad (10)$$

式中, $\varsigma_1 = \frac{d \ln r_1}{d \ln m_1}$.

另一方面, 轨道角动量对时间的一阶导数为

$$\frac{\dot{J}_{\text{orb}}}{J_{\text{orb}}} = \frac{\dot{a}}{2a} + \frac{\dot{m}_1}{m_1} + \frac{\dot{m}_2}{m_2} - \frac{\dot{M}}{2M}. \quad (11)$$

在物质交流阶段, 假设白矮星 m_2 在一段时间内损失质量 dm_2 ($dm_2 < 0$), 其中一部分质量 $-\alpha dm_2$ ($0 \leq \alpha \leq 1$)被中子星吸积, 隐含着 $dm_1 = -\alpha dm_2$, 即 $\dot{m}_1 = -\alpha \dot{m}_2$. 另一部分质量 $(1 - \alpha)dm_2$ 从双星系统溢出, 隐含着 $\dot{M} = (1 - \alpha)\dot{m}_2$. $\alpha = 1$ 时是质量交换完全守恒的情况, $0 \leq \alpha < 1$ 为非守恒情况.

结合方程(1)和(11), 我们可以消去 $\dot{J}_{\text{orb}}$, 然后给出中子星-白矮星双星轨道间距的改变为

$$\begin{aligned} \frac{\dot{a}}{2a} = & -\frac{32}{5} \frac{G^3}{c^5} \frac{m_1 m_2 M}{a^4} \\ & + \left[1 - \alpha q - \frac{(1 - \alpha)}{2} \frac{q}{1 + q} - \alpha \sqrt{(1 + q)r_h} \right] \frac{-\dot{m}_2}{m_2} \\ & + \frac{km_1 r_1^2}{\tau_s J_{\text{orb}}} (\omega_s - \omega_o). \end{aligned} \quad (12)$$

根据这个方程, 引力波辐射总是引起双星轨道间距缩小, 双星质量改变和自旋-轨道耦合可能导致轨道间距增加或缩小, 依赖于参数, 主要为质量比和自旋轨道角速度的差值.

为了能获得和白矮星结构演化相关的结果, 我们通过数值求解基本的流体力学偏微分方程组来计算物质转移, 这不同于在以前研究中所用到的拟合公式的方法^[29,30], 我们的方法可以更加真实地呈现双星的物质交流过程. 假设白矮星的自引力被电子简并压 P_e 平衡, 白矮星的质量密度沿其半径 r_2 分布由流体静力学方程和泊松方程决定, 即

$$\frac{dP_e}{dr_2} = -\frac{d\Phi}{dr_2} \rho_2, \quad (13)$$

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho_2, \quad (14)$$

式中, r_2 为白矮星半径, ρ_2 为质量密度. 费米电子简并压 P_e 和白矮星的质量密度有如下关系^[35]:

$$P_e = \frac{\pi m_e^4 c^5}{3h^3} \cdot \left[(2x^3 - 3x) \sqrt{x^2 + 1} + 3 \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \right], \quad (15)$$

$$\rho_2 = \mu_e m_u \frac{8\pi m_e^3 c^3}{3h^3} x^3, \quad (16)$$

式中, m_e 为电子静止质量, $m_u \approx 1.66 \times 10^{-27}$ kg为原子质量单位, h 为普朗克常数, $x = p_m/m_e c$, p_m 为某确定的动量. 在动量 p_m 以内的所有相格被两个电

子占据, 以外的相格为空. 对于纯电子气体, 平均质量 μ_e 为

$$\mu_e = \left(X + \frac{1}{2}Y + \frac{1}{2}Z \right)^{-1}, \quad (17)$$

式中, X , Y 和 Z 为氢, 氦和重元素的质量百分比, 有 $X + Y + Z = 1$.

洛希瓣物质交流开始发生的条件可以被写为 $r_2 = r_{2L}$, r_{2L} 是白矮星等效洛希瓣半径. 我们根据Eggleton^[36]的结果来计算 r_{2L} , 即

$$\frac{r_{2L}}{a} = \frac{0.49q^{2/3}}{0.6q^{2/3} + \ln(1 + q^{1/3})}, \quad (18)$$

式中, $q = m_2/m_1$ 为质量比. 假设白矮星半径超出洛希瓣半径的物质会从白矮星丢失, 这部分质量可以表述为超出体积(正比于 $r_2^3 - r_{2L}^3$)和该体积内物质的质量密度 ρ_{2s} 的乘积, 即

$$\dot{m}_2 = -\frac{4\pi \rho_{2s}(r_2^3 - r_{2L}^3)}{3 \Delta t}. \quad (19)$$

ρ_{2s} 作为白矮星半径 r_2 的函数可以从方程(13)–(17)获得.

中子星吸积物质所占白矮星失去质量的比例和吸积光度有密切关系, 在本研究中我们假设: (1) 如果吸积光度小于Eddington光度 L_{Edd} , 物质交流是守恒的($\alpha = 1$), 也就是所有白矮星失去质量被中子星吸积; (2) 如果吸积光度大于 L_{Edd} , 且从吸积物质流向外释放的光子能量能被白矮星失去物质吸收, 假设这部分物质会从L1点附近被加速到无限远. 根据能量守恒, 我们有

$$-\alpha \dot{m}_2 (\phi_{L1} - \phi_{r1}) = -(1 - \alpha) \dot{m}_2 \phi_{L1} + L_{\text{Edd}}, \quad (20)$$

式中, ϕ_{L1} 为第一拉格朗日点的引力势, ϕ_{r1} 为吸积星表面的引力势, $\dot{m}_2 < 0$. 由此可得被中子星吸积的物质所占比例为

$$\alpha = \frac{\dot{m}_2 \phi_{L1} + L_{\text{Edd}}}{\dot{m}_2 \phi_{r1}}. \quad (21)$$

我们使用Kopal^[37]的结果来计算引力势 ϕ_{L1} 和

ϕ_{r1} , 也就是

$$\begin{aligned}\phi_{L1} &= -\frac{Gm_2}{x} - \frac{Gm_1}{a-x} - \frac{GM}{2a^3} \left(x - \frac{a}{1+q} \right)^2, \\ \phi_{r1} &= -\frac{Gm_2}{a} - \frac{Gm_1}{r_1} \\ &\quad - \frac{GM}{2a^3} \left(\frac{2}{3}r_1^2 + \left(a - \frac{a}{1+q} \right)^2 \right), \\ \frac{x}{a} &= \frac{0.696q^{1/3} - 0.189q^{2/3}}{1 + 0.014q}.\end{aligned}\quad (22)$$

Eddington 光度可以被表示为

$$L_{\text{Edd}} = \frac{4\pi r_1^2 c \bar{g}}{\kappa}, \quad (23)$$

式中, $\kappa = 0.2(1+X) \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ 为吸积气体的不透明度, X 为氢的质量比例, $\bar{g}$ 是吸积星的平均表面重力加速度, 也就是

$$\bar{g} = \frac{Gm_1}{r_1^2} - \frac{2}{3} \frac{GM r_1}{a^3}. \quad (24)$$

由于中子星半径很小质量较大, 本文忽略吸积物质的冲击动能的影响, 但是在双白矮星系统中, 需要考虑该动能.

我们总结本研究中求解的基本方程如下(也就是方程(1), (11), (19)):

$$\begin{aligned}J_{\text{orb}} &= J_{\text{GR}} + J_{\text{mf}} + J_{\text{so}}, \\ \frac{J_{\text{orb}}}{J_{\text{orb}}} &= \frac{\dot{a}}{2a} - \frac{\alpha \dot{m}_2}{m_1} + \frac{\dot{m}_2}{m_2} - \frac{(1-\alpha)\dot{m}_2}{2M}, \\ \dot{m}_2 &= -\frac{4\pi \rho_{2s}(r_2^3 - r_{2L}^3)}{3 \Delta t}.\end{aligned}$$

其中前两个是角动量变化方程, 后一个是白矮星物质转移速率计算方程, 白矮星的质量、半径和密度等参数通过求解其结构(也就是方程(13)和(14))获得. 相比之前的研究^[29], 我们的数值计算能给出中子星-白矮星双星系统较完整的演化.

2.2 中子星白矮星双星引力波辐射的计算

我们通过线性化Einstein场方程来计算双星引力波振幅^[26,38]. 假设: (1) 双星质量分别为 m_1 和 m_2 , 总质量和折合质量分别为 $M = m_1 + m_2$ 和 $\mu =$

$m_1 m_2 / M$; (2) 轨道长轴为 a ; (3) 椭率为 e ; (4) 轨道间距为 $d = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos(\varphi)}$, 角速度为 $\dot{\varphi} = \frac{(GM)^{1/2}[1+e \cos(\varphi)]^2}{a^{3/2}(1-e^2)^{3/2}}$, 这里我们取双星轨道平面为Cartesian直角坐标系的 x - y 平面, 原点在质心, z -方向垂直于轨道平面, φ 是轨道间距和 x -方向之间的夹角. 对一个轨道周期和所有方向求平均后, 在地球观测者附近的平均引力波振幅 $h(n, e)$ 可以表示为^[26,38-40]

$$\begin{aligned}h(n, e) &= \sqrt{\frac{128}{5}} (2\pi)^{2/3} \frac{G^{5/3}}{c^4} M^{2/3} \mu P_{\text{orb}}^{-2/3} R_b^{-1} \left(\frac{g(n, e)}{n^2} \right)^{1/2} \\ &\approx 1.0 \times 10^{-21} \\ &\quad \times \left(\frac{g(n, e)}{n^2} \right)^{1/2} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{5/3} \left(\frac{P_{\text{orb}}}{\text{hour}} \right)^{-2/3} \left(\frac{R_b}{\text{kpc}} \right)^{-1},\end{aligned}\quad (25)$$

$$f_n = n/P_{\text{orb}}, \quad (26)$$

$$\begin{aligned}g(n, e) &= \frac{n^4}{32} \left\{ \left[J_{n-2}(ne) - 2eJ_{n-1}(ne) + \frac{2}{n}J_n(ne) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 2eJ_{n+1}(ne) - J_{n+2}(ne) \right]^2 \right. \\ &\quad \left. + (1-e^2) \left[J_{n-2}(ne) - 2J_n(ne) + J_{n+2}(ne) \right]^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{4}{3n^2} J_n^2(ne) \right\},\end{aligned}\quad (27)$$

式中, $M \equiv \mu^{3/5} M^{2/5}$ 为chirp质量, P_{orb} 为轨道周期, R_b 为波源距地球距离, $g(n, e)$ 为和Kepler运动的傅里叶展开相关的系数. 如果双星处于圆轨道($e=0$), 引力波频率 f 为单频且 $f = 2/P_{\text{orb}}$. 如果轨道的椭率不为零($e \neq 0$), 引力波频率有展宽, 此时引力波频率 $f = n/P_{\text{orb}}$, 其中 $n = 1, 2, 3, \dots$ 代表第 n th阶谐波. 我们假设中子星白矮星临近相接时, 双星轨道已经圆化($e=0$), 所以有 $\sqrt{g(n, e)}/n = 0.5$. 本文忽略自旋对双星辐射引力波振幅计算的直接影响.

中子星-白矮星双星物质交流阶段引力波波形的精确计算需要数值相对论(如Hughes^[41]的讨论). 但是由于其物质交流速率约为 $10^{-8} M_{\odot} \text{ a}^{-1}$ (见3.1节), 典型物质交流时标($\sim 10^6 \text{ a}$)远大于观测时标($\sim 1-10 \text{ a}$), 意味着在短的观测时间范围, 这类双星系统轨道、质量和自旋等参数变化较小, 式(25)可以近似给出这类双星引力波振幅的估计值.

3 结果

3.1 双星的演化

图 1 展示 4U 1820-30 双星中白矮星的物理参数随时间的变化, 如白矮星半径和洛希瓣半径、白矮星质量、轨道间距的变化、物质交流速率(包括 Eddington 吸积率)随时间的变化. 可以看出初始处于分离状态的中子星白矮星双星在绕转过程中, 引力波辐射带走系统能量和角动量, 导致轨道间距断减小. 随着白矮星充满洛希瓣后, 部分物质将通过

图 1 (网络版彩图)超致密X射线双星4U 1820-30中白矮星伴星的物理参数演化. (a) 白矮星质量; (b) 白矮星半径和洛希瓣半径; (c) 物质交流速率; (d) 轨道间距(包括引力波辐射、物质交流和轨道-自旋同步对其贡献)

Figure 1 (Color online) The time-dependent variations of physical parameters of white dwarf companion in ultracompact X-ray binary 4U 1820-30. (a) The mass of white dwarf; (b) the radius and Roche lobe radius of white dwarf; (c) the mass loss rate of white dwarf; (d) the change rate of orbital separation (including contributions from gravitational waves, mass transfer and orbit-spin coupling).

L1点附近区域转移到中子星, 物质损失使得白矮星质量不断减小, 半径增加, 双星质量比增大. 此时由于物质交流引起的轨道间距变化逐渐和引力波相抗衡, 最终导致双星轨道间距缓慢增加.

当白矮星的半径和其等效洛希瓣半径随时间变化的一阶导数相等时, 物质交流趋于稳定下降. 白矮星物质损失速率最高约为 $4.35 \times 10^{-8} M_\odot \text{ a}^{-1}$, 低于 Eddington 吸积率 $\sim 6.0 \times 10^{-8} M_\odot \text{ a}^{-1}$. 这意味着双星的物质交流是守恒的 ($\alpha = 1$), 白矮星损失的物质全部被吸积到中子星. 如果假设吸积导致的引力势能释放完全转化为X射线光度(辐射效率100%), 有光度 $L = \frac{Gm_1\dot{m}_2}{r_1}$. 白矮星物质损失速率最高时对应的吸积率产生的X射线光度约为 $18 \times 10^{37} \text{ ergs s}^{-1}$, 略大于观测值 $6 \times 10^{37} \text{ ergs s}^{-1}$ [3] (3倍).

3.2 物质交流稳定性

我们可以通过比较白矮星半径和其等效洛希瓣半径随白矮星质量和时间的变化速率(即 $\frac{\partial r_2}{\partial m_2}$ 和 $\frac{\partial r_{2L}}{\partial m_2}$)来判断物质交流的稳定性. 如果 $\frac{\partial r_2}{\partial m_2} > \frac{\partial r_{2L}}{\partial m_2}$, 意味着白矮星损失质量后, 半径膨胀大于洛希瓣半径, 这将使得质量损失进一步加剧, 物质交流趋向于不稳定; 反之, 则意味着白矮星质量损失后, 物质趋向于被约束在洛希瓣内, 质量损失减少, 物质交流趋向于稳定.

由于数值计算中时间步长 Δt 和每一步白矮星质量变化 Δm_2 是固定的, 图 2 仅显示白矮星半径变化 ∂r_2 和其等效洛希瓣半径变化 ∂r_{2L} 随时间的函数. 可以看出, 当洛希瓣物质交流刚开始发生时, 物质交流不稳定, 物质损失速率非线性增加(图 1). 当 $\partial r_2 = \partial r_{2L}$ 时, 白矮星物质损失速率达到最大, 之后白矮星洛希瓣半径变化 ∂r_{2L} 略微大于半径变化 ∂r_2 , 导致其物质损失速率近似缓慢线性下降.

3.3 4U 1820-30的轨道周期和引力波频率变化

图 3(a)给出 4U 1820-30 的轨道周期随时间的一阶变化和轨道周期的比值($\dot{P}_{\text{orb}}/P_{\text{orb}}$)作为轨道周期(P_{orb})的函数. 当洛希瓣物质交流发生后, 其引起的系统角动量变化开始逐渐和引力波引起的角动量变化相抗衡, 直至轨道周期不再减小, 其一阶变化

图 2 (网络版彩图) 白矮星半径和其等效洛希瓣半径对白矮星质量的一阶变化

Figure 2 (Color online) The first-order changes of radius and Roche lobe radius of white dwarf with respect time.

图 3 (网络版彩图) (a) 超致密X射线双星4U 1820-30轨道周期随时间的一阶变化作为轨道周期自身的函数(黑线). 红色的方块标明不同的观测. 箭头表明演化方向, 为了方便看出演化时标, 从模拟的数据中选出部分标为绿色点, 点与点之间的时间间隔为 10^4 a. (b) 假设4U 1820-30轨道椭圆率为0, 其引力波频率($2/P_{\text{orb}}$)随时间的一阶变化作为频率自身的函数(黑线). 箭头表明演化方向, 蓝色线标明其目前的频率 $2/685$ Hz

Figure 3 (Color online) (a) The first-order derivative of orbital period of ultracompact X-ray binary 4U 1820-30 with respect to time as a function of the orbital period (black line). Red squares denote the observations. The arrows show its evolutionary directions. The green points are selected from the simulations, and the time interval between neighbored points is 10^4 a. (b) Assuming that the orbital eccentricity of 4U 1820-30 is zero, the first-order derivative of gravitational wave frequency of 4U 1820-30 with respect to time as a function of the frequency (black line). Blue line denotes the current frequency ($2/685$ Hz) of 4U 1820-30. The arrows show its evolutionary directions.

为零. 此时, 由式(12)得出白矮星物质损失速率为

$$\dot{m}_2 = -A \frac{32G^3 m_1 m_2^2 M}{5c^5 a^4}, \quad (28)$$

$$A = \frac{1}{[1 - q - \sqrt{(1+q)r_h}]},$$

式中, A 略大于1, 如果取 $A \approx 1$, 把中子星-白矮星双星的参数代入上式, 可以得出 $\dot{m}_2 \approx 4.4 \times 10^{-9} M_{\odot} \text{ a}^{-1}$. 实际数值模拟的结果约为 $1.11 \times 10^{-8} M_{\odot} \text{ a}^{-1}$. 需要指出轨道间距变化为零时, 物质损失速率并非最大, 因为此时白矮星半径一阶变化依然比有效洛希瓣半径一阶变化要大(见图2). 在随后的演化中, 由于较强物质交流还在继续, 双星轨道周期开始变长, 当白矮星半径一阶变化和有效洛希瓣半径一阶变化近似相等时, 物质损失速率最大. 从图中可以看出, 对4U 1820-30的轨道周期变化观测表明该双星很可能是小质量中子星-白矮星双星, 总质量约为 $1.0648 M_{\odot}$.

这些结果意味着该双星演化可分为以下几个阶段: (1) 第一阶段, 轨道周期不断减小, 减小速率(即轨道周期随时间的一阶变化, 负值)在增加, 此时引力波辐射占主导地位; (2) 第二阶段, 轨道周期继续减小, 但其变化速率也在减小, 直至零, 此时双星轨道周期达到最小值; (3) 第三阶段, 轨道周期不断增加, 其变化速率也在不断增加(正值), 此时物质交流引起的角动量变化占主导; (4) 第四阶段, 轨道周期继续增加, 但其变化速率在减小. 在此演化过程中, 双星将一直保持物质交流状态, 直至白矮星可提供的损失质量为零. 我们这里假设没有其他物理过程导致物质交流速率的突变. 由于小质量白矮星-中子星系统演化时标很长, 4U 1820-30的第四阶段演化在图3中没有显示出来, 但是图4和图5显示了较完整的白矮星-中子星的演化.

图3(b)显示4U 1820-30的引力波频率随时间的一阶导数和频率自身的比值($\dot{f}/f$)作为频率的函数. 目前大部分观测给出4U 1820-30的轨道周期变化为负值, 表明双星演化处于第二阶段, 在此情况, 观测获得的685 s的轨道周期(引力波频率0.002917 Hz)对应的频率变化为 $1.54 \times 10^{-5} \text{ a}^{-1}$ (轨道周期变化为 $-1.54 \times 10^{-7} \text{ a}^{-1}$). 但是, 小部分观测给出正的轨道

周期变化, 说明该双星演化有可能处于第三阶段, 此时对应的频率变化为 $-1.99 \times 10^{-5} \text{ a}^{-1}$ (轨道周期变化为 $1.99 \times 10^{-7} \text{ a}^{-1}$).

为方便对比, 图4和5展示不同质量的中子星-白矮星(假设中子星质量上限约 $3M_{\odot}$)和中子星(假设 $1.4M_{\odot}$)-不同质量白矮星双星洛希瓣物质交流的演化序列. 从图4中可以看出, 中子星质量越大, 其刚开始时所处的双星轨道周期的一阶变化绝对值也越大, 而图5显示不同质量的白矮星, 其轨道周期演化在不同序列. 这些结果表明可以通过测量引力波频率(或双星轨道周期, 假设圆轨道, 引力波频率为双星轨道周期倒数的2倍)的变化来研究中子星-白矮星的轨道变化, 物质交流和演化状态, 即超致密X射线源的周期变化. 此外, 我们发现不同质量双星有着不同的频率演化序列, 大质量双星的频率

图4 (网络版彩图) (a) 在图3的基础上, 添加了不同质量中子星-白矮星双星系统的演化曲线, 不同颜色的实线表示不同质量的双星演化序列, 用序号1-7标注, 见图中说明. (b) 假设4U 1820-30轨道偏心率 $e=0$, 其引力波频率 $(2/P_{\text{orb}})$ 随时间的一阶导数作为频率自身的函数(黑线). 箭头表明演化方向, 蓝色竖线表明其目前的频率 $2/685 \text{ Hz}$

Figure 4 (Color online) (a) The first-order derivative of orbital period of ultracompact X-ray binary 4U 1820-30 with respect to time as a function of the orbital period (black line). Red squares denote the observations. The arrows with solid lines show its evolutionary directions. The green points are selected from the simulations, and the time interval between neighbored points is 10^4 a . The colored solid lines show evolutions of binaries with different masses (denoted by number 1-7). (b) Assuming that the orbital eccentricity of 4U 1820-30 is zero, the first-order derivative of gravitational wave frequency of 4U 1820-30 with respect to time as a function of the frequency (black line). Blue line denotes the current frequency $(2/685 \text{ Hz})$ of 4U 1820-30. The arrows with solid lines show its evolutionary directions.

图5 (网络版彩图) 中子星(假设 $1.4M_{\odot}$)-不同质量白矮星双星系统轨道周期随时间的一阶变化作为轨道周期自身的函数演化曲线, 不同颜色的实线表示不同质量的双星演化序列. (a)-(c)分别展示不同白矮星质量的双星演化

Figure 5 (Color online) The first-order derivatives of orbital periods of neutron star ($1.4M_{\odot}$)-white dwarf binaries as a function of the orbital periods. The evolutions of binaries with different masses of white dwarfs are shown by different colors in (a)-(c) respectively.

变化也相应较大, 这意味着未来对引力波的探测可以帮助我们寻找较大质量的黑洞-白矮星双星.

3.4 轨道-自旋耦合的影响

双星轨道周期和吸积星的自旋耦合对系统角动量和双星轨道间距演化也可能有较大的影响, 主要依赖于同步时标、初始轨道周期和自旋参数. 从式(12)等号右端第三项(轨道-自旋耦合引起的轨道间距变化)可以看出, 当自旋角速度大于轨道角速度时, 轨道间距增加, 反之, 轨道间距减小. 由于脉冲星通常角频率高于 0.1 Hz , 对于超致密X射线双星, 一般有自旋角速度高于轨道角速度, 轨道-自旋耦合可以使轨道间距增加. 但是, 轨道间距变化量级受同步时标影响很大, 该时标和潮汐相互作用、磁场及耗散等有密切联系.

对于4U 1820-30, 我们取中子星质量 $m_1 = 1.0M_\odot$ 和半径 $r_1 = 1.44 \times 10^{-5}R_\odot$, 白矮星质量 $m_2 = 0.0648M_\odot$ 和半径 $r_2 = 0.0312R_\odot$, 轨道间距 $a = 0.17R_\odot$, 磁场 $B = 10^{12}$ G, 则同步时标约为 $\tau_s \approx 4 \times 10^4$ a, 双星系统物质转移接近平衡时, 其对轨道间距变化的贡献约为 $1.4 \times 10^{-9} R_\odot \text{ a}^{-1}$, 比物质交流和引力波对轨道间距变化的贡献(2.9×10^{-8} 和 $1.6 \times 10^{-8} R_\odot \text{ a}^{-1}$)约小1个量级.

式(7)给出由潮汐相互作用引起的同步时标很长($\tau_{\text{tid}} > 10^9$ a), 引起的轨道变化 $< 10^{-11} R_\odot \text{ a}^{-1}$ 的量级, 所以可以忽略潮汐相互作用的影响. 这些结果表明只有在磁场或潮汐相互作用很强时, 才需要考虑轨道-自旋耦合的影响.

3.5 4U 1820-30的引力波信号

图6显示4U 1820-30和类似的已知距离超致密X射线源的引力波特征振幅作为频率的函数, 为了方便比较, 图中也给出其他短轨道周期双星引力波波源, 如分离双白矮星, AM CVn星(包含一些双白矮星X射线源)的特征振幅. 图中我们也给出类LISA空间引力波探测器的灵敏度. 直接比较特征振幅和探测器灵敏度可以给出探测信噪比^[42]. 为了简化模型参数和给出较明显的变化趋势, 我们在本节计算的中子星和白矮星质量使用表1的数据. 从图6可以看出, 如果取中子星质量为 $1.4M_\odot$ (这是为了减小质量参数对结果的影响, 方便我们看出引力波振幅随频率的变化趋势), 4U 1820-30的信噪比约为3, 信号较强. 如果取本文支持的中子星质量 $1.0M_\odot$, 4U 1820-30的信噪比降为2.86, 特征振幅约为 2.43×10^{-21} , 仍在空间引力波探测器可探测范围. 此外还有2个超致密X射线源(4U 1850-087和4U 0513-40)的信噪比约为1.35和1.26, 在可探测边缘.

超致密X射线双星的引力波信号有可能湮没在双白矮星或其他类型波源的信号中. 从图中我们看出双白矮星(AM CVn星是一类半相接双白矮星)的信号更强, 主要因为它们局部数目密度众多, 距离较近(表1和表2). 但是, 对于4U 1820-30, 其引力波频率为0.00292 Hz, 位于可分辨源的频率区间(约大于

图6 (网络版彩图)引力波特征振幅作为频率的函数. 为方便比较, 除超致密X射线双星外, 图中也标出其他可能的短周期引力波源, 如分离双白矮星, AM CVn星(含一些双白矮星X射线源)等的引力波信号特征振幅. 红线标明类LISA的空间引力波探测器的灵敏度

Figure 6 (Color online) The gravitational wave characteristic strains as a function of frequency of some ultracompact X-ray sources. For comparison, we also plot the characteristic strains of other gravitational wave sources, such as detached double white dwarfs, and AM CVn stars (including some double white dwarfs X-ray sources). The red line shows sensitivity of a LISA-like space-borne gravitational wave detector.

2 mHz), 这允许我们通过增加频率分辨率的方法来探测其引力波信号. 对于另外2个频率较低的超致密X射线源, 它们的引力波信号很可能被大量不可分辨的双白矮星产生的前景信号所遮挡, 导致我们不能直接看到它们的信号. 一个可能的方法是从观测数据中扣除双白矮星的前景信号, 这需要对双白矮星星族的引力波辐射有较好的理解^[39,55-61]. 我们将继续发展双致密星星族引力波辐射信号的数值计算和数据处理方法, 以更精确地在未来的观测中认证这些双星系统.

4 讨论和结论

计算白矮星的结构时采用半径步长为100 m, 白矮星的半径约为 $0.031R_\odot$, 计算带来的误差为 4.6×10^{-6} . 时间步长取为100 a, 太大会使得白矮星不真实的损失过多物质, 从而进入不同质量的演化序列, 太小则导致消耗大量计算时间才能达到相对平衡的物质交流状态. 如果把采样时间取为数值计算时间步长, 则该时间步长取值还会影响引力波信号的时域轮廓, 当采样频率满足Nyquist采样定律

表 2 极短轨道周期AM CVn双星和分离双白矮星的轨道和距离等参数. 第1列至第5列分别是: 名称, 双星轨道周期(P_{orb}), 白矮星主星质量(M_1), 白矮星伴星质量(M_2), 距离(D)

Table 2 The orbital parameters and distances of AM CVn stars and detached double white dwarfs. P_{orb} =Orbital period of a binary; M_1 =Mass of a primary star; M_2 =Mass of a secondary star; D =Distance

AM CVn双星	P_{orb} (s)	M_1 ($M_{\odot}$)	M_2 ($M_{\odot}$)	D (kpc)
HM Cnc ^[43]	324	0.55	0.138	5
V407 Vul ^[44–46]	570	0.4	0.079	1
ES Ceti ^[47]	620	0.8	0.072	0.35
AM CVn ^[48]	1029	0.71	0.0438	0.606
HP Lib ^[48]	1103	0.49	0.0411	0.197
CR Boo ^[48]	1471	0.67	0.0303	0.337
V803 Cen ^[48]	1596	0.78	0.0279	0.347
SDSS J1240-0159 ^[49]	2220	0.31	0.0205	0.395
GP Com ^[48]	2794	0.5	0.016	0.075
分离双白矮星	P_{orb} (s)	M_1 ($M_{\odot}$)	M_2 ($M_{\odot}$)	D (kpc)
J0651+2844 ^[50–52]	765	0.55	0.25	1.0
WD 0931+444 ^[53]	1200	0.32	≥ 0.14	0.66
J1630+4233 ^[52]	2390	≥ 0.3	0.3	1.0
J0923+3028 ^[52,54]	3884	≥ 0.34	0.23	0.28

时, 将不会造成引力波轮廓失真.

潮汐相互作用会使白矮星发生形变, 其半径变化(由潮汐引起的形变量)约为^[62]

$$\Delta r_2 = \frac{15}{8} \frac{m_1 r_2^4}{m_2 a^3}. \quad (29)$$

取中子星质量 $m_1 = 1.0 M_{\odot}$ 和半径 $r_1 = 1.44 \cdot 10^{-5} R_{\odot}$, 白矮星质量 $m_1 = 0.0648 M_{\odot}$ 和半径 $r_2 = 0.0312 R_{\odot}$, 轨道间距 $a = 0.17 R_{\odot}$, 则 $\Delta r_2 = 0.00558 R_{\odot}$, 相对原白矮星半径比值约为 $\Delta r_2 / r_2 \approx 18\%$. 该形变会给物质交流速率的计算带来 $\sim 61\%$ 的计算误差, 未来的引力波观测可以帮助我们确定双星潮汐相互作用的影响.

当前处在洛希瓣物质交流阶段的中子星白矮星双星的数目可以通过该双星系统的并合率和白矮星质量及其物质损失率比值(也就是该系统的年龄估计值)的乘积来估计. 对于类似于4U 1820-30的双星系统, 双星并合率约为 10^{-4} a^{-1} , 白矮星质量约为 $0.065 M_{\odot}$, 物质损失率约为 $10^{-8} M_{\odot} \cdot \text{a}^{-1}$, 所以其当前数目约为650. 更准确的并合率、双星质量和物质损失率分布可以通过双星星族合成的方法获得. 这类双星系统的空间分布对它们产生的引力波信号

也可能会有影响, 我们目前只考虑银河系内的此类双星, 空间尺度约50 kpc以内, 引力波振幅和距离成反比, 对于100 kpc以外的低质量双星, 其辐射的引力波振幅比10 kpc内的双星要小1个量级以上, 较难被当前的引力波探测器观测到.

本文研究观测上对应于超简并X射线双星的中子星白矮星双星系统的物质交流过程和其在此演化阶段的引力波辐射. 以目前观测到的最短轨道周期X射线源4U 1820-30为例, 模拟了该双星系统的轨道和质量演化, 物质交流稳定性判据建议该系统曾经经历过非稳定的物质交流. 该系统的引力波辐射频率变化在 10^{-5} a^{-1} 的量级, 对于类LISA的空间引力波探测器, 其信噪比(S/N)约为3. 通过比较不同质量双星的轨道周期和引力波频率随时间一阶导数的演化, 提出可以通过测量引力波频率的变化来研究此类双星星族的演化过程, 也可以通过对引力波频率变化的观测来搜寻大质量短轨道周期双星系统, 如黑洞白矮星双星. 未来引力波信号的观测将促进我们对这些双致密星星族和相关天体演化的理解, 并且可以通过它们的物理参数分布函数进行致密星前身星研究.

参考文献

- 1 Nelemans G. The Galactic gravitational wave foreground. *Class Quantum Grav*, 2009, 26: 094030
- 2 Nelemans G, Jonker P G. Ultra-compact (X-ray) binaries. *New Astron Rev*, 2010, 54: 87–92
- 3 Stella L, White N E, Priedhorsky W. The discovery of a 685 second orbital period from the X-ray source 4U 1820-30 in the globular cluster NGC 6624. *Astrophys J*, 1987, 312: L17–L21
- 4 Verbunt F. The formation of ultra-short period binaries in globular clusters. *Astrophys J*, 1987, 312: L23–L25
- 5 van der Klis M, Hasinger G, Dotani T, et al. Simultaneous ROSAT/Ginga observations of 4U 1820-30. *Mon Not R Astron Soc*, 1993, 260: 686–692
- 6 Grindlay J, Gursky H, Schnopper H, et al. Discovery of intense X-ray bursts from the globular cluster NGC 6624. *Astrophys J*, 1976, 205: L127–L130
- 7 Kuulkers E, den Hartog P R, in 't Zand J J M, et al. Photospheric radius expansion X-ray bursts as standard candles. *Astron Astrophys*, 2003, 399: 663–680
- 8 Valenti E, Ferraro F R, Origlia L. Near-infrared properties of 24 globular clusters in the galactic bulge. *Astrophys J*, 2007, 133: 1287–1301
- 9 Güver T, Wroblewski P, Camarota L, et al. The mass and radius of the neutron star in 4U 1820-30. *Astrophys J*, 2010, 719: 1807–1812
- 10 Geldzahler B J. Radio frequency observations of galactic X-ray sources. *Astrophys J*, 1983, 264: L49–L53
- 11 Grindlay J E, Seaquist E R. Radio observations of galactic bulge and globular cluster X-ray sources. *Astrophys J*, 1986, 310: 172–175
- 12 Biggs J D, Bailes M, Lyne A G, et al. Two radio pulsars in the globular cluster NGC 6624. *Mon Not R Astron Soc*, 1994, 267: 125–128
- 13 King I R, Stanford S A, Albrecht R, et al. Detection of an ultraviolet and visible counterpart of the NGC 6624 X-ray burster. *Astrophys J*, 1993, 413: L117–L120
- 14 Chou Y, Grindlay J E. Binary and long-term (Triple?) modulations of 4U 1820-30 in NGC 6624. *Astrophys J*, 2001, 563: 934–940
- 15 van der Klis M, Hasinger G, Verbunt F, et al. Further ROSAT measurements of the period of 4U 1820-30. *Astron Astrophys*, 1993, 279: L21–L24
- 16 Tan J, Morgan E, Lewin W H G, et al. Changes in the 11 minute period of 4U 1820-30. *Astrophys J*, 1991, 374: 291–297
- 17 Morgan E H, Remillard R A, Garcia M R. SAS 3 and Einstein observations of the 11 minute orbital period of the globular cluster X-ray source 4U 1820-30. *Astrophys J*, 1988, 324: 851–858
- 18 Rappaport S, Ma C P, Joss P C, et al. The evolutionary status of 4U 1820-30. *Astrophys J*, 1987, 322: 842–851
- 19 Prodan S, Murray N. On the dynamics of ultra compact X-ray binaries: 4U 1850-087, 4U 0513-40, and M15 X-2. *Astrophys J*, 2015, 798: 117
- 20 Wang Z, Chakrabarty D. The orbital period of the ultracompact low-mass X-ray binary 4U 1543-624. *Astrophys J*, 2004, 616: L139–L142
- 21 Dieball A, Knigge C, Zurek D R, et al. An ultracompact X-ray binary in the globular cluster M15 (NGC 7078). *Astrophys J*, 2005, 634: L105–L108
- 22 Deloye C J, Bildsten L. White dwarf donors in ultracompact binaries: The stellar structure of finite-entropy objects. *Astrophys J*, 2003, 598: 1217–1228
- 23 in 't Zand J J M, Jonker P G, Markwardt C B. Six new candidate ultracompact X-ray binaries. *Astron Astrophys*, 2007, 465: 953–963
- 24 Deutsch E W, Margon B, Anderson S F. Ultracompact X-ray binaries in globular clusters: Variability of the optical counterpart of X1832-330 in NGC 6652. *Astrophys J*, 2000, 530: L21–L24
- 25 Shahbaz T, Watson C A, Zurita C, et al. Time-resolved optical photometry of the ultracompact binary 4U 0614+091. *Publ Astron Soc Pac*, 2008, 120: 848–851
- 26 Peters P C, Mathews J. Gravitational radiation from point masses in a Keplerian orbit. *Phys Rev*, 1963, 131: 435–440
- 27 Lubow S H, Shu F H. Gas dynamics of semidetached binaries. *Astrophys J*, 1975, 198: 383–405
- 28 Nelemans G, Portegies Zwart S F, Verbunt F, et al. Population synthesis for double white dwarfs. II. Semi-detached systems: AM CVn stars. *Astron Astrophys*, 2001, 368: 939–949
- 29 Verbunt F, Rappaport S. Mass transfer instabilities due to angular momentum flows in close binaries. *Astrophys J*, 1988, 332: 193–198
- 30 Marsh T R, Nelemans G, Steeghs D. Mass transfer between double white dwarfs. *Mon Not R Astron Soc*, 2004, 350: 113–128
- 31 Zahn J. Tidal friction in close binary stars. *Astron Astrophys*, 1977, 57: 383–394
- 32 Campbell C G. Tidal effects in twin-degenerate binaries. *Mon Not R Astron Soc*, 1984, 207: 433–443
- 33 Eggleton P P, Kiseleva L G, Hut P. The equilibrium tide model for tidal friction. *Astrophys J*, 1998, 499: 853–870
- 34 Campbell C G. Magnetic coupling in AM Herculis binaries. *Mon Not R Astron Soc*, 1983, 205: 1031–1052
- 35 Kippenhahn R, Weigert A. *Stellar Structure and Evolution*. Berlin, Heidelberg: Springer, 1990
- 36 Eggleton P P. Approximations to the radii of Roche lobes. *Astrophys J*, 1983, 268: 368
- 37 Kopal Z. *Close Binary Systems*. In: The International Astrophysics Series. London: Chapman & Hall, 1959
- 38 Landau L D, Lifshitz E M. The classical theory of fields. 4th ed. In: Course of Theoretical Physics—Pergamon International Library of Science,

- Technology, Engineering and Social Studies. Oxford: Pergamon Press, 1975,
- 39 Nelemans G, Yungelson L R, Portegies Zwart S F. The gravitational wave signal from the Galactic disk population of binaries containing two compact objects. *Astron Astrophys*, 2001, 375: 890–898
- 40 Huerta E A, McWilliams S T, Gair J R, et al. Detection of eccentric supermassive black hole binaries with pulsar timing arrays: Signal-to-noise ratio calculations. *Phys Rev D*, 2015, 92: 063010
- 41 Hughes S A. Gravitational waves from merging compact binaries. *Annu Rev Astron Astrophys*, 2009, 47: 107–157
- 42 Moore C J, Cole R H, Berry C P L. Gravitational-wave sensitivity curves. *Class Quantum Grav*, 2015, 32: 015014
- 43 Roelofs G H A, Rau A, Marsh T R, et al. Spectroscopic evidence for a 5.4 minute orbital period in HM cancri. *Astrophys J*, 2010, 711: L138–L142
- 44 Barros S C C, Marsh T R, Groot P, et al. Geometrical constraints upon the unipolar model of V407 Vul and RXJ0806.3+1527. *Mon Not R Astron Soc*, 2005, 357: 1306–1312
- 45 Barros S C C, Marsh T R, Dhillon V S, et al. ULTRACAM photometry of the ultracompact binaries V407 Vul and HM Cnc. *Mon Not R Astron Soc*, 2007, 374: 1334–1346
- 46 Steeghs D, Marsh T R, Barros S C C, et al. GEMINI spectroscopy of the ultracompact binary candidate V407 vulpeculae. *Astrophys J*, 2006, 649: 382–388
- 47 Chan C, Müller B, Heger A, et al. Black hole formation and fallback during the supernova explosion of a $40M_{\odot}$ Star. *Astrophys J*, 2018, 852: L19
- 48 Roelofs G H A, Groot P J, Benedict G F, et al. Hubble space telescope parallaxes of AM CVn stars and astrophysical consequences. *Astrophys J*, 2007, 666: 1174–1188
- 49 Roelofs G H A, Groot P J, Marsh T R, et al. SDSS J124058.03-015919.2: A new AM CVn star with a 37-min orbital period. *Mon Not R Astron Soc*, 2005, 361: 487–494
- 50 Brown W R, Kilic M, Hermes J J, et al. A 12 minute orbital period detached white dwarf eclipsing binary. *Astrophys J*, 2011, 737: L23
- 51 Hermes J J, Kilic M, Brown W R, et al. Rapid orbital decay in the 12.75-minute binary white dwarf J0651+2844. *Astrophys J*, 2012, 757: L21
- 52 Kilic M, Brown W R, Allende P C, et al. The ELM survey. IV. 24 white dwarf merger systems. *Astrophys J*, 2012, 751: 141
- 53 Kilic M, Brown W R, Gianninas A, et al. A new gravitational wave verification source. *Mon Not R Astron Soc-Lett*, 2014, 444: L1–L5
- 54 Brown W R, Kilic M, Prieto C A, et al. The ELM Survey. I. A complete sample of extremely low-mass white dwarfs. *Astrophys J*, 2010, 723: 1072–1081
- 55 Webbink R F, Han Z. Gravitational radiation from close double white dwarfs. In: Folkner W M, ed. Laser Interferometer Space Antenna, Second International LISA Symposium on the Detection and Observation of Gravitational Waves in Space. Pasadena, 1998. 61–67
- 56 Liu J. Gravitational wave radiation from close double white dwarfs in the Galaxy. *Mon Not R Astron Soc*, 2009, 400: 1850–1858
- 57 Yu S, Jeffery C S. The gravitational wave signal from diverse populations of double white dwarf binaries in the Galaxy. *Astron Astrophys*, 2010, 521: A85
- 58 Ruiter A J, Belczynski K, Benacquista M, et al. The LISA gravitational wave foreground: A study of double white dwarfs. *Astrophys J*, 2010, 717: 1006–1021
- 59 Nisanke S, Vallisneri M, Nelemans G, et al. Gravitational-wave emission from compact galactic binaries. *Astrophys J*, 2012, 758: 131
- 60 Yu S, Jeffery C S. The gravitational-wave signal generated by a galactic population of double neutron-star binaries. *Mon Not R Astron Soc*, 2015, 448: 1078–1098
- 61 Kremer K, Breivik K, Larson S L, et al. Accreting double white dwarf binaries: Implications for LISA. *Astrophys J*, 2017, 846: 95
- 62 Goldreich P, Soter S. Q in the solar system. *Icarus*, 1966, 5: 375–389

The gravitational wave radiation from ultracompact X-ray binaries

YU ShengHua^{1,2*} & LU YouJun^{1,3}

¹*National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China;*

²*The Key Laboratory of FAST, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China;*

³*School of Astronomy and Space Sciences, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*

The ultracompact X-ray sources are believed to be binaries consisting of neutron stars and Roche lobe filling white dwarfs. Using this binary model, we numerically calculated the gravitational waves (GW) radiated from ultracompact X-ray sources. Our results indicate that S/N of the shortest orbital period X-ray source 4U 1820-30 can reach ~ 3 by GW detectors with LISA-like sensitivity curves, and its GW frequency change is about 10^{-5} a^{-1} . The mass transfer stability criteria suggests that this binary system has experienced unstable mass transfer. Measuring the first-order time derivative of GW frequency (i.e. orbital period) of these binaries may allow us to study the evolution the binary population, and search for binaries with high masses and short orbital periods, e.g. black hole white dwarf binaries.

gravitational waves, neutron stars, white dwarfs, close binaries, the Galaxy

PACS: 97.80.Jp, 97.20.Rp, 04.30.Db, 04.30.Tv, 95.85.Sz

doi: [10.1360/SSPMA2018-00246](https://doi.org/10.1360/SSPMA2018-00246)