基于熵守恒方程的可逆热力循环熵分析及其应用

过增元*, 赵甜, 薛提微

清华大学工程力学系, 热科学与动力工程教育部重点实验室, 北京 100084

* 联系人, E-mail: demgzy@tsinghua.edu.cn

2018-08-21 收稿, 2018-11-22 修回, 2018-11-23 接受, 2019-03-21 网络版发表

国家自然科学基金变革性重大项目(51356001)和国家自然科学基金创新研究群体科学基金(51621062)资助

摘要 将熵分析应用于热力循环性能的分析 and 优化中. 首先在可逆热力过程和热力循环的分析中提出了热熵流和功热熵流的概念, 并建立了相应的熵守恒方程. 其次通过对可逆热机热泵联合循环中熵守恒的分析表明, 与通常的热泵循环不同, 热机-热泵联合循环的功能类似于电学中的变压器(电压变换器), 因此可把此类联合循环称之为变温器或温度变换器. 此外, 取决于联合循环热源的温度, 在某些条件下联合循环必须向环境输出功热熵流, 从而降低联合循环的性能; 而在另外一些条件下则可以从环境吸收功热熵流, 从而提高联合循环的性能. 最后, 基于热质理论指出了热熵实际上是热质能的简化表达式, 因而热熵流和功热熵流则分别是热质能流和功热质能流的简化表达式, 它们实际上都是相对性能量. 因此, 类似于电压变换器中电能与磁能满足能量守恒定律, 热机热泵联合循环中不仅热量和功量满足能量守恒定律, 热熵流和功热熵流还满足相对性能量守恒定律, 从而熵分析方法可用于分析可逆热力循环的性能, 而熵分析及焓分析方法则无法分析可逆热力循环的性能. 最后, 本文以两种典型的热机-热泵联合循环为例分析了联合循环的性能评价方法.

关键词 热力循环, 熵分析, 热机-热泵联合循环, 热质理论

熵分析及熵产分析被广泛应用于传热过程中的分析和优化问题的研究, 例如很多学者将熵产最小原理应用于优化传热过程、换热系统以及热力循环等^[1-5]. 但也有一些研究表明, 对于不含有热功转换过程的传热过程和换热系统, 应用熵产最小原理进行优化并不能得到最优结果^[6-9]. 因此Guo等人^[10,11]在传热学研究中引入了新物理量熵和最小熵耗散热阻原理, 它们已经被广泛应用于不涉及热功转换的热设备和热系统的节能优化中^[12-17]. 而对于含有热功转换过程的实际热力循环, Cheng等人^[18]提出了功熵的概念, 将熵分析推广应用于热力循环的分析优化研究中. 但这些研究主要关注功熵损失对内可逆热力循环效率的影响, 以及如何通过功熵概念对实际的(含有不可逆过程的)热力系统进行优

化设计^[19-21], 而尚未发现应用熵守恒方程对可逆的热力循环, 和正反循环复合构成的联合循环进行性能分析的研究. 本文针对可逆热力过程和可逆热力循环, 研究其熵守恒关系并建立它们的熵分析方法, 最后以热机热泵联合循环的性能分析为例讨论熵分析方法的应用.

1 可逆热力学过程中不同物理量间的守恒关系

如图1所示, 一个封闭的弹性容器中包含有单位质量的理想气体, 它们构成一个简单可压缩闭口系统, 并经历一个微元可逆热力学过程. 将过程中系统与外界交换的热量、功量分别记为 q 和 w , 理想气体自身内能变化为 du . 这一过程满足热力学第一定律, 即

引用格式: 过增元, 赵甜, 薛提微. 基于熵守恒方程的可逆热力循环熵分析及其应用. 科学通报, 2019, 64: 1200-1210

Guo Z Y, Zhao T, Xue T W. Entropy analysis of reversible thermodynamic cycles based on the conservation of entropy equation and its application (in Chinese). Chin Sci Bull, 2019, 64: 1200-1210, doi: 10.1360/N972018-00865

图1 (网络版彩色)闭口系简单可压缩气体的可逆热力学过程
Figure 1 (Color online) The reversible thermodynamic process of a simple compressible closed system containing gas

能量守恒定律^[22]:

$$\delta q = \delta w + du, \quad (1)$$

在(1)式两侧同除以 T 可得到:

$$\frac{\delta q}{T} = \frac{\delta w}{T} + \frac{du}{T}, \quad (2)$$

简单可压缩系统经历可逆过程的功交换量等于 $p dv$, 故上式可写为

$$\frac{\delta q}{T} = c_v \frac{dT}{T} + \left(\left(\frac{\partial u}{\partial v} \right)_T + p \right) \frac{dv}{T}, \quad (3)$$

由于理想气体的内能只是温度的单值函数^[22], $u = u(T)$, 故(3)式右边第二项中偏导数项为零. 应用理想气体状态方程可将(3)式简化为

$$\frac{\delta q}{T} = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v}. \quad (4)$$

方程(4)中右侧的两项均为状态量的全微分, 它们之和即为系统的状态参数熵的变化量 ds , 而左侧项即为系统与外界进行热量交换时热量所携带的熵流, 它是过程量. 式(4)描述了这一可逆热力学过程中系统熵的守恒关系, 它是可逆热力学过程的熵守恒方程.

与前面操作类似, 在(1)式两侧不是除以而是乘以 T , 也可得到一个恒等式:

$$T \delta q = c_v T dT + T \delta w. \quad (5)$$

在能量守恒定律(1)式两侧乘以一个系统的任意强度量, 总能得到一个成立的等式, 而所得到的式子是否有用则要取决于它有无物理意义. 从恒等式(5)可见等式右侧第一项 $c_v T dT = c_v d(1/2 T^2)$ 是一个全微分, 因而是一个状态量的变化量. 其他两项都不是全微分, 只是过程量, 因此用变化符号 dg 表示. 式(5)可写为

$$T \delta q = dg + T \delta w, \quad (6)$$

右侧第一项是理想气体的焓(或称为内能焓)的变化, 其定义为 $T du = dg$. 左侧项为随着热量进入系统的热焓流, 这一名称来源于热量与温度之乘积. 类似地, 可将右侧第二项称为功热焓流(膨胀功与温度之乘积). 式(6)表明理想气体在一个可逆热力学过程中内能焓的变化量 $dg = d(1/2 c_v T^2)$ 等于系统与外界交换的热焓流与功热焓流之差.

等温过程是一种特殊的热力过程, 此时(6)式可简化为

$$T \delta q = T \delta w, \quad (7)$$

此式说明等温过程中系统的内能焓不变, 进入系统的热焓流与输出的功热焓流相等. 但是, 虽然系统的内能焓不变, 系统的熵将增加. 由此可见内能焓与熵不同, 它无法反映热与功两种能量形式的不等价性.

式(6)是热焓流, 功热焓流与内能焓变化之间的守恒关系, 式(7)则只是一种特例, 仅包含热焓流和功热焓流的守恒关系, 它们都是焓守恒方程. 以上推导基于工质是理想气体情形, 但在实际的热功转换过程/循环中气体工质通常可以当作理想气体处理, 因此以上推导也可应用.

2 可逆热力循环中不同物理量之间的守恒关系

2.1 可逆热力循环

以图2示意的理想气体为工质的多热源热机循环(正循环)为例进行分析. 循环在 p - V 图上和 T - S 图上的变化轨迹如图3所示, 循环中工质从高温热源吸取

图2 可逆多热源热力循环示意图

Figure 2 The diagram of a reversible thermodynamic cycle with heat sources

图3 可逆多热源热机循环的 p - V 图(a)和 T - S 图(b)

Figure 3 p - V (a) and T - S (b) diagram of a reversible thermodynamic processes with heat sources

热量 Q_h , 对外输出净功 W , 并向低温热源输出热量 Q_c . 为了保证整个循环为可逆循环, 不仅需要无穷多个高压和低压压力源与系统渐次接触, 还需要无穷多个热源和冷源与系统渐次接触. 图2中为了方便起见, 没有标明所有的温度和压力, 但应当注意到所有的热量和功量是在不同温度和压力下传递进出系统的.

完成一次循环后系统回到初始点, 其内能不变, 故热力学第一定律(1)式变为

$$\Delta Q = \Delta W. \quad (8)$$

如前所述, 系统的内能 U 是状态函数, 所以循环后内能 U 同样不变:

$$\oint TdU = 0, \quad (9)$$

将(5)式对全循环积分, 并应用(9)式可得

$$\oint TdW = \oint TdU. \quad (10)$$

由此可见, 任意可逆的热力正循环中进出系统的热 Q 流总是与进出系统的功 W 流相等. 由于正循环与逆循环的区别仅在于循环中净热量/功量的符号不同, 因此(10)式对正循环和逆循环均成立.

以上分析表明, 在可逆热力循环中存在着两种守恒方程, 即: 热量与功量满足的能量守恒方程和热 Q 流与功 W 流满足的“ Q 流(量)守恒方程”, 它们都是过程量的守恒方程. 因此, 也可从 Q 守恒的观点分析和比较可逆热力循环的效率. 例如: 由于在处于两个温限下的所有循环中, 卡诺循环能够输入至系统的热 Q 流最多, 而输出的热 Q 流最少. 最大输入净热 Q 流能够转换为最大净输出功 W 流, 因此卡诺循环有最大的净输出功. 需要注意的是, 由于熵是状态量, 完成可逆循环后系统的熵保持不变, 因此进出系

统的净熵量也为零:

$$\oint dS = \oint \frac{\delta Q}{T} = 0. \quad (11)$$

因此, 从熵的角度无法解释为什么在各种可逆循环中卡诺循环有最大的净输出功. 焓分析也存在类似的问题.

2.2 热机-热泵联合循环

热机循环可将高温热源输入的热量部分转化成功量输出, 另一部分热量则输入低温热源. 如将热机循环倒转则得到热泵循环, 通过输入净功从低温热源抽取热量, 输出至高温热源(用户). 将此热机循环和热泵循环组合则得到热机-热泵联合循环, 它的性能分析在供暖、制冷等领域具有重要的理论和应用价值, 如Qin等人^[27]应用有限时间热力学方法系统地研究了从吸收式热泵循环中等效抽象出的联合循环, 并对其进行了性能优化.

图4给出了一个热机-热泵循环. 为简单起见, 设热机循环为卡诺循环, 热泵循环为逆卡诺循环. 由于功量的输入和输出处于不同温度水平, 因此, 从 Q 的观点分析时, 图4上不能如文献中通常使用总的净功, 而应当用微元功表示. 热机循环中输出和输入的微功量可逆地与一系列具有不同压力的环境(蓄功器)进行交换, 与此同时, 随着功量从热机循环中输入和输出, 伴随着还有功 Q 流与环境(蓄功器)进行交换. 然后由另外一系列具有不同压力的环境(部分与前述环境重合)与热泵循环进行功量和功 Q 流的交换. 这两个循环依次交替进行, 热机循环不断从高温热源 T_1 吸取热量, 做出净功并输入至系列环境, 并向

图4 热机热泵联合循环示意图

Figure 4 The diagram of a combined heat engine-heat pump cycle

低温热源 T_2 排出一部分热量. 从系列环境输出相同的净功驱动热泵循环, 使工质从低温热源 T_3 吸热, 通过循环释放至高温热源 T_4 (用户). 显然, 这个联合循环与环境功源没有净功量交换, 但有功热焓流(量)的交换, 它和热焓流(量)一起满足焓量守恒关系.

由于热机做卡诺循环, 故有

$$Q_2 = \frac{T_2}{T_1} Q_1, \quad (12)$$

$$W = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) Q_1. \quad (13)$$

热泵做逆卡诺循环, 满足

$$Q_4 = \frac{T_4}{T_3} Q_3, \quad (14)$$

$$W = \left(\frac{T_4}{T_3} - 1\right) Q_3. \quad (15)$$

容易验证系统满足总体热量守恒:

$$Q_1 + Q_3 = Q_2 + Q_4. \quad (16)$$

从熵分析的角度看, 从热源 T_1 和 T_3 处进入整个循环的熵流为

$$S_{in} = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_3}{T_3}. \quad (17)$$

从热源 T_2 和热源(用户) T_4 处流出循环的熵流为

$$S_{out} = \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_4}{T_4}. \quad (18)$$

结合卡诺循环和逆卡诺循环的关系式容易看到进出系统的熵是守恒的. 可见由于联合循环是可逆循环, 通过热量守恒或熵量守恒的方法同样无法分析出系统的性能优劣. 接下来将通过焓分析方法讨论联合循环的性能.

考察进出整个系统的热焓流和功热焓流的守恒关系. 进入和流出系统的净热焓流为

$$\sum E_h = Q_1 T_1 + Q_3 T_3 - Q_2 T_2 - Q_4 T_4. \quad (19)$$

根据(12), (14)两式, 进出系统的净热焓流可写为

$$\sum E_h = \frac{Q_1}{T_1} (T_1^2 - T_2^2) + \frac{Q_3}{T_3} (T_3^2 - T_4^2). \quad (20)$$

另一方面, 联合循环中系统与外界进行可逆功交换时还伴随有功热焓流的交换, 根据定义, 功热焓流的表达式为

$$E_w = \oint T \delta W = \int T \delta W_{E,in} + \int T \delta W_{P,in} - \int T \delta W_{E,out} - \int T \delta W_{P,out}, \quad (21)$$

注意到热机循环输出的净功量等于输入热泵循环的净功量, 再根据卡诺循环和逆卡诺循环的性质有:

$$W = \frac{Q_1}{T_1} (T_1 - T_2) = \frac{Q_3}{T_3} (T_3 - T_4), \quad (22)$$

将此式代入(18)式可得

$$Q_1 T_1 + Q_3 T_3 - Q_2 T_2 - Q_4 T_4 = W [(T_1 + T_2) - (T_3 + T_4)]. \quad (23)$$

式(21)就是可逆热机-热泵联合循环的焓守恒方程, 其中等式左侧是输入联合循环的净热焓流, 而等式右侧则是从联合循环向系列环境输出的净功热焓流. 由上式可见, 取决于 $(T_1 + T_2)$ 和 $(T_3 + T_4)$ 的数值, 进出联合循环系统的净热焓流或净功热焓流可正可负, 也可为零. 以下就不同情况进行具体的讨论.

2.2.1 净功热焓流为零, 净热焓流为零

根据(20)式, 当 $(T_1 + T_2) = (T_3 + T_4)$ 时系统与环境功源交换的净功热焓流为零, 因此输入和输出系统的热焓流也必然相等, 净热焓流也为零. 考虑表1所示的热机-热泵联合循环A, 其中4个温度的选择满足 $(T_1 + T_2) = (T_3 + T_4)$ 条件, 并令流入系统的高温热流 $Q_1 = 5$ kJ. 由已知参数可求得系统内部作为中介的净功量和其余3个热量值. 根据计算式(12)~(15)可得 $Q_2 = 3$ kJ, $W = 2$ kJ, $Q_3 = 7$ kJ, $Q_4 = 9$ kJ. 由此可计算得到进出系统的热焓流如表1所示.

表1 热机热泵联合循环A的温度及进出热焓流

Table 1 Temperatures and entransy flows in combined cycle A

温度	数值(K)	热焓流	数值(kJ K)
T_1	500	$E_{h1} = Q_1 T_1$	2500
T_2	300	$E_{h2} = Q_2 T_2$	-900
T_3	350	$E_{h3} = Q_3 T_3$	2450
T_4	450	$E_{h4} = Q_4 T_4$	-4050

由计算结果可见进出系统的总热焓流相等,均为4950 kJ K. 此联合循环的总效果如图5所示.

联合循环所付出的代价是3 kJ的热量从500 K下降至300 K以及2 kJ热量从500 K下降至450 K,得到的收益是将7 kJ的热量从350 K提升至用户端的450 K. 从效果上看,这一热机热泵联合循环类似于一个变压器(或称电压变换器). 变压器的特点是:(1) 在无净电荷量输入条件下,通过变压器可以进行电荷量的通量(即电流)和电荷量的品位(即电压)的相互转换. 在可逆(理想)条件下,输入变压器与输出变压器的电能相等;(2) 电荷量的通量和电荷量的品位的相互变换必需借助于磁能作为转换中介,并满足能量守恒定律. 可以看到,此热机热泵联合循环具有相同的特点:(1) 在无净功输入条件下热量的数量和热量的温度(势或品位)可以相互转换,而可逆条件下输入与输出系统的焓流相等;(2) 热量的数量和热量的温度间的相互变换必须借助于膨胀功作为中介,并满足焓的守恒定律. 因此可把热机热泵联合循环称之为变温器(温度变换器). 当然它们也有不同之处,对于变压器,输入和输出的都是电荷量和电能;而对于热机热泵联合循环,输入和输出的除了热量和热焓量,还有功量和功热焓量.

如果将图5中的联合循环反向运转,各个热源的温度不变,则此时联合循环的总效果是将3 kJ的热量从300 K提升至用户的500 K,以及将2 kJ的热量从450 K提升至用户的500 K,所付出的代价是7 kJ的热量从450 K下降至350 K. 可见通过联合循环也可实现无净功输入条件下热量数量和温度的反向变换.

2.2.2 净功热焓流为正, 净热焓流为正

根据(20)式,当 $(T_1+T_2)>(T_3+T_4)$ 时,系统将向环境功源输出净功热焓流,因此必需有净热焓流输入

图5 联合循环A中热量和温度转换示意图

Figure 5 The transformation sketch of heat and temperature in combined cycle A

系统. 考虑由表2中温度确定的联合循环B, 其中高温热量 Q_1 仍为5 kJ. 由已知参数可求得循环中作为中介的净功量和其余3个热量的值: $Q_2=4$ kJ, $W=1$ kJ, $Q_3=3.5$ kJ, $Q_4=4.5$ kJ, 由此计算进出系统的热焓流如表2所示, 进入系统的净热焓流为100 kJ K, 输出系统的净功热焓流同样为100 kJ K.

由图6所示的计算结果可见,这一联合循环为将3.5 kJ的热量从350 K提升至用户的450 K,所付出的代价不仅是将4 kJ的热量从500 K下降至400 K以及将1 kJ热量从500 K下降至450 K,还必须向环境输出功热焓流100 kJ K. 这表明联合循环需付出更多代价,这样将降低热量在不同温度间转换的性能.

2.2.3 净功热焓流为负, 净热焓流为负

根据(20)式,当 $(T_1+T_2)<(T_3+T_4)$ 时,联合循环系统将可以从一系列环境功源中获得净功热焓流. 考虑由表3中各温度确定的联合循环C, 高温热量 Q_1 同样为5 kJ. 由已知参数可求得作为中介的净功量和其余3个热量的值: 根据计算式(12)~(15)可得 $Q_2=2$ kJ, $W=3$ kJ, $Q_3=10.5$ kJ, $Q_4=13.5$ kJ, 由此计算进出系统的热焓流如表3所示. 由于系统从环境功源中吸收300 kJ K的功热焓流,根据焓守恒关系,系统将向外界输出300 kJ K的热焓流.

图7是联合循环C的总效果示意图. 它表明这一

表2 热机热泵联合循环B的温度及进出焓流

Table 2 Temperatures and entransy flows in combined cycle B

温度	数值(K)	焓流	数值(kJ K)
T_1	500	$E_{h1}=Q_1T_1$	2500
T_2	400	$E_{h2}=Q_2T_2$	-1600
T_3	350	$E_{h3}=Q_3T_3$	1225
T_4	450	$E_{h4}=Q_4T_4$	-2020
		$E_{w,out}=W(T_1+T_2)$	900
		$E_{w,out}=W(T_3+T_4)$	-800

图6 (网络版彩色)联合循环B中的热量和温度的转换示意图

Figure 6 (Color online) The transformation sketch of heat and temperature in combined cycle B

表 3 热机热泵联合循环C的温度及进出焓流

Table 3 Temperatures and entransy flows in combined cycle C

温度	数值(K)	焓流	数值(kJ K)
T_1	500	$E_{h1}=Q_1 T_1$	2500
T_2	200	$E_{h2}=Q_2 T_2$	-400
T_3	350	$E_{h3}=Q_3 T_3$	3675
T_4	450	$E_{h4}=Q_4 T_4$	-6075
		$E_{w,out}=W(T_1+T_2)$	2100
		$E_{w,out}=W(T_3+T_4)$	-2400

图 7 (网络版彩色)联合循环C中的热量和温度转换示意图

Figure 7 (Color online) The transformation sketch of heat and temperature in the combined cycle C

联合循环的总效果是将10.5 kJ的热量从350 K提升至用户侧温度450 K. 由于系统可以从环境功源中吸收功热焓流300 kJ K, 从而可节省联合循环所付出的代价, 总的代价只是把2 kJ的热量从500 K下降至200 K以及把3 kJ热量从500 K下降至450 K, 从而能够提高热量在不同温度间转换循环的性能.

增元团队^[28-33]基于爱因斯坦质能关系式引入了热质和热质能等新物理量, 并导出了普适导热定律以描述各种情形下的热传导现象. 此处所引入的热质(thermomass)这个物理量与历史上的“热素”或“热质”(caloric)概念不同, 它是具有质量的可压流体, 但它具有的不是静质量而是相对性质量^[10]. 热质的势能则可相应称之为相对性能量, 而热焓则是热质势能的简化表达式^[11], 热焓流是热质势能流(相对性能量流). 与之相类似, 功热焓流是另一种相对性能量的流. 因此, 热力学过程和循环中的焓守恒关系实质上就是相对性能量的守恒关系.

综合以上3个联合循环的算例, 可得到热机热泵联合循环的共同特性为: (1) 与通常意义上需要输入净功的热泵循环不同, 热机热泵联合循环可以实现把热量从低温处搬运至高温处而不需从外界输入净能量(净功或净热); (2) 类似于变压器通过磁能作为中介实现电荷量在高低电压之间的转换, 热机热泵

循环则是通过功量作为中介实现热量在高低温之间的转换, 因此可把此类联合循环称之为变温器或温度变换器; (3) 虽然热机输出的净功等于输入热泵的净功, 但是热机输出的净功热焓流一般并不等于输入热泵的净功热焓流, 即联合循环与环境功源有净功热焓流(量)的交换. 由于功量也有品位, 输出功量的过程中工质的温度愈高, 功热焓流就愈大^[34]. 以卡诺循环与逆卡诺循环组成的联合循环为例, 当联合循环中热机循环热源的平均温度高于热泵循环中热源的平均温度时, 虽然作为中介的膨胀功数量相等, 但热机循环向外界环境输出的功热焓流大于从外界环境输入热泵循环的功热焓流, 从而将降低热量在不同温度间转换的性能. 反之, 当热机热源的平均温度高于热泵热源的平均温度时, 则可从环境中获得功热焓流, 从而能提高热量在不同温度间转换的性能. 因此, 对以制冷或供暖为目标的热机热泵联合循环, 在可能的条件下, 应当尽可能选择热源温度使得热机循环中热源的平均温度低于热泵循环中热源的平均温度, 以提高热量在不同温度间转换的性能.

3 焓守恒关系的应用: 热机-热泵联合循环的性能判据

3.1 用于冬季供暖的热机-热泵联合循环

供暖用联合循环如图8所示, 这一情境下热机与热泵通常共用一个低温热源: 外界环境, 即有 $T_2=T_3=T_c$, T_c 为环境温度. 温度较低的余热热源 T_h 驱动热机循环做功, 同时向环境 T_c 放热, 热泵循环则从环境 T_c 吸热, 并向用户供应温度为 T_m 的热量. 仍然假设热机做卡诺循环, 热泵做逆卡诺循环, 热机做出的膨胀和机械功同样通过一系列压力不同的环境传递给热泵.

当联合循环直接向用户供热时, 用户侧温度 T_m 低于余热热源的温度 T_h , 从而有 $(T_h+T_c)>(T_m+T_c)$, 因此进入联合循环系统的净热焓流大于零, 从而能向环境输出等量的净功热焓流. 热量与温度(品位)的转换如图9所示,

其中热量 Q_1 , Q_2 分别为

$$Q_1 = Q_h \frac{T_c}{T_h}, \quad (24)$$

$$Q_2 = Q_h \frac{T_c (T_h - T_c)}{T_h (T_m - T_c)}, \quad (25)$$

图8 冬季供暖联合循环示意图

Figure 8 The combined cycle for heating in winter

图9 直接向用户供暖联合循环的热量转换及焓流守恒

Figure 9 The transformation sketch of heat and temperature in the direct heating combined cycle

根据前面的计算式可得到输出给用户的热量为

$$Q_m = Q_h \frac{T_m (T_h - T_c)}{T_h (T_m - T_c)}. \quad (26)$$

从而可以得到联合循环供热的性能系数或COP, 它就是热机效率与热泵COP的乘积:

$$\text{COP} = \frac{Q_m}{Q_h} = \eta \times \text{COP}_{\text{rev}} = \frac{T_m (T_h - T_c)}{T_h (T_m - T_c)}, \quad (27)$$

其中COP_{rev}特指逆卡诺循环的COP. 可见此时联合循环的COP总是大于1, 说明用户接受的热量多于输入的热量, 这与单个热泵循环的COP总是大于1的情况相同. 但是已有众多研究指出单纯以COP(或类似的EER概念)评价联合循环供暖的性能尚存在不足之

处^[35], 因为它只能评价输入或输出热量的数量, 无法反映不同热量的品位(即温度)差异. 为此, 本文引入称为联合循环焓效率的物理量, 它的定义为从高温热源输入系统的热焓流和向用户输出的热焓流之比:

$$\eta_g = \frac{Q_m T_m}{Q_h T_h}. \quad (28)$$

这样定义的焓效率不仅反映了热量的大小, 还反映了热源温度与用户温度对系统性能的影响. 应用热机效率和热泵的性能系数可将它改写为

$$\eta_g = \frac{T_m}{T_h} \eta \text{COP}_{\text{rev}}, \quad (29)$$

当用户侧的温度与热源温度逐渐接近时, 焓效率 η_g 逐渐提高, 趋向于 $(\eta \text{COP}_{\text{rev}})$, 可见焓效率还可以用于反映系统的性能变化. 因此它可以和通常的性能系数COP一起描述联合循环的性能.

另一种供暖的方式则是联合循环不直接向用户供热, 而是通过联合循环获得更高温度的热量后加热供热站中的用户回水, 再通过回水对用户进行供暖. 此时供热站中的温度 T_m 将高于余热热源的温度 T_h , 从而有 $(T_h + T_c) < (T_m + T_c)$, 因此进入联合循环系统的净热焓流小于零, 这是因为系统能够从环境吸取功热焓流. 热量温度转换情形如图10所示.

此时供给供热站的热量仍然为

$$Q_m = Q_h \frac{T_m (T_h - T_c)}{T_h (T_m - T_c)}, \quad (30)$$

图 10 向供热站供热的联合循环热量温度转换示意图

Figure 10 The transformation sketch of heat and temperature in the heating combined cycle

联合循环的COP同样仍为

$$\text{COP} = \frac{T_m (T_h - T_c)}{T_h (T_m - T_c)}, \quad (31)$$

由于此时 $T_m > T_h$, 故

$$\text{COP} = \frac{T_m (T_h - T_c)}{T_h (T_m - T_c)} < \frac{T_m}{T_h} \cdot \frac{T_h}{T_m} = 1. \quad (32)$$

可见此时供热站得到的热量少于从低温热源吸取的热量, 此时的效率同样小于1. 由此例可见, 热量在不同温度之间的转换方向与进出系统的净热流相关. 当系统从外界净吸收热流时, 净结果将热量从低温转换至高温; 当系统向外界净释放热流时, 净结果将热量从高温转换至低温.

3.2 用于夏季制冷的热机-制冷联合循环

这一联合循环如图11所示, 此时热机的低温热

图 11 夏季制冷的联合循环示意图

Figure 11 The combined cycle for refrigeration in summer

源与制冷机的高温热源相同, 均为环境. 即: $T_2 = T_3 = T_c$, T_c 为环境温度. 热机循环中余热热源 T_h 驱动热机循环做功, 同时向环境 T_c 放热, 制冷循环则从用户温度 T_m 吸热, 将其排放至环境中. 仍然假设热机做卡诺循环, 制冷机做逆卡诺循环, 两个循环通过一系列蓄功器完成净功的传递. 此时显然有 $(T_h + T_c) > (T_m + T_c)$, 因此流入系统的净热流大于零, 总的效果是向环境输出功热流. 热量品位转换如图12所示, 其中热流 Q_1 , Q_2 分别为

$$Q_1 = \frac{T_c}{T_h} Q_h, \quad (33)$$

$$Q_2 = \frac{T_c (T_h - T_c)}{T_h (T_c - T_m)} Q_h, \quad (34)$$

用户获得的制冷量为

$$Q_m = \frac{T_m (T_h - T_c)}{T_h (T_c - T_m)} Q_h, \quad (35)$$

这一联合循环的COP类似地定义为

$$\text{COP} = \frac{Q_m}{Q_h} = \eta \times \text{COP}_{\text{rev}} = \frac{T_m (T_h - T_c)}{T_h (T_m - T_c)}. \quad (36)$$

仅根据温度关系 $T_m < T_c < T_h$ 无法判断COP与1的大小关系, 但实际循环中 $(T_h - T_c)$ 往往是 $(T_c - T_m)$ 的3倍以上, 而 T_m 与 T_h 处于同一数量级, 因而可断定实际情况中COP小于1. 可见, 此时系统向环境排出净的热流, 且用户获得的制冷量总是少于热源供给的热量. 因此, 通过这样的联合循环进行制冷并不十分经济.

4 结论

(1) 在热力学第一定律的基础上导出了可逆热

图12 用于制冷的联合循环中的热量和温度转换示意图

Figure 12 The transformation sketch of heat and temperature in the combined cycle for refrigeration

力学过程和循环的熵守恒关系. 在分析中引入了称为功热熵流的物理量, 它是功量与温度的乘积.

(2) 热熵流和功热熵流都是相对性能量流的简化表达式, 可逆循环中的熵守恒关系本质上是相对性能量流的守恒关系. 热力过程和热力循环除了满足

热力学第一定律外还满足相对性能量守恒关系.

(3) 热机热泵联合循环类似于变压器(电压变换器), 因为它具有以下特点: 基于相对性能量守恒原理可实现高温/较少热量与低温/较多热量间相互转换; 热量与温度的变换必须借助功量作为中介. 因此可把联合循环称之为变温器或温度变换器.

(4) 与热泵循环不同, 热机热泵联合循环将等量的热量从低温转换至高温并不需要从外界向系统输入净功或净热量, 只需要输入相对性能量流(热熵流或功热熵流). 这一现象并不违反热力学第二定律. 但反而能加深我们对热力学第二定律的认识.

(5) 功量也可以有品位, 温度愈高, 功热熵流就愈大. 取决于热机循环联合循环中各个热源的温度, 有时联合循环必需向外界输出功热熵流, 降低了联合循环的性能; 有时则可从外界吸收功热熵流, 从而能提高联合循环的性能.

(6) 定义了联合循环的熵效率, 它作为联合循环的性能判据, 可与COP一起能更全面地反映联合循环的性能.

参考文献

- 1 Bejan A. A study of entropy generation in fundamental convective heat transfer. *J Heat Transf*, 1979, 101: 718–725
- 2 Bejan A. *Entropy Generation Minimization: The Method of Thermodynamic Optimization of Finite-size Systems and Finite-time Processes*. Boca Raton: CRC Press, 2013
- 3 Mamourian M, Shirvan K M, Ellahi R, et al. Optimization of mixed convection heat transfer with entropy generation in a wavy surface square lid-driven cavity by means of Taguchi approach. *Int J Heat Mass Transf*, 2016, 102: 544–554
- 4 Xie G, Song Y, Asadi M, et al. Optimization of pin-fins for a heat exchanger by entropy generation minimization and constructal law. *J Heat Transf*, 2015, 137: 061901
- 5 Ahmadi M H, Ahmadi M A, Mellit A, et al. Thermodynamic analysis and multi objective optimization of performance of solar dish Stirling engine by the centrality of entransy and entropy generation. *Int J Elec Power*, 2016, 78: 88–95
- 6 Cheng X T, Liang X G. Role of entropy generation minimization in thermal optimization. *Chin Phys B*, 2017, 26: 120505
- 7 Klein S A, Reindl D. The relationship of optimum heat exchanger allocation and minimum entropy generation rate for refrigeration cycles. *J Energ Resour-ASME*, 1998, 120: 172–178
- 8 Skiepko T. Entropy generation extrema and their relationship with heat exchanger effectiveness—Number of transfer unit behavior for complex flow arrangements. *J Heat Trans-T ASME*, 2004, 126: 994–1002
- 9 Sekulic D P. Entropy generation in a heat exchanger. *Heat Transf Eng*, 1986, 7: 83–88
- 10 Guo Z Y, Zhu H Y, Liang X G. Entransy—A physical quantity describing heat transfer ability. *Int J Heat Mass Transf*, 2007, 50: 2545–2556
- 11 Chen Q, Liang X G, Guo Z Y. Entransy theory for the optimization of heat transfer—A review and update. *Int J Heat Mass Transf*, 2013, 63: 65–81
- 12 Chen Q. Entransy dissipation-based thermal resistance method for heat exchanger performance design and optimization. *Int J Heat Mass Transf*, 2013, 60: 156–162
- 13 Chen Q, Xu Y C, Hao J H. An optimization method for gas refrigeration cycle based on the combination of both thermodynamics and entransy theory. *Appl Energ*, 2014, 113: 982–989
- 14 Zhao T, Min Y, Chen Q, et al. Electrical circuit analogy for analysis and optimization of absorption energy storage systems. *Energy*, 2018, 1208

- 2016, 104: 171–183
- 15 Chen Q, Fu R H, Xu Y C. Electrical circuit analogy for heat transfer analysis and optimization in heat exchanger networks. *Appl Energ*, 2015, 139: 81–92
- 16 Zhao S Y, Chen Q. Design criteria of different heat exchangers for the optimal thermodynamic performance of regenerative refrigeration systems. *Appl Therm Eng*, 2016, 93: 1164–1174
- 17 Hao J H, Chen Q, Xu Y C. A global optimization method for regenerative air refrigeration systems. *Appl Therm Eng*, 2014, 65: 255–261
- 18 Cheng X T, Liang X. Work entransy and its applications. *Sci China Technol Sci*, 2015, 58: 2097–2103
- 19 Cheng X, Xu X, Liang X. Application of entransy to optimization design of parallel thermal network of thermal control system in spacecraft. *Sci China Technol Sci*, 2011, 54: 964–971
- 20 Zheng Z, He Y, Li Y. An entransy dissipation-based optimization principle for solar power tower plants. *Sci China Technol Sci*, 2014, 57: 773–783
- 21 Han Y, Wang D, Zhang C, et al. The entransy degeneration and entransy loss equations for the generalized irreversible Carnot engine system. *Int J Heat Mass Transf*, 2017, 106: 895–907
- 22 Moran M J, Shapiro H N. *Fundamentals of Engineering Thermodynamics: SI Version*. 8th ed. Hoboken NJ: John Wiley & Sons, 2015
- 23 Shen W D, Tong J G. *Engineering Thermodynamics (in Chinese)*. 4th ed. Beijing: Higher Education Press, 2007 [沈维道, 童钧耕. 工程热力学. 第4版. 北京: 高等教育出版社, 2007]
- 24 Zeng D L, Ao Y, Zhang X M, et al. *Engineering Thermodynamics(in Chinese)*. 3rd ed. Beijing: Higher Education Press, 2002 [曾丹苓, 敖越, 张新铭, 等. 工程热力学. 第3版. 北京: 高等教育出版社, 2002]
- 25 Wang B X. *Engineering Thermodynamics (in Chinese)*. Beijing: Higher Education Press, 2011 [王补宣. 工程热力学. 北京: 高等教育出版社, 2011]
- 26 Wark K. *Advanced Thermodynamics for Engineers*. New York: McGraw-Hill, 1995
- 27 Qin X Y, Chen L G, Ge Y L, et al. Finite time thermodynamic studies on absorption thermodynamic cycles: A state of the arts review. *Arab J Sci Eng*, 2013, 38: 405–419
- 28 Cao B Y, Guo Z Y. Equation of motion of a phonon gas and non-Fourier heat conduction. *J Appl Phys*, 2007, 102: 053503
- 29 Wang M, Yang N, Guo Z Y. Non-Fourier heat conductions in nanomaterials. *J Appl Phys*, 2011, 110: 064310
- 30 Dong Y, Cao B Y, Guo Z Y. Temperature in nonequilibrium states and non-Fourier heat conduction. *Phys Rev E*, 2013, 87: 032150
- 31 Dong Y, Cao B Y, Guo Z Y. Generalized heat conduction laws based on thermomass theory and phonon hydrodynamics. *J Appl Phys*, 2011, 110: 063504
- 32 Dong Y, Cao B Y, Guo Z Y. General expression for entropy production in transport processes based on the thermomass model. *Phys Rev E*, 2012, 8: 061107
- 33 Guo Z Y, Cao B Y. A general heat conduction law based on the concept of motion of thermal mass(in Chinese). *Acta Phys Sin*, 2008, 57: 4273–4281 [过增元, 曹炳阳. 基于热质运动概念的普适导热定律. 物理学报, 2008, 57: 4273–4281]
- 34 Guo Z Y, Zhao T, Xue T W. The performance analysis of reversed Carnot cycle and reversed p - V cycle (in Chinese). *Sci China Sin Technol Sci*, 2018, 48: 1190–1198 [过增元, 赵甜, 薛提微. 逆卡诺循环与逆 p - V 循环性能分析. 中国科学: 技术科学, 2018, 48: 1190–1198]
- 35 Qv D, Wang J, Shang R, et al. High-grade energy compensation ratio in a conventional subcritical vapour-compression heat-pump cycle. *Appl Therm Eng*, 2018, 138: 490–493

Summary for “基于熵守恒方程的可逆热力循环熵分析及其应用”

Entransy analysis of reversible thermodynamic cycles based on the conservation of entransy equation and its application

Zengyuan Guo^{*}, Tian Zhao & Tiwei Xue

Key Laboratory for Thermal Science and Power Engineering of Ministry of Education, Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China

^{*} Corresponding author, E-mail: demgzy@tsinghua.edu.cn

Entropy analyses and entropy generation analyses have been widely used to analyze and optimize thermal processes. For instance, the entropy generation minimization principle has been used to optimize heat transfer processes, heat transfer systems and thermodynamic cycles. However, some studies have reported that the entropy generation minimization principle cannot derive the optimal results for pure heat transfer processes and heat transfer systems without heat-work conversion processes. The concept of entransy and the principle of the least entransy dissipation-based thermal resistance were proposed for these problems, and they have been widely applied to optimize pure heat transfer processes and systems. Besides, the concept of work entransy was developed for irreversible thermodynamic cycles involving heat-work conversion processes, and it is defined as the product of the work and the temperature. This concept was then used as the entransy analysis approach to optimize thermodynamic cycles. However, previous studies applying the work entransy concept mainly focused on (1) the relation between the work entransy loss and the endoreversible thermodynamic cycle efficiency, and (2) the optimization of practical thermodynamic cycles involving irreversible processes. There have been few such studies of reversible thermodynamic cycles or combined cycles. This article analyzes reversible thermodynamic cycles and combined thermodynamic cycles using the entransy analysis method with a derivation of the conservation of entransy equation.

First, the entransy conservation equation for a reversible thermodynamic process is derived, which introduces the concept of heat entransy and heat-work entransy flow. They are both process dependent physical quantities. The corresponding entransy conservation equation is then derived for a reversible thermodynamic cycle. The equation shows that there are two different conservation equations for reversible thermodynamic cycles, i.e. the energy conservation equation (1st law of thermodynamics) and the entransy conservation equation. Meanwhile, according to thermomass theory, the entransy is nothing else but the relative energy. The entransy conservation equation can be used to analyze the performance of reversible thermodynamic cycles. On the other hand, since the entropy returns to the initial value in a reversible thermodynamic cycle, an entropy analysis cannot evaluate the performance of reversible thermodynamic cycles.

Second, a combined heat engine-heat pump cycle is taken as an example application of entransy analysis. In the philosophy of entransy analyses, the performance indicator of the combined cycle is its net heat entransy flow. For the properly chosen parameters, the combined cycle can be regarded as an ideal voltage transformer. Therefore, this kind of combined cycle can be referred to as a temperature transformer, which is different from the absorption temperature transformer. A diagram is introduced to show the total effect of the combined cycle to help understand the combined cycle. Finally, two practical cases, i.e. combined cycles for heating and refrigeration, are chosen to show applications of this entransy analysis approach. The concept of entransy efficiency of combined cycles is introduced to evaluate the performance of the combined cycles.

reversible thermodynamic cycle, entransy theory, combined heat engine-heat pump cycle, thermomass theory

doi: 10.1360/N972018-00865