评述

重离子碰撞量子输运的半经典描述

徐骏^{1,2*}

1. 中国科学院上海高等研究院, 上海 201210;

2. 中国科学院上海应用物理研究所, 上海 201800

*联系人, E-mail: xujun@sinap.ac.cn

收稿日期: 2019-03-05; 接受日期: 2019-03-26; 网络出版日期: 2019-05-25

国家重点基础研究计划(编号: 2015CB856904)和国家自然科学基金(编号: 11475243, 11421505)资助项目

摘要 本文介绍了用于模拟中能重离子碰撞的输运模型, 包括玻尔兹曼输运模型和量子分子动力学输运模型. 前者数值求解单体相空间分布函数基于玻尔兹曼输运方程的演化, 后者模拟多体哈密顿量作用下高斯波包描述的核子演化, 两类模型对输运模拟的初始化、平均场、核子-核子散射均有不同处理. 将输运模拟结果与中能重离子碰撞实验数据相比较, 是获取核力及核物质状态方程的重要手段之一. 为了减小由于模型依赖性所造成的理论误差, 国际输运领域专家进行了不懈的努力, 十多年来比较评估了约二十个输运模型对重离子碰撞体系和周期性边界的箱体体系中的模拟计算结果, 包括核子之间的碰撞率与泡利阻塞、核子的集体流以及介子的产生等, 取得了阶段性的成果.

关键词 重离子碰撞, 输运模拟, 核物质状态方程

PACS: 24.10.Lx, 25.70.-z, 21.30.Fe

1 引言

重离子碰撞是把原子核外电子逐渐剥离, 然后把带正电的原子核加速并进行相互碰撞的过程. 把炮弹核加速到平均每个核子几十到几百甚至上千兆电子伏特的能量, 对静止的靶核进行轰击, 这一过程称为中能重离子碰撞, 碰撞的体系主要由中子和质子构成, 反应的中间过程可能产生相对少量的 π 介子、K介子以及共振态粒子或超子. 中能重离子碰撞实验在建或已经建成的实验装置有中国的HIAF、日本的RIBF/RIKEN、法国的SPIRAL2/GANIL、德国的FAIR/GSI、

意大利的SPES/LNL、韩国的RAON、俄罗斯的NICA/JINR, 以及美国的T-Rex/TAMU和FRIB/NSCL等. 如果把两个原子核都加速到几百甚至几千兆电子伏特的能量再进行对撞, 会产生以夸克胶子等离子体为主导的动力学演化行为, 这一过程称为相对论重离子碰撞. 本文所讨论的是核子自由度占主导的中能重离子碰撞.

在中能重离子碰撞过程中, 我们认为产生了热密的核物质, 其最大压缩时刻中心密度高于饱和密度, 温度大约在几十兆电子伏特. 其中饱和密度是原子核中心的密度, 约是水的密度的 10^{14} 倍. 1 eV的温度大约

引用格式: 徐骏. 重离子碰撞量子输运的半经典描述. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2019, 49: 072001

Xu J. Semiclassical descriptions for quantum transport of heavy-ion collisions (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2019, 49: 072001, doi: [10.1360/SSPMA-2019-0068](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2019-0068)

为 10^4 K, 对于核物质体系温度要 10^{10} K 以上才有意义. 这样高温高密的核物质性质, 特别是它的状态方程, 是中能重离子碰撞的主要科学问题之一. 另一方面, 整个中能重离子碰撞的持续过程大约只有 10^{-21} s, 目前还没有任何手段能够在实验上直接观察碰撞过程中发生了什么. 只能通过探测器来捕捉核反应末态产物的信息, 如核子和核碎片的动量分布来推断重离子碰撞过程中的动力学行为. 这时, 就要利用输运模型, 通过输运模拟重离子碰撞的动力学演化, 并将末态产物的信息与实验上所观测到的结果相比较. 核子之间的相互作用或者核物质的状态方程, 通常作为输运模型的输入量. 如果输运模拟得到了与实验相符的结果, 那么我们认为输入的核物质状态方程是相对正确的. 实际情况比以上的描述当然要复杂得多, 而且微观世界必须用量子力学来描述, 这方面也体现在输运理论之中. 本文具体介绍了目前被广泛应用的输运模型理论框架, 包括玻尔兹曼输运模型和量子分子动力学输运模型, 目前利用输运模型对核物质状态方程的约束和相关探针, 以及近期输运模拟的模型依赖性研究进展.

2 输运模型简介

目前被广泛应用于中能重离子碰撞的输运模型大致可分为两大类, 即玻尔兹曼输运模型和量子分子动力学输运模型. 玻尔兹曼输运模型描述核子单体相空间(即坐标空间和动量空间)分布函数在单粒子哈密顿量下的时空演化. 量子分子动力学输运模型则用高斯型的波包描述每个核子, 模拟它们在多体哈密顿量下的时空演化. 输运模型大致有三个要素: 初始化、平均场、粒子散射. 初始化决定了炮弹核和靶核中的中子和质子的坐标和动量的初态分布, 之后两原子核在束流方向发生碰撞, 核子在其他核子所产生的平均场中演化, 并与其他核子发生散射, 最终随着体系的温度和密度降低, 相互作用变得微弱, 粒子的动量分布不再随时间发生变化, 最终的模拟结果可以用来与实验数据比较, 获取相关信息.

2.1 玻尔兹曼输运模型

玻尔兹曼输运模型的实质是在求解经过量子统计修正后的玻尔兹曼方程^[1]:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \cdot \nabla_r - \nabla_r U \cdot \nabla_p \right) f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^6} \int d\mathbf{p}_2 d\mathbf{p}_3 d\Omega |\mathbf{v} - \mathbf{v}_2| \\ & \times \frac{d\sigma_{12}}{d\Omega} (2\pi)^3 \delta(\mathbf{p} + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_4) \\ & \times [f_3 f_4 (1-f)(1-f_2) - f f_2 (1-f_3)(1-f_4)], \end{aligned}$$

其中 $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ 称为相空间分布函数, 描述相空间在坐标为 $\mathbf{r}$ 和动量为 $\mathbf{p}$ 处被粒子占据的几率. $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ 是随着时间不断变化的, 其变化主要是因为粒子的坐标由于运动而变化、粒子的动量由于平均场 U 的作用而变化, 以及粒子的动量由于粒子之间的散射而变化, 这些变化分别由上面等式左边第二项、第三项和等式右边来描述. 前两者分别给出了粒子的运动学方程, 即粒子坐标和动量随时间演化的微分方程:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{\mathbf{p}}{m}, \quad \frac{d\mathbf{p}}{dt} = -\nabla_r U.$$

值得注意的是, 平均场 U 一般是 $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ 的函数, 与体系状态方程的能量密度泛函形式是相关的. 通常可以将时间离散化来求解上面的运动学方程, 即通过前一个时刻的粒子坐标、动量以及体系的相空间分布函数 $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ 得到平均场 U , 然后得到每个粒子坐标和动量的变化率, 从而得到下一个时刻的相空间分布函数 $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$, 依此类推. 上面玻尔兹曼方程的等式右边描述粒子之间的散射, 散射对相空间分布函数 $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ 的改变, 不仅与粒子之间的相对速度 $|\mathbf{v} - \mathbf{v}_2|$ 相关, 还和微分散射截面 $d\sigma_{12}/d\Omega$ 相关. 其中 $f_3 f_4$ 项是正的, 描述散射进该相空间 $(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ 的贡献; $f f_2$ 项是负的, 描述散射出该相空间 $(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ 的贡献. 多出的 $(1-f)$ 因子就是量子统计的修正. 核子作为费米子, 满足泡利不相容原理, 被散射的末态相空间如果没有被占据, 该散射才是成功的散射, 成功的概率是 $(1-f)$. 在玻尔兹曼输运模型的模拟计算中, 一般采取多个重离子碰撞事件平行计算的方法, 相空间分布函数 $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ 则由这些事件平均得到. 比如, 如果采用 100 个碰撞事件平行计算, 那么每个核子的概率是 $1/100$, 这样能更光滑地描述体系的相空间分布函数 $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$. 输运的量子化描述, 一方面体现在用大量平行事件计算相空间分布上, 一方面体现在粒子之间散射的泡利阻塞效应上.

2.2 量子分子动力学输运模型

量子分子动力学输运模型用高斯型的波包来描述每个核子对相空间分布函数的贡献^[2]:

$$f_i(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{1}{(\pi\hbar)^3} \exp\left[-\frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i)^2}{2\Delta x^2} - \frac{(\mathbf{p}-\mathbf{p}_i)^2 \cdot 2\Delta x^2}{\hbar^2}\right],$$

其中 $\mathbf{r}_i$ 和 $\mathbf{p}_i$ 是第 i 个核子的中心坐标和中心动量, Δx 是波包的宽度. 其中坐标空间的波包宽度和动量空间的波包宽度是相关的, 这是量子力学测不准关系的体现. 体系的多体哈密顿量形式上可以写为

$$H = \sum_i \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} U_{ij}.$$

考虑到整个体系的波函数是每个核子波函数的直积, 而每个核子相空间分布由高斯波包描述, 是对波函数做维格纳变换的结果. 因此, 由弥散的分布函数得到平均核子-核子相互作用势的贡献 $\langle U_{ij} \rangle$ 写为

$$\langle U_{ij} \rangle = \int f_i(\mathbf{r}, \mathbf{p}) f_j(\mathbf{r}', \mathbf{p}') V_{ij} d^3r d^3p d^3r' d^3p'.$$

对于核子-核子相互作用 V_{ij} , 传统的量子分子动力学输运模型一般包含密度无关与密度依赖的Skyrme势、表面势、同位旋不对称势、动量相关势、泡利势、库仑势等, 每一项均有一些参数. 由上面的式子可见, 微观的相互作用势和体系的宏观多体哈密顿量是相关的. 有了多体哈密顿量, 每个粒子的运动学方程, 即中心坐标和中心动量随时间的演化由正则方程描述:

$$\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \nabla_{\mathbf{p}_i} \langle H \rangle, \quad \frac{d\mathbf{p}_i}{dt} = -\nabla_{\mathbf{r}_i} \langle H \rangle.$$

上面的运动方程在形式上和玻尔兹曼输运模型是类似的. 量子分子动力学 N 个粒子的多体相空间分布函数随时间的演化方程形式上可以写为^[2]

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial t} + \sum_i \frac{\mathbf{p}_i}{m} \cdot \nabla_{\mathbf{r}_i} \right) f^{(N)}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N) \\ &= \int \prod_i d\mathbf{p}_i' d\mathbf{Q}_i d\mathbf{q}_i e^{i\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{p}_i'} f_0^{(N)}(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_N, \mathbf{Q}_1, \dots, \mathbf{Q}_N) \\ & \quad \times [I_1(\mathbf{T}) + I_2(\mathbf{T}) + I_3(\mathbf{T})], \end{aligned}$$

其中, $f^{(N)}$ 和 $f_0^{(N)}$ 分别为末态与初态 N 体维格纳函数, $\mathbf{T}$ 为总跃迁矩阵, 通过Lippmann-Schwinger方程与相互

作用势联系起来. I_1 与跃迁矩阵的实部相关, 对应平均场的贡献; I_2 与跃迁矩阵的虚部相关, 对应粒子之间的散射; I_3 对应跃迁矩阵的平方项. 对于输运模拟中粒子之间的散射, 量子分子动力学输运模型和玻尔兹曼输运模型的处理十分类似, 区别主要在于对相空间分布函数的描述不同, 所以对于散射的泡利阻塞效应的描述也有差别.

2.3 输运模型的相关问题讨论

本节主要叙述输运模型的三个要素: 初始化、平均场、粒子散射, 以及两类输运模型的区别.

在初始时刻, 必须赋予炮弹核和靶核内中子和质子的坐标和动量分布. 玻尔兹曼输运模型中, 核子的初态坐标和动量通常按理论计算得到的原子核分布抽样得到, 比如通过Hartree-Fock计算方法或托马斯-费米计算方法等. 量子分子动力学输运模型中, 初始化则通过选取稳定的原子核构型得到, 且通常原子核的电荷半径和结合能要接近实验值, 一般也可以通过摩擦冷却方法得到接近原子核基态的构型. 要得到一个相对稳定的初始核分布, 即原子核的密度和动量分布一般不再随时间发生变化, 才是一个“合格”的初始化. 初始分布完成后, 给炮弹核中每个核子一个额外的定向速度, 在实验室参考系中描述重离子碰撞, 或者给炮弹核和靶核中每个核子一个额外的相向速度, 在两个原子核的质心参考系中描述重离子碰撞.

在许多核子构成的体系中, 每个核子可以近似地看作在其他核子产生的背景势场中运动, 这个背景势场通常称为平均场. 通过前两节的描述可知, 每个核子的运动学方程, 就是描述核子在平均场中演化的方程. 每个核子受到的力, 取决于平均场的空间变化趋势, 从技术角度上也取决于数值求导的精度. 对于量子分子动力学模型, 平均场梯度的计算还与高斯型的波包宽度是否选取合理有关. 另外, 还应该避免由于数值误差可能造成的能量不守恒. 平均场的精确计算直接牵涉到核力及核物质状态方程的精确获取.

除了受到比较平滑的平均场作用, 粒子之间还会发生硬散射. 原则上, 如果从最基本的核子-核子相互作用出发, 平均场和散射截面是相关的, 但由于多体理论的不确定性, 两者通常作为两个独立的输入参数. 处理散射一般有两种方法: 一种可称为几何方法, 即在两

粒子的质心参考系中, 如果它们在垂直于相对运动速度方向上的相对距离在散射截面以内, 则认为这两个粒子可以发生散射; 另一种可称为随机方法, 根据两粒子在体系局域发生散射的概率正比于局域密度、两粒子相对速度以及散射截面大小, 按此概率抽样决定两粒子是否真的会发生散射. 对于几何方法, 在散射截面较大、粒子数密度较高时, 两个粒子容易在刚碰撞之后马上再次发生碰撞, 或者两个刚碰撞的粒子容易和周围粒子碰撞后两者之间立刻再次发生碰撞. 前者称为重复碰撞, 后者称为碰撞的高阶关联效应, 两者在理论上都不符合波尔兹曼方程. 两粒子散射后要求能动量守恒, 在质心系的末态动量方向按微分散射截面角分布抽样决定. 以上只是散射可能会发生, 前面已经提到, 如果散射末态相空间没有被占据, 该散射才是一次成功的散射. 除了弹性散射, 在能量高的情况下核子之间还会发生非弹性散射, 产生共振态粒子或超子等其他粒子, 共振态粒子还会衰变成 π 介子等轻粒子, 而 K 介子一般是伴随着超子一起产生的. 非弹性散射也要求能动量守恒, 涉及许多反应道, 使输运模拟变得更为复杂.

从表面上看, 玻尔兹曼输运模型与量子分子动力学输运模型在运动学方程和散射的处理上似乎十分类似, 但其实两者是有区别的. 最主要的区别在于: 玻尔兹曼输运模型是多个重离子碰撞事件平行计算的, 相空间分布函数是多个事件的平均, 理论上可以用无穷多个事件平行计算, 那么玻尔兹曼输运模型其实就是对初值问题的求解; 量子分子动力学输运模型是对逐个重离子碰撞事件的模拟, 事件与事件之间没有关联, 逐事件涨落比较大, 这些涨落造成该模型对核碎片的产生描述得比较好, 但对于散射后的泡利阻塞效应会有所低估. 为了更好地计算核碎片的产生, 玻尔兹曼输运模型中通常会引入随机力, 改善其对物理涨落的描述. 而部分量子分子动力学模型则通过核子-核子散射的额外相空间约束来改进泡利阻塞, 核子的泡利势也对泡利阻塞效应起到了一定的补偿作用.

3 输运模型与核物质状态方程

将输运模型的模拟结果和实验数据相比较, 最主要的目的是为了获取平均场 U . 在我们考虑的由中子和质子组成的核物质体系中, 如果忽略电磁相互作用

而只考虑强相互作用, 中子-中子之间和质子-质子之间的相互作用近似是一样的, 但它们和中子-质子之间的相互作用不一样. 由于中子和质子是核子的两个不同的同位旋态, 所以我们称中子数和质子数相等的核物质为同位旋对称核物质, 中子数和质子数不相等的核物质为同位旋非对称核物质. 在同位旋对称核物质体系中, 可以想象中子感受到和质子一样的平均场作用. 在同位旋非对称核物质体系中, 中子感受到和质子不一样的平均场作用. 体系内中子数和质子数的差别越大, 中子和质子感受到平均场的差别就越大. 基于上面的分析, 中子和质子的平均场可以大体表示为

$$U_n \approx U_0 + U_{\text{sym}}\delta, \quad U_p \approx U_0 - U_{\text{sym}}\delta,$$

其中, U_0 就是核子在同位旋对称核物质中的平均场, 相对中子丰度 δ 是中子数与质子数的差再除以总核子数, U_{sym} 则描述由于相对中子丰度的差别所引起的中子或质子平均场差别系数. U_0 和 U_{sym} 都是微观核力的体现, 一般和局域密度及该核子的动量相关. 通常情况下, U_{sym} 一般是正的, 即在丰中子核物质中中子的平均场一般比质子更排斥.

平均场是怎样与核物质的状态方程联系起来的呢? 我们可以想象一个核物质体系的势能是随着核子的逐渐加入而改变的, 那么对势能求核子数的导数实际上就得到了该核子的平均场, 或者平均场对核子数积分就得到了核物质体系的势能. 核物质的总能量由动能和势能组成, 在准粒子近似下, 动能可以通过自由费米子模型简单得到. 同位旋对称核物质和同位旋非对称核物质在总核子数相同的情况下总能量是不同的. 这个差别的一方面是由于中子数不同造成了它们费米能级的不同, 所以动能贡献不同. 另一方面是由于中子-质子之间的相互作用与中子-中子之间或质子-质子之间的相互作用不同, 所以势能贡献也不同. 同位旋非对称核物质中平均每个核子的能量, 如果按相对中子丰度作泰勒展开, 大致可以表示为

$$E \approx E_0 + E_{\text{sym}}\delta^2,$$

其中 E_0 是同位旋对称核物质中平均每个核子的能量, E_{sym} 称为对称能, 描述核物质由于相对中子丰度 δ 的改变造成的能量差别系数. 一般随着相对中子丰度 δ 的增加, 体系的能量总是增加, 即对称能一般是正的. 上式

中 δ 的奇数次方项不存在, 是基于核力电荷无关性的假设, 即假定中子-中子之间和质子-质子之间的相互作用是一样的, 所以如果把所有核子的同位旋反号, 那么相对中子丰度 δ 也改变符号, 但体系能量不变. 对称能实质上描述了体系能量关于同位旋态的对称性破缺, 也是一种量子效应. E_0 和 E_{sym} 都和局域密度相关, 它们与 U_0 和 U_{sym} 都有联系, 因为前者是体系宏观的能量, 后者是单个粒子的平均场. 一般 U_0 越排斥, 对应的 E_0 就越大. 同样地, 一般中质子的平均场差别系数 U_{sym} 越大, 对称能 E_{sym} 也越大. 一般认为泰勒展开中的高阶项贡献很小, 所以 E_0 和 E_{sym} 近似描述了同位旋非对称核物质的能量随核子密度的关系, 体系压强随体积分数的关系也就同时知道了, 后者就是传统意义上体系的状态方程. 这里值得一提的是, 由于质子-质子之间存在库仑力, 原子核中一般需要中子数大于质子数, 它们的费米面才能达到一致, 因此绝大多数原子核都是丰中子的, 相对中子丰度不为0是自然界中普遍的现象. 如果将原子核看作一个由核子组成的液滴, 通过该液滴模型可以解释大量原子核的结合能, 从而获取饱和密度处 E_0 和 E_{sym} 的信息. 但要获取其他密度处核物质状态方程的信息, 需要借助重离子碰撞及输运模拟方法.

对于饱和密度以上的对称核物质状态方程的信息, 我们可以通过将实验上重离子碰撞所探测到的K介子产额^[3]与输运模型的模拟结果相比较来获得. 相比于 π 介子, K介子与核子的相互作用更清楚一些, 因此更适合作为核物质状态方程的探针. 在重离子碰撞中, K介子由高能核子之间的非弹性散射产生, 这类过程在高温高密度的核物质中频繁发生. 如果核物质越容易被压缩, 我们称核物质状态方程越软, 对应核物质体系的能量或压强随着核物质的密度上升得比较慢. 在这种情况下, 重离子碰撞更容易把两个原子核压缩成高密度的核物质, 从而更容易产生K介子. 反之, 如果核物质状态方程越硬, 则很难将原子核压缩成高密度的核物质, 高能核子之间的非弹性散射几率就降低了, 更不容易产生K介子. 为了消除K介子与核子相互作用的影响, 人们利用输运模型计算较重的金-金碰撞体系和较轻的碳-碳碰撞体系中平均每核子的K介子产额比值, 并与实验结果比较, 得到了高密核物质状态方程的信息, 见图1.

图1 (网络版彩图)金-金碰撞和碳-碳碰撞体系中平均每核子的K介子产额比值随碰撞能量的依赖关系. 点线为输运模拟结果, 阴影部分为实验结果, 插图为不同核物质状态方程. 取自文献^[3]

Figure 1 (Color online) Kaon yield ratio in Au+Au collisions with respect to that in C+C collisions as a function of the beam energy. Lines with scatters and shadowing area represent respectively transport simulation results and the experimental data, and the inset shows different nuclear equations of state. Taken from ref. ^[3].

核子集体流, 通俗地说是大量核子的定向流动, 也是核物质状态方程的重要探针. 用数学语言表述, 这里的集体流主要由核子在垂直于重离子碰撞束流平面(称为横平面)方向出射角分布的傅里叶分量来描述. 想象一下, 如果炮弹核和靶核不是严格的对心碰撞, 那么它们的交叠部分在横平面的投影是一个橄榄形. 橄榄形部分是高温高密的核物质, 它的膨胀受到两边原子核剩余部分的挤压. 往橄榄形短轴方向出射的核子由于受到两边核子沿束流方向运动并挤压的作用, 出射方向与短轴的夹角和其沿束流方向的运动速度呈线性比例关系, 这称为一阶集体流(也叫直接流), 比例系数称为直接流的斜率参数. 核子受到的平均场越排斥, 核物质状态方程越硬, 它的膨胀就越剧烈, 对应直接流的斜率参数就越大. 另一方面, 往橄榄形短轴方向出射和往橄榄形长轴方向出射的核子数的差别称为二阶集体流(也叫椭圆流). 如果核物质状态方程越硬, 由于往橄榄形短轴方向的膨胀被阻止, 更多的核子会沿橄榄形长轴方向被挤出, 形成更负的椭圆流系数. 基于不同核物质状态方程进行输运模拟, 所得到的直接流斜率参数和椭圆流系数与实验结果的比较, 见图2. 其中 K 为不可压缩系数, K 越大, 核物质状态方程越硬.

图 2 (网络版彩图)基于输运模拟和不同核物质状态方程得到的直接流斜率参数(a)和椭圆流系数(b)随碰撞束流能量的变化关系. 取自文献[4]

Figure 2 (Color online) Slope parameter of the directed flow (a) and elliptic flow coefficient (b) as a function of the beam energy in heavy-ion collisions from transport simulations based on different nuclear equations of state. Taken from ref. [4].

通过将输运模拟的K介子产额和末态核子集体流结果与实验数据相比较, 人们获取了2–5倍饱和密度范围内对称核物质状态方程的信息. 重离子碰撞中核物质的整体性质主要是由对称核物质状态方程决定的, 对称能只是一个小的修正, 因为重离子碰撞所使用的原子核的相对中子丰度最大也不过0.2左右. 但是对称能对于重离子碰撞中产物的电荷数分布、丰中子原子核的结构性质以及中子星的结构性质等问题都有着决定性的影响, 因此成为20年来核物理的热门课题之一^[5–8]. 在输运模拟中, 把中子和质子的平均场差别作为输入量, 试图理解并解释重离子碰撞中的同位旋动力学和末态反应产物的同位旋分布. 而中子和质子的平均场差别和对称能的关系可以通过核力模型的能量密度泛函形式联系起来. 前面已经提到, 在丰中子体系中, 中子受到比质子更排斥的平均场, 所以一般中子比质子更早被发射出来, 自由中子的动能一般也比自由质子大. 当然, 质子还受到库仑排斥作用, 但这部分贡献是确定的. 所以, 原则上可以通过自由中子和质子的个数之比或者该比例的能量分布, 来获取中子和质子的平均场差别以及对称能的信息^[9]. 但是从实验的角度, 探测电中性的中子比探测带正电的质子要困难得多, 两种粒子的探测效率的差异可能会引入巨大的测量误差. 实际应用中, 通常选取两个质量接近但相对中子丰度不同的碰撞体系, 测量两个体系中自由中质

子个数比的比例^[10], 这样由于中质子探测效率的差别就被消除了. 除了自由中质子个数, 实验上还观测到这样两个体系反应产物中的轻核同位素的产额分布满足一定的标度关系, 称为同位旋标度^[11]. 根据热力学关系, 相关标度系数与体系的对称能相关. 另外, 如果炮弹核和靶核的相对中子丰度不同, 在重离子碰撞过程中相对中子丰度会在两原子核之间进行输运, 但是否能达到同位旋平衡取决于对称能的大小. 这个过程称为同位旋弥散, 实验与输运模拟发展出了定量描述同位旋平衡程度的观测量, 也成为对称能的有效探针^[12]. 如前所述, 核子的集体流是核子平均场或核物质状态方程的有效探针, 中子和质子的集体流的差别则是它们平均场差别或对称能的有效探针^[13]. 由于对称能一般随密度的增加而增加, 从能量的角度看, 系统总是希望在高密度处相对中子丰度较低, 在低密度处相对中子丰度较高, 这样体系总能量达到最低. 所以, 在重离子碰撞中心形成的高密度核物质的相对中子丰度与对称能的大小相关. 由于 π^- 介子主要经由高能中子-中子非弹性散射产生, π^+ 介子主要经由高能质子-质子非弹性散射产生, 输运模型预言重离子碰撞中 π^- 介子与 π^+ 介子的产额比与形成的高密度核物质的相对中子丰度相关^[14]. 近期, 人们进一步发现 π 介子与核子的相互作用等因素也会影响 π^- 介子与 π^+ 介子的产额比^[15–17]. 输运模拟还发现, K^+ 介子和 K^0 介子的产额比也可以作

为高密度核物质的相对中子丰度和对称能的探针^[18], 物理机制和 π 介子类似.

4 输运模拟的模型依赖性研究

最早的玻尔兹曼输运模型和量子分子动力学输运模型分别在1984年^[19]和1989年^[20]建立并应用. 随着时间的推移, 在不同历史时期衍生出了各个输运模型的版本, 分别引入了不同的物理和改进, 适用于不同的重离子碰撞能量、反应体系和相关观测量. 由于不同输运模型程序上的微小差别, 可能对相同的实验结果给出不同的解释, 或者对同样的反应条件给出不同的模拟结果. 由于对称能效应通常是核物质状态方程的微小修正, 上述模型依赖性可能会影响输运模拟对核物质对称能信息的精确获取. 比如, 近期的模拟发现, 不同输运模型基于重离子碰撞实验中的 π^- 介子与 π^+ 介子的产额比得到不同的对称能信息^[21-23].

输运模拟的模型依赖性问题已经受到整个核物理输运领域的重视, 国际上相当一部分输运理论专家已经开始共同研究如何减小这一理论误差, 以期从重离子碰撞实验中精确获取核力的信息. 目前的方法是, 成立国际输运模型评估委员会, 不定期地召开输运模型会议. 在会议之前给与会专家在相同的反应条件和核力参数下布置输运模拟计算, 然后在会议上讨论输运模拟计算结果的差别, 并试图理解这些差别进而减小理论的误差. 2004年, 在意大利欧洲核理论研究中心(ECT*)召开的输运模型会议上, 研究比较了重离子碰撞中的质子、 π 介子和K介子的动量分布^[24]; 2009年, ECT*召开了中低能重离子输运模拟会议, 初步研究比较了中低能重离子碰撞的集体流、阻止能力等; 2014年, 在上海交通大学召开的输运模型会议上, 进一步研究比较了原子核的稳定性、核反应阻止能力、核子-核子散射以及重离子碰撞的横向流等观测量^[25]; 2017年, 在美国密西根州立大学召开的输运模型会议上, 研究比较了在周期性边界条件箱体中的核子-核子散射与泡利阻塞^[26]、平均场演化以及 π 介子的产生. 目前, 参加过以上比较评估的输运模型在表1中列出. 其中的玻尔兹曼输运模型, 包括意大利Catania研究组发展的玻尔兹曼-郎之万单体BLOB输运模型, Budapest/Rosendorf研究组共同发展的BUU-BR输运模型, 印度可变能量回旋加速器中心与加拿大麦吉尔大学合

表 1 参与过输运模型评估比较的玻尔兹曼输运模型和量子分子动力学输运模型

Table 1 Boltzmann transport models and quantum molecular dynamics transport models that have participated in the transport model comparison and evaluation project

玻尔兹曼输运模型	量子分子动力学输运模型
BLOB	AMD
BUU-BR	CoMD
BUU-VM	ImQMD-CIAE
GiBUU	IQMD
HSD	IQMD-BNU
IBL	IQMD-IMP
IBUU	IQMD-SINAP
pBUU	JAM
RBUU	JQMD
RVUU	TuQMD
SMASH	UrQMD
SMF	

作发展的BUU-VM输运模型, 德国吉森大学发展的GiBUU输运模型和强子弦动力学HSD输运模型、同位旋依赖的玻尔兹曼-郎之万IBL输运模型、同位旋依赖的IBUU输运模型, 美国密西根州立大学Danielewicz教授发展的pBUU输运模型, Munich/Catania/Tübingen研究组共同发展的RBUU输运模型, 美国德州农工大学发展的RVUU输运模型, 德国法兰克福研究组发展的SMASH输运模型以及意大利Catania研究组发展的随机平均场SMF模型. 其中的量子分子动力学输运模型, 包括反对称化的分子动力学AMD输运模型、引入相空间约束的分子动力学CoMD输运模型、中国原子能科学研究院发展的ImQMD-CIAE输运模型、原始的同位旋依赖IQMD输运模型、北京师范大学发展的IQMD-BNU输运模型、兰州近代物理研究所发展的IQMD-IMP输运模型、上海应用物理研究所发展的IQMD-SINAP输运模型、日本学者发展的JAM和JQMD输运模型、德国图宾根研究组发展的TuQMD输运模型以及德国法兰克福研究组发展的极端相对论UrQMD输运模型.

4.1 重离子碰撞输运模拟的比较评估工作

输运模拟的模型依赖性问题早在2004年ECT*会议上就开始被讨论研究. 当时, 人们分析了不同输运模型在1 A GeV能区对质子、 π 介子, 以及K介子的横动

量谱和快度分布, 并讨论了 Δ 衰变对 π 介子产生以及K介子平均场对其产额在不同输运模型中的影响, 相关工作发表于文献[24]. 在此之后, 人们开始关注100和400 A MeV能区输运模拟的模型依赖性问题, 相关输运模型会议分别在2009年ECT*和2014年上海交通大学举办. 基于以往的经验, 2014年输运模型会议上的比较评估工作更好地控制了输运模型的输入参数和反应条件. 参加的9个玻尔兹曼输运模型和9个量子分子动力学模型都应用同样的核子-核子散射截面, 使用的核子平均场满足相同的核物质基本性质参数, 初始核子分布也尽可能地基于相同的Woods-Saxon分布. 实际研究中还区分了只有平均场、只有核子-核子之间的散射(级联散射模式), 以及既有平均场又有核子-核子之间散射这三种情况. 基于不同输运模型得到的密度时空演化、原子核密度分布演化及其稳定性、核子-核子散射的能量和时间分布及泡利阻塞的效应, 以及末态核子的快度分布和横向流都被细致地比较和分析了.

横向流的理论误差是该比较评估工作的一个重要结果. 图3给出了9个玻尔兹曼输运模型和9个量子分子动力学模型对于非对心金-金碰撞在束流能量为100 A MeV (B-Full)和400 A MeV (D-Full)时的横向流与约化快度的关系. 横向流与直接流类似, 前面已经提到这是核物质状态方程的重要探针, 也是核子平均场和核子之间散射共同作用的结果. BLOB模型由于引

入了随机涨落及碎裂机制, 横向流偏小, 统计误差也比较大. 通过直观观察, 束流能量为400 A MeV时横向流的收敛程度比在100 A MeV时好. 在 $|y/y_{\text{beam}}| < 0.38$ 范围内, 横向流基本上是线性变化的, 通过线性拟合得到不同输运模型横向流的斜率参数如图4所示. 假设有3%的系统误差, 则波尔兹曼输运模型在400和100 A MeV得到的平均横向流斜率参数分别为 (51 ± 11) 和 (143 ± 19) MeV/c, 量子分子动力学输运模型在400和100 A MeV得到的平均横向流斜率参数分别为 (45 ± 13) 和 (116 ± 12) MeV/c, 其中误差棒代表了不同输运模型结果的标准差. 可见, 波尔兹曼输运模型得到的横向流斜率参数比量子分子动力学输运模型偏大一些, 这可能是由于部分相对论波尔兹曼输运模型(如GIBUU-RMF, RBUU, RVUU)得到的横向流斜率参数偏大, 拉高了这类输运模型结果的平均值. 另一方面, 也可能由于两类模型对于平均场的计算方法有系统性的不同. 从具体数值看, 横向流斜率参数的误差绝对值对于400和100 A MeV都差不多, 但相对误差分别是13%和30%. 在400 A MeV时相对误差比100 A MeV时小, 主要原因是高能下初始化的差别和核子-核子散射的泡利阻塞效应变得不重要. 如果想通过输运模拟结果与400 A MeV下横向流实验结果作比较获取核物质状态方程的信息, 应该考虑这13%的理论误差. 输运模拟的比较评估工作则有助于进一步减小这一理论误差.

图3 (网络版彩图)9个玻尔兹曼输运模型和9个量子分子动力学模型对于非对心金-金碰撞体系在束流能量为100 A MeV (B-Full)和400 A MeV (D-Full)时的横向流与约化快度 $y_{\text{red}}=y/y_{\text{beam}}$ 的关系. 取自文献[25]

Figure 3 (Color online) Transverse flow as a function of the reduced rapidity $y_{\text{red}}=y/y_{\text{beam}}$ in non-central Au+Au collisions at the beam energy of 100 A MeV (B-Full) and 400 A MeV (D-Full) from 9 Boltzmann transport models and 9 quantum molecular dynamics transport models. Taken from ref. [25].

图 4 (网络版彩图) 9 个玻尔兹曼运输模型和 9 个量子分子动力学模型对于非对心金-金碰撞体系在束流能量为 100 A MeV (B-Full) 和 400 A MeV (D-Full) 时的横向流斜率参数. 取自文献[25]

Figure 4 (Color online) Slope parameters of the transport flow in non-central Au+Au collisions at the beam energy of 100 A MeV (B-Full) and 400 A MeV (D-Full) from 9 Boltzmann transport models and 9 quantum molecular dynamics transport models. Taken from ref. [25].

4.2 箱体系统运输模拟的比较评估工作

虽然重离子碰撞的运输模拟和实验更接近, 但不同的运输模型要素经常混合在一起, 不容易区分末态结果的理论误差的真正来源. 在箱体中进行运输模拟的比较评估可以克服以上不足, 有助于人们分别理解运输模拟中的各个要素. 在箱体中, 每个运输模型都可以很容易地达到相同的初始化条件. 另一方面, 周期性边界条件的箱体类似于核物质体系, 在该体系内的很多计算结果有严格解, 可以据此判别不同运输模型的相关处理及对这些结果描述的优劣, 这在重离子碰撞运输模拟的比较评估中是难以实现的.

在这项比较评估工作中, 运输模拟的体系是周期性边界条件的立方箱体, 从立方体任一面离开体系的核子将从同一维度的另一面以相同的动量回到体系, 两个核子在任一维度的距离小于立方体边长的 1/2. 在这样的体系下, 分别比较评估了不同运输模型对核子-核子散射及泡利阻塞、核子在平均场中的演化以及 Δ 共振态粒子和 π 介子的产生. 对于核子-核子散射及泡利阻塞的比较评估, 要求核子的初始坐标均匀分布、初始动量分布按温度为 $T=0$ 和 $T=5$ MeV 的费米-狄拉克分布. 如果不引入泡利阻塞效应, 那么核子的动量分布很快会变成波尔兹曼分布, 对应的体系温度可以通过

能量守恒计算出来. 图 5 比较了这种情况下不同运输模型得到的核子-核子碰撞率, 其中实线代表一个标准碰撞程序的计算结果, 短虚线代表相对论情况下得到的碰撞率理论极限, 长虚线代表非相对论情况下得到的碰撞率理论极限. 不同种类的运输模型代表不同类的碰撞处理, 应该和对应颜色的理论极限比较. 研究发现, 邻近核子之间相邻时间步长内发生的重复碰撞会大大增加碰撞率. 必须去除重复碰撞, 即两个刚发生碰撞的核子其中之一必须与第三个核子发生碰撞后这两个核子才能再次发生碰撞, 碰撞率才能接近理论极限. 多数运输模型的碰撞处理采用几何方法, 此时如果采取平行系综的碰撞处理, 由于高阶关联效应核子之间的碰撞率会高于虚线结果而与实线符合. 但如果采取混合系综处理, 即不同平行事件的核子之间允许发生碰撞, 碰撞的高阶关联效应就被大大削弱了, 与理论极限更为符合. 少数运输模型的碰撞处理采用了随机方法, 这类似平均自由程方法, 按理论极限来决定核子之间碰撞发生的几率.

如果不引入核子之间碰撞的泡利阻塞, 不同运输模型核子的碰撞率基本收敛且可以理解. 引入泡利阻塞之后, 图 6 比较了不同运输模型核子之间的成功碰撞率. 图中的五角星表示第一个时间步长内的成功碰撞率, 此时核子的动量分布基本还满足 $T=5$ MeV 的费米-狄拉克分布. 方型点的结果表示演化后期的成功碰撞率, 与第一个时间步长内的结果类似. 实线表示用

图 5 (网络版彩图) 在周期性边界条件的箱体中, 初始温度为 $T=0$ (上) 和 5 MeV (下) 时, 7 个玻尔兹曼运输模型和 8 个量子分子动力学运输模型得到的核子之间碰撞率的比较. 取自文献[26]

Figure 5 (Color online) Comparison of the nucleon-nucleon collision rate in a box with the periodic boundary condition with the initial temperature $T=0$ (upper) and 5 MeV (lower), from 7 Boltzmann transport models and 8 quantum molecular dynamics transport models. Taken from ref. [26].

图 6 (网络版彩图)在周期性边界条件的箱体中, 初始温度为 $T=5$ MeV时, 7个玻尔兹曼运输模型和8个量子分子动力学运输模型得到的核子之间成功碰撞率的比较. 取自文献[26]

Figure 6 (Color online) Comparison of the successful nucleon-nucleon collision rate in a box with the periodic boundary condition with the initial temperature $T=5$ MeV, from 7 Boltzmann transport models and 8 quantum molecular dynamics transport models. Taken from ref. [26].

$T=5$ MeV的解析费米-狄拉克分布函数 f 来决定碰撞发生几率 $1-(1-f)(1-f)$ 的泡利阻塞处理, 可以看作是理论极限结果. 可见, 绝大部分运输模型的结果都高于理论极限, 也即高估了核子之间发生成功碰撞的次数. 其中, 玻尔兹曼运输模型对泡利阻塞效应的描述比量子分子动力学运输模型整体上好. 原因是由于前者的相空间分布函数是100个平行事件的平均, 涨落比较小, 后者的相空间分布函数是逐事件计算的, 涨落比较大. 通过简单分析即可知道, 相空间分布函数的涨落越大, 有效的泡利阻塞概率就越小. pBUU模型利用有效温度方法近似得到局域相空间分布函数, CoMD模型考虑了额外的相空间约束, 因此这两个运输模型得到的核子之间成功碰撞率与理论极限类似.

以上是在箱体中比较评估运输模型核子之间散射及泡利阻塞的核心成果, 核子在平均场中的演化及 Δ 和 π 粒子的产生这两项比较评估工作仍在进行中. 对于前者, 给予初态核子在某一维度下三角函数形式的密度涨落, 然后分析核子的受力情况以及密度涨落的衰减和频率变化, 其中主振荡频率应该和核物质的不可压缩系数相关. 对于后者, 给予初态核子更高的温度, 并打开 Δ 产生道 $N+N \leftrightarrow N+\Delta$ 和 Δ 衰变道 $\Delta \leftrightarrow N+\pi$, 可以将 Δ 共振态和 π 介子的产额和反应率方程及统计模型结果相比较.

4.3 运输模型比较评估工作的展望

通过箱体计算, 有助于将运输模型对于各个要素的处理进行校准, 改进后的运输模型最终还要用来描述重离子碰撞的动力学过程. 前面提到, 邻近核子之间的重复碰撞会影响箱体中的碰撞率[26], 一个很自然的问题是重复碰撞在重离子碰撞的运输模拟中是否重要. 在类似文献[25]的反应条件下, 图7给出了利用IBUU运输模型得到的非对心金-金碰撞体系在束流能量为100 A MeV (a)和400 A MeV (b)时的核子碰撞率. 可见, 重复碰撞(Spurious Collision)在束流能量较低时会增大核子之间的碰撞率, 包括被泡利阻塞的(Pauli-Blocked)碰撞率和成功的(Successful)碰撞率, 而在束流能量较高时影响很小. 图8进一步研究了重复碰撞可能造成的动力学后果, 比较了相同反应条件下末态核子数及其横向流的速度分布. 从图8可以看出, 重复碰撞对束流能量较低时的重离子碰撞的阻止能力和横向流有微小影响, 在束流能量较高时则基本没有影响.

图 7 (网络版彩图)在级联散射模式中, 利用IBUU运输模型计算非对心金-金碰撞体系在束流能量为100 A MeV (a)和400 A MeV (b)时的核子碰撞率. 粗线为考虑了重复碰撞的结果, 细线为去除了重复碰撞的结果

Figure 7 (Color online) Nucleon-nucleon collision rates as a function of time in non-central Au+Au collisions at the beam energy of 100 A MeV (a) and 400 A MeV (b) from the IBUU transport model with the Cascade mode. The thick lines and the thin lines represent respectively results with and without spurious/repeated nucleon-nucleon scatterings.

图 8 (网络版彩图)在级联散射模式中, 利用IBUU运输模型计算非对心金-金碰撞在束流能量为100 A MeV (a)和400 A MeV (b)时的核子数和横向流的快速分布. 实线方块为考虑了重复碰撞的结果, 虚线圆点为去除了重复碰撞的结果

Figure 8 (Color online) Rapidity distributions of nucleons and the transverse flow in non-central Au+Au collisions at the beam energy of 100 A MeV (a) and 400 A MeV (b) from the IBUU transport model with the Cascade mode. Solid lines with squares and dashed lines with circles represent respectively results with and without spurious/repeated nucleon-nucleon scatterings.

近期, 人们将重离子碰撞的运输模拟^[25]与箱体中 Δ 和 π 粒子的产生结合起来, 开始比较评估重离子碰撞中的 Δ 和 π 粒子产额及 π^-/π^+ 产额比, 对高密核物质对称能的敏感性. 另一方面, 周期性边界条件的箱体体系仍是测试运输模型各要素的良好体系. 在以往研究的基础上, 可以测试核子在同位旋非对称核物质中的演化或者在核物质不稳定密度区域体系的结团和演化以及核子在动量相关平均场势中的演化及能量守恒等. 通过这些运输模型的比较评估工作, 也可以发展一些标准的程序包, 对应运输模型各个要素的处理, 甚至发布标准化的玻尔兹曼运输模型和量子分子动力学模型程序源代码, 供重离子碰撞实验工作者使用.

5 总结与展望

模拟计算已经成为理论和实验研究以外的第三种

研究方法. 由于在核物理领域, 严格的核力难以通过第一性原理得到, 核子构成的多体系统难以严格求解, 运输模拟和唯象的核势模型成为研究核物理、特别是重离子碰撞的一种重要的研究手段. 目前被广泛应用的运输模型分为两大分支: 玻尔兹曼运输模型和量子分子动力学运输模型. 前者通过数值方法求解经过量子统计修正的玻尔兹曼运输方程, 后者基于多体哈密顿量计算被描述为高斯波包的核子的时空演化. 将运输模拟的计算结果和重离子碰撞的实验数据相比较, 主要目的是为了获取核子平均场的信息, 核子的平均场则通过唯象核势模型的能量密度泛函与核物质状态方程联系在一起. 为了精确地计算重离子碰撞中核物质状态方程、特别是对称能的相关探针, 国际运输领域专家开展了运输模拟的模型依赖性研究, 试图减小运输模拟计算的理论误差. 基于重离子碰撞实验精确获取核力信息的时代即将到来.

参考文献

- 1 Bertsch G F, Das Gupta S. A guide to microscopic models for intermediate energy heavy ion collisions. *Phys Rep*, 1988, 160: 189–233
- 2 Aichelin J. “Quantum” molecular dynamics—A dynamical microscopic n-body approach to investigate fragment formation and the nuclear equation of state in heavy ion collisions. *Phys Rep*, 1991, 202: 233–360
- 3 Fuchs C, Faessler A, Zabrodin E, et al. Probing the nuclear equation of state by K^+ production in heavy-ion collisions. *Phys Rev Lett*, 2001, 86: 1974–1977
- 4 Danielewicz P, Lacey R, Lynch W G. Determination of the equation of state of dense matter. *Science*, 2002, 298: 1592–1596
- 5 Steiner A W, Prakash M, Lattimer J M, et al. Isospin asymmetry in nuclei and neutron stars. *Phys Rep*, 2005, 411: 325–375
- 6 Baran V, Colonna M, Greco V, et al. Reaction dynamics with exotic nuclei. *Phys Rep*, 2005, 410: 335–466
- 7 Lattimer J M, Prakash M. Neutron star observations: Prognosis for equation of state constraints. *Phys Rep*, 2007, 442: 109–165

- 8 Li B A, Chen L W, Ko C M. Recent progress and new challenges in isospin physics with heavy-ion reactions. *Phys Rep*, 2008, 464: 113–281, arXiv: [0804.3580](#)
- 9 Li B A, Ko C M, Ren Z. Equation of state of asymmetric nuclear matter and collisions of neutron-rich nuclei. *Phys Rev Lett*, 1997, 78: 1644–1647
- 10 Famiano M A, Liu T, Lynch W G, et al. Neutron and proton transverse emission ratio measurements and the density dependence of the asymmetry term of the nuclear equation of state. *Phys Rev Lett*, 2001, 97: 052701
- 11 Tsang M B, Friedman W A, Gelbke C K, et al. Isotopic scaling in nuclear reactions. *Phys Rev Lett*, 2001, 86: 5023–5026
- 12 Tsang M B, Liu T X, Shi L, et al. Isospin diffusion and the nuclear symmetry energy in heavy ion reactions. *Phys Rev Lett*, 2004, 92: 062701
- 13 Li B A. Neutron-proton differential flow as a probe of isospin-dependence of the nuclear equation of state. *Phys Rev Lett*, 2000, 85: 4221–4224
- 14 Li B A. Probing the high density behavior of the nuclear symmetry energy with high energy heavy-ion collisions. *Phys Rev Lett*, 2002, 88: 192701
- 15 Xu J, Ko C M, Oh Y. Isospin-dependent pion in-medium effects on the charged-pion ratio in heavy ion collisions. *Phys Rev C*, 2010, 81: 024910, arXiv: [0906.1602](#)
- 16 Hong J, Danielewicz P. Subthreshold pion production within a transport description of central Au+Au collisions. *Phys Rev C*, 2014, 90: 024605, arXiv: [1307.7654](#)
- 17 Zhang Z, Ko C M. Medium effects on pion production in heavy ion collisions. *Phys Rev C*, 2017, 95: 064604, arXiv: [1701.06682](#)
- 18 Ferini G, Gaitanos T, Colonna M, et al. Isospin effects on subthreshold kaon production at intermediate energies. *Phys Rev Lett*, 2006, 97: 202301
- 19 Bertsch G F, Kruse H, Gupta S D. Boltzmann equation for heavy ion collisions. *Phys Rev C*, 1984, 29: 673–675
- 20 Hartnack C, Li Z, Neise L, et al. Quantum molecular dynamics a microscopic model from UNILAC to CERN energies. *Nucl Phys A*, 1989, 495: 303–319
- 21 Xiao Z, Li B A, Chen L W, et al. Circumstantial evidence for a soft nuclear symmetry energy at suprasaturation densities. *Phys Rev Lett*, 2009, 102: 062502, arXiv: [0808.0186](#)
- 22 Feng Z Q, Jin G M. Probing high-density behavior of symmetry energy from pion emission in heavy-ion collisions. *Phys Lett B*, 2010, 683: 140–144, arXiv: [0904.2990](#)
- 23 Xie W J, Su J, Zhu L, et al. Symmetry energy and pion production in the Boltzmann-Langevin approach. *Phys Lett B*, 2013, 718: 1510–1514
- 24 Kolomeitsev E E, Hartnack C, Barz H W, et al. Transport theories for heavy-ion collisions in the 1 A GeV regime. *J Phys G-Nucl Part Phys*, 2005, 31: S741–S757
- 25 Xu J, Chen L W, Tsang M Y B, et al. Understanding transport simulations of heavy-ion collisions at 100 A and 400 A MeV: Comparison of heavy-ion transport codes under controlled conditions. *Phys Rev C*, 2016, 93: 044609, arXiv: [1603.08149](#)
- 26 Zhang Y X, Wang Y J, Colonna M, et al. Comparison of heavy-ion transport simulations: Collision integral in a box. *Phys Rev C*, 2018, 97: 034625, arXiv: [1711.05950](#)

Semiclassical descriptions for quantum transport of heavy-ion collisions

XU Jun^{1,2*}

¹ *Shanghai Advanced Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201210, China;*

² *Shanghai Institute of Applied Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China*

This article gives a brief review on transport models for the simulations of intermediate-energy heavy-ion collisions, including the Boltzmann transport models and the quantum molecular dynamics transport models. The former solve numerically the evolution of the one-body phase-space distribution function based on the Boltzmann equation, while the latter simulate the evolution of nucleons described by Gaussian wave-packets under the many-body Hamiltonian. Different treatments for the initialization, the mean-field potential, as well as the nucleon-nucleon scatterings are applied in the two type transport models. Comparing transport simulation results with the experimental data of intermediate-energy heavy-ion collisions is one of the main means to extract the information of the nuclear force and the nuclear equation of state. In order to reduce the theoretical uncertainties of transport simulations, continuous efforts have been made by experts of transport models all over the world. In the past decade, simulation results from about twenty transport models are compared and evaluated in systems of heavy-ion collisions and the box with the periodic boundary condition, mainly concentrating on nucleon-nucleon collisions and the Pauli blocking, the nucleon collective flow, and the meson production, etc.

heavy-ion collisions, transport simulation, nuclear equation of state

PACS: 24.10.Lx, 25.70.-z, 21.30.Fe

doi: [10.1360/SSPMA-2019-0068](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2019-0068)