环绕火卫一的稳定准卫星轨道搜索与分析

番绍炳, 王悦*, 石玉, 徐世杰

北京航空航天大学宇航学院, 北京 100083

*联系人, E-mail: ywang@buaa.edu.cn

收稿日期: 2018-10-23; 接受日期: 2019-02-14; 网络出版日期: 2019-04-30

国家自然科学基金(编号: 11872007, 11432001, 11602009)、中国科协青年人才托举工程(编号: 2017QNRC001)和中央高校基本科研业务费专项资金资助项目

摘要 本文在火星-火星卫星-探测器的限制性三体问题中, 考虑了火星卫星的轨道偏心率和不规则引力场, 建立了新的环绕火星卫星的轨道动力学模型, 其中火星卫星的引力场采用了高精度的多面体模型. 利用数值方法遍历搜索了起始于火卫一两个赤道惯量主轴的稳定准卫星轨道(Quasi-Satellite Orbits, QSOs), 并分析了QSOs的稳定性特征. 针对稳定的QSOs, 分析了稳定性对初始速度误差的灵敏度、全球地面覆盖情况和最小/最大轨道高度, 并分析了上述因素对探测任务中QSOs选取的影响. 最后, 选取了几组典型的稳定2维和3维QSOs, 对它们的几何特性和潜在应用价值做了进一步的讨论和分析. 本文建立的模型广泛适用于环绕火星卫星的轨道动力学研究和轨道设计, 对轨道的搜索和分析揭示了环绕火卫一稳定QSOs的基本分布和特征, 可为探测器的轨道设计提供部分参考.

关键词 椭圆型限制性三体问题, 不规则引力场, 多面体模型, 准卫星轨道, 轨道稳定性

PACS: 96.25.De, 95.10.Ce, 96.25.Nc, 96.30.Hf, 95.10.Eg

1 引言

火卫一福布斯(Phobos)是距离火星较近的一颗天然卫星, 其显著的不规则形状和极小的尺寸在太阳系行星的天然卫星中非常罕见, 其起源问题也一直处于争议之中^[1], 有学说认为火卫一是火星捕获的一颗小行星. 因此, 火卫一是天文学研究和深空探测的热点目标之一. 早在1971年, “水手9号”探测器就获得了火卫一的近距离图像, 在20世纪70年代末海盗1号和2号也获得了火卫一的图像数据^[2]. 之后, 苏联和俄罗斯相

继发射了三颗火卫一探测器: Phobos 1, Phobos 2和Phobos-Grunt, 但这些任务都失败或没有达到预定的科学目标^[3-8]. 最近, ESA和JAXA分别提出了以火卫一和火卫二为探测目标的DePhine任务^[9]和MMX任务^[10], 激起了新一轮的火星卫星探测热潮.

要实现对火星卫星的近距离探测, 需要找到稳定环绕其运行并能够满足科学探测要求的轨道. 然而, 由于火星引力的强烈摄动和火星卫星很小的质量, 火星卫星的Hill球紧贴其表面, 探测器不可能以传统Kepler方式围绕其做轨道运动. 不过, 在限制性三体问题

引用格式: 番绍炳, 王悦, 石玉, 等. 环绕火卫一的稳定准卫星轨道搜索与分析. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2019, 49: 084506

Fan S B, Wang Y, Shi Y, et al. Search and analysis on quasi-satellite orbits around Martian moon Phobos (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2019, 49: 084506, doi: 10.1360/SSPMA2018-00356

中存在一类特殊的轨道——大尺度逆行轨道(Distant Retrograde Orbits, DROs)^[11], 也被称为准同步轨道(Quasi-Synchronous Orbits, QSOs)或准卫星轨道(Quasi-Satellite Orbits, QSOs)^[12]. 通过合理选择运动初值, 这种轨道可以长期稳定存在.

Broucke^[13], Hénon^[14]和Benest^[15]较早研究了稳定的逆行轨道. 1988年, 火卫一作为前苏联两颗探测器(Phobos 1和Phobos 2)的探测目标, 促使许多学者对火卫一的QSOs进行了较全面的研究^[3,5]. Wiesel基于限制性三体问题建立了一个环绕火星卫星的动力学模型, 在模型中考虑了火星引力和扁率, 以及火星卫星的轨道偏心率, 通过研究两种动力学情况, 探讨了轨道稳定性和对初始入轨速度误差的灵敏度^[16]. 在Wiesel的基础上, Gil等人^[5]对环绕火卫一稳定的QSOs进行了数值搜索. 研究内容涉及轨道稳定性、对初始入轨速度的精度要求、地面覆盖情况、日食、观测条件等对特定轨道选择的影响. Cabral和Gil^[17]用解析和数值方法研究了QSOs, 建模中考虑了火卫一的偏心率, 其引力场采用质点模型, 并分析了QSOs的稳定性. 然后通过计算初始位置在x轴和y轴的2维QSOs的快速李雅普诺夫指数(FLI)分布来研究稳定区域, 对解析法的结论进行了数值验证. Zamaro和Biggs^[18,19]将火星卫星附近相对轨道动力学的描述模型推广到更精确的非线性模型, 考虑了火卫一的轨道偏心率 and 基于球谐函数展开的非球形引力场模型. 然后, 通过数值仿真识别出一系列非开普勒轨道模式, 并由此提出了一些潜在的任务应用. Spiridonova等人^[12]以DePhine任务为背景, 基于Wiesel的模型, 忽略了火星卫星轨道偏心率且引力场采用质点模型, 给出了探测器环绕火星卫星2维QSOs和3维QSOs的数值搜索结果, 并对搜索结果做了进一步讨论; Canalias等人^[20]采用了考虑卫星轨道偏心率 and 基于球谐函数展开的非球形引力场模型, 利用数值方法研究了QSOs, 并讨论了轨道稳定性、全球覆盖情况和轨道高度情况; Scheeres等人^[21]基于建立的动力学模型, 对火卫一表面动力学环境作了全面的分析并研究了环绕火卫一的轨道, 其模型中采用多面体模型来表征火卫一的不规则引力场; Bezrouk和Parker^[22]在火卫一附近轨道的数值计算中采用了星历模型, 考虑了卫星轨道偏心率并用改进的质点群模型来表示火卫一的引力场.

综上所述, 目前对环绕火星卫星的轨道研究中, 只

有少量研究同时考虑了火卫一的轨道偏心率和不规则引力场, 采用的引力场模型精度普遍偏低, 高精度的多面体引力场模型^[23,24]几乎未在环绕火星卫星的轨道模型中采用, 并且对存在垂直方向运动的具有较大应用价值的3维QSOs研究也相对较少.

针对目前研究存在的不足, 本文首先建立一个新的环绕火星卫星的轨道动力学模型, 考虑了火星卫星的轨道偏心率和基于多面体形状的不规则引力场; 然后, 通过数值方法遍历搜索起始于火卫一两个赤道惯量主轴的稳定QSOs, 并分析QSOs的稳定性特征、稳定性对初始速度误差的灵敏度、全球地面覆盖情况和最小/最大轨道高度等; 最后, 将针对几组典型的2维和3维QSOs, 进一步讨论和分析它们的几何特性和潜在应用价值.

2 动力学建模

在进行动力学建模之前, 阐明建模所需的若干基本假设. 我们在建模中, 考虑了包括火星引力场、火星卫星的不规则引力场、火星卫星的轨道偏心率在内的诸多因素. 但是, 为了数值求解的便利性, 我们做了以下几点基本假设: 第一, 火星卫星匀速转动, 且自转轴不变. 实际中, 其自转角速度和自转轴由于火星引力梯度力矩的作用会发生微小的变化. 第二, 火星卫星的自转周期与公转周期一致. 如火卫一的自转周期和公转周期均为0.3191 d, 这个假设与实际情况基本相符. 第三, 火星卫星在近火点和远火点时刻其本体旋转坐标系Oxyz的x轴指向火星. 这与实际情况也是非常接近的^[21]. 第四, 火星卫星相对于火星的运动由其与火星组成的Kepler二体问题给出.

动力学模型在火星卫星的本体旋转坐标系Oxyz中建立, 其坐标轴是火星卫星的惯性主轴. 近火点和远火点时刻其x轴正方向指向火星, 正z轴指向角动量的方向, y轴服从右手定则. 图1给出了在这个坐标系中描述的火星和火星卫星的相对运动关系.

在火星卫星的本体旋转坐标系Oxyz下, 航天器的相对运动方程为

$$\mathbf{a}_r = \mathbf{a}_a - \mathbf{a}_c - \mathbf{a}_c, \quad (1)$$

式中, $\mathbf{a}_r$ 为相对加速度, $\mathbf{a}_a$ 为绝对加速度, $\mathbf{a}_c$ 为牵连加速度, $\mathbf{a}_c$ 为科氏加速度. 各项分别为

图 1 (网络版彩图)火星和火星卫星的相对运动关系
Figure 1 (Color online) The relative motion of Mars and the Martian moon.

$$\mathbf{a}_a = \mathbf{a}_{\text{Mar}} + \mathbf{a}_{\text{Moon}}, \quad (2)$$

$$\mathbf{a}_{\text{Mar}} = -\frac{Gm}{R^3} \begin{bmatrix} x - r \cos \alpha \\ y - r \sin \alpha \\ z \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\mathbf{a}_{\text{Moon}} = -G\sigma \sum_{e \in \text{edges}} (\mathbf{E}_e \cdot \mathbf{r}_e) L_e + G\sigma \sum_{f \in \text{faces}} (\mathbf{F}_f \cdot \mathbf{r}_f) \omega_f, \quad (4)$$

$$\mathbf{a}_e = \mathbf{a}_{\text{M-O}} + \boldsymbol{\omega}_p \times (\boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{r}), \quad (5)$$

$$\mathbf{a}_c = 2\boldsymbol{\omega}_p \times \dot{\mathbf{r}}, \quad (6)$$

式中, $\mathbf{r} = [x, y, z]^T$ 为从 O 到探测器的位置矢量, (x, y, z) 为探测器在坐标系 $Oxyz$ 下的坐标; $\mathbf{a}_{\text{Mar}}$ 为火星对探测器的引力加速度; r 为从 O 到火星的距离; R 为从火星到探测器的距离; α 为火星到 O 的连线与 Ox 轴的夹角; m 为火星的质量; $\mathbf{a}_{\text{Moon}}$ 为火星卫星对探测器的引力加速度, 由多面体模型¹⁾求出(对于火卫一我们选取了顶点数为16037、面数为32070的多面体模型); $\mathbf{a}_{\text{M-O}}$ 为火星对火星卫星的引力加速度(由其与火星的二体问题求出), $\boldsymbol{\omega}_p$ 为火星卫星的自转角速度, $\boldsymbol{\omega}_p \times (\boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{r})$ 为火星卫星自转导致的牵连加速度.

将(2), (5), (6)代入(1), 相对运动方程可以写成

$$\mathbf{a}_r = \mathbf{a}_{\text{Mar}} + \mathbf{a}_{\text{Moon}} - \mathbf{a}_{\text{M-O}} - \boldsymbol{\omega}_p \times (\boldsymbol{\omega}_p \times \mathbf{r}) - 2\boldsymbol{\omega}_p \times \dot{\mathbf{r}}. \quad (7)$$

3 数值搜索

遍历搜索仅对相空间中特殊的、具有代表性的区域进行, 所得结果足以揭示稳定轨道的基本分布, 并深入了解稳定轨道(如果在30 d内, 绕火卫一轨道半径不低于15 km且最大轨道半径不超过1000 km, 那么这个

轨道就被认为是稳定的)所需的初始相对位置和相对速度的大小. 本节将展示并分析初始位置在火卫一两个赤道惯量主轴上(即 x 轴正方向和 y 轴正方向)的搜索结果.

3.1 初始位置在 x 轴

对于初始位置在 x 轴的情况, 从对2D QSOs的搜索开始, 对初始位置和速度的搜索限制为正径向初始相对位置和负切向初始相对速度. 选取 $x \in [15, 100]$ (km), $y \in [-50, -10]$ (m/s), $z = 0$ m/s进行仿真, 搜索结果如图2所示. 然后, 推广到3D QSOs. 通过增加 z 轴正方向的法向速度分量来进行搜索. 选取 $x \in [15, 100]$ (km), $y \in [-50, -10]$ (m/s), $z = 5$ m/s, $z = 10$ m/s和 $z = 15$ m/s进行仿真, 搜索结果如图3-5所示.

3.2 初始位置在 y 轴

对于初始位置在 y 轴的情况, 仍然是从2D QSOs的搜索开始. 选取 $y \in [15, 100]$ (km), $y \in [0, 60]$ (m/s)和 $z = 0$ m/s进行仿真, 搜索结果如图6所示. 然后, 推广到3D QSOs. 仍通过增加 z 轴正方向的法向速度分量来对3D QSOs进行搜索. 选取 $y \in [15, 100]$ (km), $y \in [0, 60]$

图 2 (网络版彩图) $v_z = 0$ m/s 的搜索结果(初始位置在 x 轴). (a) 稳定时间(d); (b) 最大达到纬度($^\circ$); (c) 最大轨道高度(km); (d) 最小轨道高度(km)

Figure 2 (Color online) Results for $v_z = 0$ m/s (initial position on the x -axis). (a) Stable time (d); (b) MAX latitude ($^\circ$); (c) MAX orbit altitude (km); (d) MIN orbit altitude (km).

1) <https://space.frieger.com/asteroids/moons/>

图 3 (网络版彩图) $v_z=5$ m/s 的搜索结果(初始位置在x轴). (a) 稳定时间(d); (b) 最大达到纬度(°); (c) 最大轨道高度(km); (d) 最小轨道高度(km)

Figure 3 (Color online) Results for $v_z=5$ m/s (initial position on the x-axis). (a) Stable time (d); (b) MAX latitude (°); (c) MAX orbit altitude (km); (d) MIN orbit altitude (km).

图 4 (网络版彩图) $v_z=10$ m/s 的搜索结果(初始位置在x轴). (a) 稳定时间(d); (b) 最大达到纬度(°); (c) 最大轨道高度(km); (d) 最小轨道高度(km)

Figure 4 (Color online) Results for $v_z=10$ m/s (initial position on the x-axis). (a) Stable time (d); (b) MAX latitude (°); (c) MAX orbit altitude (km); (d) MIN orbit altitude (km).

(m/s), $z=5$ m/s, $z=10$ m/s 和 $z=15$ m/s 分别进行仿真, 搜索结果如图7-9所示.

4 搜索结果分析

图1-9显示了对给定初始条件进行搜索的结果, 下

图 5 (网络版彩图) $v_z=15$ m/s 的搜索结果(初始位置在x轴). (a) 稳定时间(d); (b) 最大达到纬度(°); (c) 最大轨道高度(km); (d) 最小轨道高度(km)

Figure 5 (Color online) Results for $v_z=15$ m/s (initial position on the x-axis). (a) Stable time (d); (b) MAX latitude (°); (c) MAX orbit altitude (km); (d) MIN orbit altitude (km).

图 6 (网络版彩图) $v_z=0$ m/s 的搜索结果(初始位置在y轴). (a) 稳定时间(d); (b) 最大达到纬度(°); (c) 最大轨道高度(km); (d) 最小轨道高度(km)

Figure 6 (Color online) Results for $v_z=0$ m/s (initial position on the y-axis). (a) Stable time (d); (b) MAX latitude (°); (c) MAX orbit altitude (km); (d) MIN orbit altitude (km).

面将对搜索结果进行分析.

4.1 QSOs的稳定性分析

(1) 初始位置在x轴

从图2(a)中可以看到, 在2D QSOs的搜索结果中绝大多数轨道不能达到30 d的稳定环绕. 大部分暗蓝色

图 7 (网络版彩图) $v_z=5$ m/s 的搜索结果(初始位置在y轴). (a) 稳定时间(d); (b) 最大达到纬度($^{\circ}$); (c) 最大轨道高度(km); (d) 最小轨道高度(km)

Figure 7 (Color online) Results for $v_z=5$ m/s (initial position on the y-axis). (a) Stable time (d); (b) MAX latitude ($^{\circ}$); (c) MAX orbit altitude (km); (d) MIN orbit altitude (km).

图 8 (网络版彩图) $v_z=10$ m/s 的搜索结果(初始位置在y轴). (a) 稳定时间(d); (b) 最大达到纬度($^{\circ}$); (c) 最大轨道高度(km); (d) 最小轨道高度(km)

Figure 8 (Color online) Results for $v_z=10$ m/s (initial position on the y-axis). (a) Stable time (d); (b) MAX latitude ($^{\circ}$); (c) MAX orbit altitude (km); (d) MIN orbit altitude (km).

不稳定区域的QSOs在数小时到数天内发散或者撞击到火卫一表面. 暗红色稳定区域和暗蓝色不稳定区域之间有明显的界限. 同时, 数值计算表明, 绝大部分稳定环绕30 d的轨道, 能够在之后的很长时间内保持稳定.

可以明显看出稳定区域具有的整体趋势: 随着探测器初始位置和火卫一距离的增大, 要形成稳定的

图 9 (网络版彩图) $v_z=15$ m/s 的搜索结果(初始位置在y轴). (a) 稳定时间(d); (b) 最大达到纬度($^{\circ}$); (c) 最大轨道高度(km); (d) 最小轨道高度(km)

Figure 9 (Color online) Results for $v_z=15$ m/s (initial position on the y-axis). (a) Stable time (d); (b) MAX latitude ($^{\circ}$); (c) MAX orbit altitude (km); (d) MIN orbit altitude (km).

QSOs所需的切向速度分量逐渐增大. 此外, 稳定区域大约以30 km为界可分为15–30 km和30–100 km的两个子区域. 对于这两个子区域的产生, 可做出如下解释: 在15–30 km的区域, 探测器距离火卫一较近, 火卫一对探测器的引力相对火星略强, 导致不同位置稳定QSOs所需速度的变化趋势比在30–100 km的区域明显缓慢.

对比分析图3(a)–5(a)可以发现, 稳定区域随着初始相对速度法向分量的增加而减小, 在较低的轨道高度上, 稳定的QSOs将逐渐消失. 例如, $v_z = 15$ m/s时, 只有在大于60 km的轨道高度上才能找到稳定的QSOs. 并且, 在3D QSOs中无法看到2D QSOs中稳定区域的分区现象, 主要是因为较低的轨道高度上已无法形成稳定的QSOs. 还可以发现, 随着法向速度分量的增大, 对于稳定的QSOs而言, 在相同的轨道高度, 所需的切向速度分量却几乎没有变化.

(2) 初始位置在y轴

对于初始位置在y轴的情况尚没有文献做过完整的数值搜索. 搜索结果与初始位置在x轴的情况有很大不同. 从图6(a)可见, 在2D QSOs的搜索结果中, 绝大多数轨道是稳定的, 这和初始位置在x轴的情况形成很大反差. 稳定区域基本可分为两个子区域, 分别是左侧的离散稳定区域和右侧的连续稳定区域. 暗红色稳定区域和暗蓝色不稳定区域之间具有明显的分界.

对比分析图7(a)–9(a)可以发现, 稳定区域随着初始相对速度法向分量的增加而减小, 左侧区域逐渐退化为不稳定区域, 在较低轨道高度上稳定的QSOs将逐渐消失. 但和初始位置在x轴的情况不同的是, 虽然轨道转变为不稳定轨道, 但仍能够稳定运行几天至十几天. 对稳定轨道作对比分析, 可发现和初始位置在x轴上相似的规律: 随着法向速度分量的增大, 对于稳定的QSOs, 在相同轨道高度所需的切向速度分量几乎不会变化.

综上所述, 环绕火卫一QSOs的初始位置需要匹配相应的初始切向速度才能够稳定; 随着法向速度分量的增大, 稳定QSOs将只存在于较高的轨道高度, 但法向速度分量的增大不影响所需的初始切向速度.

4.2 稳定的QSOs初始入轨速度误差的灵敏度

稳定QSOs对入轨速度误差的敏感度是实际应用中的一个重要指标. 对于给定的初始轨道高度, 初始入轨速度误差的灵敏度定义为: $1/(\text{该轨道高度稳定轨道切向速度连续变化区间上限}-\text{该轨道高度稳定轨道切向速度连续变化区间下限})$.

(1) 初始位置在x轴

由图2(b)可知, 在15–30 km区域, 稳定轨道允许的速度误差范围(某轨道高度稳定轨道切向速度连续变化区间上限–某轨道高度稳定轨道切向速度连续变化区间下限)在0.2–0.8 m/s之间, 轨道对初始入轨速度误差的灵敏度较高. 而在35 km以上的区域, 稳定轨道允许的速度误差范围都在0.4 m/s以上, 且随着初始入轨高度的增加, 稳定轨道允许的速度误差范围逐渐增大, 初始入轨速度误差的灵敏度减小, 稳定轨道允许的速度误差范围最大可达2.2 m/s.

由图3(b)–5(b)可知, 随着初始法向速度分量的逐渐增大, 在相同初始位置, 稳定轨道允许的速度误差范围逐渐减小, 初始入轨速度误差的灵敏度升高, 在这个过程中轨道逐渐变得倾斜.

(2) 初始位置在y轴

由图6(b)知, 除去较低轨道高度区域一些孤立的稳定QSOs, 稳定轨道允许的速度误差范围都非常大, 使得对初始入轨速度误差的灵敏度很低. 因此, 对于初始位置在y轴的2D QSOs, 只要选择合适的初始位置, 比较容易找到稳定的QSOs.

由图7(b)–9(b)可知, 3D QSOs的搜索结果表明, 稳

定轨道允许的速度误差范围仍很大, 初始入轨速度误差的灵敏度很低. 但随着初始法向速度分量的增大, 稳定轨道允许的速度误差范围逐渐减小, 初始入轨速度误差的灵敏度变高.

综上所述, 对于初始位置在x轴的QSOs, 在轨道倾角较低的情况下, 稳定轨道允许的速度误差范围较大, 初始入轨速度误差的灵敏度较低; 在轨道倾角较高的情况下, 稳定轨道允许的速度误差范围可小于0.2 m/s, 初始入轨速度误差的灵敏度较高. 对于初始位置在y轴的QSOs, 无论是2D QSOs还是3D QSOs, 相比于初始位置在x轴的QSOs, 稳定轨道允许的速度误差范围都比较大, 初始入轨速度误差的灵敏度较低. 因而, 探测器从y轴入轨是一个更好的选择.

4.3 全球地面覆盖情况分析

某些科学探测目标, 如表面测绘或高纬度地区探查, 需要探测器能够以较大的轨道倾角飞行, 实现较大的地面覆盖率. 本节将对全球地面覆盖的可行性做分析.

(1) 初始位置在x轴

图2(b)–5(b)展示了稳定QSOs能达到的最大纬度. 图2(b)中, 由于考虑了火卫一的不规则引力场, 2D QSOs仍会有小幅的x-y平面外运动, 稳定QSOs达到的最大纬度为 0° – 2° , 但对于实现全球地面覆盖是远远不够的.

为实现全球地面覆盖, 需从3D QSOs中寻找备选轨道. 从图3(b)–5(b)可知, 在15–100 km的入轨高度, 可达到 30° – 45° 的纬度范围, 仅有极少量的孤立轨道超过这一范围.

对轨道进一步对比分析可知, 保持初始法向速度分量不变, 随着初始入轨高度的增大, 能达到的最大纬度逐渐减小; 若保持初始入轨高度不变, 随着初始法向速度分量的增大, 能达到的最大纬度逐渐增大. 因而, 寻找较高全球地面覆盖率的轨道时, 应当更多地关注初始入轨高度较小的区域和初始切向速度分量较大的区域.

(2) 初始位置在y轴

在图6(b)中, 稳定2D QSOs达到的最大纬度范围为 0° – 1.4° . 在图7(b)–9(b)中, 在15–100 km的入轨高度, 很容易达到 30° – 45° 的纬度范围. 当初始入轨法向速度分量足够大时, 可以找到达到 60° 以上纬度的稳定QSOs. 这些QSOs可用于极区探测任务中.

和初始位置在 x 轴的情况类似, 随着初始入轨高度的增大, 能达到的最大纬度逐渐减小; 随着初始法向速度分量的增大, 能达到的最大纬度逐渐增大. 此外, 在同一初始入轨位置, 随着初始入轨切向速度分量的增大, 稳定QSOs所能达到的最大纬度逐渐减小. 还可以发现, 到达纬度较高的QSOs大多分布在稳定区域的左侧边缘.

4.4 稳定QSOs的最小/最大轨道高度

稳定QSOs的最小/最大轨道高度也是影响实际应用的一个重要因素.

(1) 初始位置在 x 轴

图2(c), (d)表明, 在15–30 km区域, 最小轨道高度在15–25 km, 最大轨道高度在15–100 km, QSOs的偏心率较低, 轨道尺寸较小; 在30–100 km区域, 最小轨道高度小于100 km, 最大轨道高度在50–400 km之间. 可发现一个基本趋势: 随着初始入轨高度的增加, 最小和最大轨道高度逐渐增大, QSOs的轨道尺寸增大, 偏心率也增大.

由图3(c), (d)–5(c), (d)可知, 随着初始法向速度分量的增大, 最小和最大轨道高度几乎保持不变, 说明初始法向速度分量基本不会改变稳定QSOs的尺寸. 3D QSOs也有和2D QSOs一样的基本趋势: 随着初始入轨高度的增加, 最小和最大轨道高度逐渐增大, 但最小轨道高度均没有超过100 km, 大部分QSOs的最大轨道高度在600 km以内, 极少量轨道达到了1000 km.

(2) 初始位置在 y 轴

由图6(c), (d)–9(c), (d)可知, 无论是2D QSOs还是

3D QSOs, 最小轨道高度都没有超过100 km, 最大轨道高度在15–1000 km之间. 并可归纳出最小/最大轨道高度的基本变化规律: 在同一初始位置, 随着初始切向速度分量的增大, 稳定QSOs的最大轨道高度逐渐增大; 对于同一初始入轨切向速度分量, 随着初始入轨位置高度的增加, 稳定QSOs的最小轨道高度逐渐增大.

5 稳定轨道范例分析

在遍历搜索结果中, 我们选取典型的稳定QSOs作为分析范例, 如表1所示, 以加深对QSOs特性的认识, 并探究其潜在的应用价值.

2D QSO-1和2D QSO-2属于2维QSOs. 其中, 2D QSO-1允许的初始速度误差范围为0.4 m/s, 最大到达纬度为0.75°; 2D QSO-2允许的初始速度误差范围为0.5 m/s, 最大到达纬度为0.76°; 它们与火卫一的表面距离非常接近, 最大轨道高度均没有超过30 km, 稳定运行时间超过100 d, 非常适用于对火卫一赤道附近的高精度观测, 但是不适合全球观测的任务. 同时, 这两个轨道可以作为着陆任务着陆前的停泊轨道. 图10给出了2D QSO-2在30 d内的图像. 可见, 2D QSO-2基本在 x - y 平面附近, 轨道尺寸较小, 接近于圆轨道, 轨道倾角很小, 能到达的纬度也非常小.

3D QSO-3和3D QSO-4能够在较低的轨道高度实现较大的地面覆盖率. 3D QSO-3允许的初始速度误差范围为0.2 m/s, 最大到达纬度为40.21°; 3D QSO-4允许的初始速度误差范围为1 m/s, 最大到达纬度为41.93°; 它们既能实现对火卫一的较近距离的观测, 又

表 1 稳定的QSOs范例

Table 1 Example of stable QSOs

轨道类型	初始条件		轨道高度		最大纬度 (°)	稳定时间 (d)
	(x, y, z) (km)	(v_x, v_y, v_z) (m/s)	$h_{\max}$ (km)	$h_{\min}$ (km)		
2D QSO-1	(16, 0, 0)	(0, -12, 0)	28.38	15.76	0.75	>100
2D QSO-2	(0, 20, 0)	(8.5, 0, 0)	20.15	15.10	0.76	>100
3D QSO-3	(31.5, 0, 0)	(0, -15.6, 5)	62.14	28.74	40.21	>100
3D QSO-4	(0, 31, 0)	(16, 0, 5)	902.06	17.92	41.93	30.13
3D QSO-5	(48.75, 0, 0)	(0, -23, 10)	124.41	45.66	48.59	52.42
3D QSO-6	(64.25, 0, 0)	(0, -29.8, 15)	165.41	59.54	53.15	36.60
3D QSO-7	(0, 54, 0)	(45.5, 0, 10)	742.2	37.81	68.15	33.80
3D QSO-8	(0, 80, 0)	(39, 0, 15)	672.28	55.17	89.66	31.48

图 10 (网络版彩图)2D QSO-2在30 d内的轨道图像. (a) QSO轨道图像; (b) x - y 平面投影; (c) y - z 平面投影; (d) x - z 平面投影

Figure 10 (Color online) 2D QSO-2 within 30 d. (a) 2D QSO-2; (b) x - y planar projection; (c) y - z planar projection; (d) x - z planar projection.

能较好地实现全球地面覆盖. 图11和12是3D QSO-3和3D QSO-4在30 d内的轨道图像. 这两组轨道表现出非常大的差异. 3D QSO-3非常稳定, 可以保持很长的稳定时间, 而3D QSO-4在 y 轴方向逐渐漂移, 并在第31天发散.

图13和14是3D QSO-3和3D QSO-4在30 d内的地面轨迹. 可以看到, 虽然两组轨道都可以达到 40° 的最大纬度, 但对火星一地面的覆盖情况是有差别的. 3D QSO-3在经度为 -120° – -60° 和 60° – 120° 区域的地面覆盖明显少于其他区域, 但在这些区域轨道高度较高, 探测器速度较慢, 增加了在这些区域的观测时间, 在一定程度上弥补了地面覆盖的不足. 同时, 3D QSO-3对区域的覆盖非常均匀, 这对观测任务是非常有利的. 与之相反, 3D QSO-4对区域的覆盖很不均匀, 只能偶尔扫掠某些地区.

到达更高的纬度要以更大的初始法向速度分量为代价. 3D QSO-5是初始法向速度分量为10 m/s的QSO, 初始轨道高度为48.75 km, 达到 48.59° 的最大纬度, 允许初始速度误差范围为0.2 m/s. 由图15和16展示了其轨道特性、尺寸和地面覆盖情况; 3D QSO-6是初始法向速度分量为15 m/s的QSO, 初始轨道高度为64.25 km, 达到 53.15° 的最大纬度, 但允许初始速度误

图 11 (网络版彩图)3D QSO-3在30 d内的轨道图像. (a) QSO轨道图像; (b) x - y 平面投影; (c) y - z 平面投影; (d) x - z 平面投影

Figure 11 (Color online) 3D QSO-3 within 30 d. (a) 3D QSO-3; (b) x - y planar projection; (c) y - z planar projection; (d) x - z planar projection.

图 12 (网络版彩图)3D QSO-4在30 d内的轨道图像.(a)QSO轨道图像; (b) x - y 平面投影; (c) y - z 平面投影; (d) x - z 平面投影

Figure 12 (Color online) 3D QSO-4 within 30 days. (a) 3D QSO-4; (b) x - y planar projection; (c) y - z planar projection; (d) x - z planar projection.

差范围小于0.2 m/s, 对初始入轨速度误差的灵敏度较高. 图17和18展示了其轨道特性、尺寸和地面覆盖情况. 综合而言, 3D QSO-5和3D QSO-6的尺寸中等, 轨

图 13 (网络版彩图)3D QSO-3的地面轨迹-轨道高度(km)图像

Figure 13 (Color online) 3D QSO-3 ground track-orbit altitude (km).

图 14 (网络版彩图)3D QSO-4的地面轨迹-轨道高度(km)图像

Figure 14 (Color online) 3D QSO-4 ground track-orbit altitude (km).

道呈椭圆, 轨道有轻微漂移, 地面覆盖良好.

3D QSO-7和3D QSO-8是初始位置在 y 轴上的轨道, 搜索结果表明它们可以达到较高的纬度. 图19和20给出了3D QSO-8在30 d内的轨道图像和地面轨迹图像. 可见, 3D QSO-8的尺寸较大且存在严重漂移, 稳定时间刚刚超过一个月. 虽然3D QSO-8的最大到达纬度较大, 但其周期和火星一自转周期非常接近, 总是只能扫过火星一表面的部分区域. 3D QSO-7和3D QSO-8提示我们, 在选择全球覆盖任务的轨道时, 不能只关注最大到达纬度, 还应检查实际的覆盖区域.

6 结论

本文针对探测器环绕火星卫星的QSOs, 建立了一个新的轨道动力学模型. 基于该模型, 利用数值仿真方法, 遍历搜索了初始位置在火星一两个赤道惯量主轴上的稳定QSOs, 并讨论了QSOs的稳定性. 针对稳定的QSOs, 通过进一步分析得到一些重要结论: 稳定QSOs

图 15 (网络版彩图)3D QSO-5在30 d内的轨道图像. (a) QSO轨道图像; (b) x - y 平面投影; (c) y - z 平面投影; (d) x - z 平面投影

Figure 15 (Color online) 3D QSO-5 within 30 d. (a) 3D QSO-5; (b) x - y planar projection; (c) y - z planar projection; (d) x - z planar projection.

图 16 (网络版彩图)3D QSO-5的地面轨迹-轨道高度(km)图像

Figure 16 (Color online) 3D QSO-5 ground track-orbit altitude (km).

的初始位置需要与初始切向速度分量相匹配, 且法向速度分量的增大几乎不影响所需的切向速度分量; 与从 x 轴入轨相比, 探测器从 y 轴入轨是一个更好的选择; 在15–100 km的入轨高度, 探测器达到 30° – 45° 的纬度是可能的, 但若要达到更高的纬度覆盖, 就需要付出较大的代价. 在对搜索结果分析的基础上, 对选取的几组典型2D QSOs和3D QSOs的几何特性和潜在应用价值做了深入的讨论和分析. 从分析中发现, 在为具体任务选择QSOs时, 需要综合考量各种因素以选择最为适合的轨道.

本文在对环绕火星卫星的轨道动力学建模和数值

图 17 (网络版彩图)3D QSO-6在30 d内的轨道图像. (a) QSO轨道图像; (b) x - y 平面投影; (c) y - z 平面投影; (d) x - z 平面投影

Figure 17 (Color online) 3D QSO-6 within 30 d. (a) 3D QSO-6; (b) x - y planar projection; (c) y - z planar projection; (d) x - z planar projection.

图 19 (网络版彩图)3D QSO-8在30 d内的轨道图像. (a) QSO轨道图像; (b) x - y 平面投影; (c) y - z 平面投影; (d) x - z 平面投影

Figure 19 (Color online) 3D QSO-8 within 30 d. (a) 3D QSO-8; (b) x - y planar projection; (c) y - z planar projection; (d) x - z planar projection.

图 18 (网络版彩图)3D QSO-6的地面轨迹-轨道高度(km)图像

Figure 18 (Color online) 3D QSO-6 ground track-orbit altitude (km).

图 20 (网络版彩图)3D QSO-8的地面轨迹-轨道高度(km)图像

Figure 20 (Color online) 3D QSO-8 ground track-orbit altitude (km).

仿真中忽略了一些次要因素. 在未来更深入的研究中, 可以考虑采用精度更高的星历模型. 此外, 本文发现的

QSOs动力学特性仅凭数值仿真无法做出完美的解释, 未来可从理论研究的角度加以解释.

参考文献

- 1 Rosenblatt P. The origin of the Martian moons revisited. *Astron Astrophys Rev*, 2011, 19: 44
- 2 Duxbury T C, Zakharov A V, Hoffmann H, et al. Spacecraft exploration of Phobos and Deimos. *Planet Space Sci*, 2014, 102: 9–17
- 3 Sagdeev R Z, Zakharov A V. Brief history of the Phobos mission. *Nature*, 1989, 341: 581–585
- 4 Gao J L, Zhang X Q. The soviet phobos probe (in Chinese). *Missiles Spacecraft*, 1987, 11: 24–27 [高景林, 张遐圻. 苏联的火卫一探测器. *世界导弹与航天*, 1987, 11: 24–27]
- 5 Gil P J S, Schwartz J. Simulations of quasi-satellite orbits around Phobos. *J Guidance Control Dyn*, 2010, 33: 901–914

- 6 Li H Y. Russian Phobos-grunt project (part 1) (in Chinese). *Aerospace China*, 2011, 3: 32–36 [李浩悦. 俄罗斯“火卫一-土壤”计划(上). 中国航天, 2011, 3: 32–36]
- 7 Li H Y. Russian Phobos-grunt project (part 2) (in Chinese). *Aerospace China*, 2011, 4: 32–35 [李浩悦. 俄罗斯“火卫一-土壤”计划(下). 中国航天, 2011, 4: 32–35]
- 8 Zhang Y M. Phobos-grunt which carries Yinghuo-1 failed to Change orbit as planned (in Chinese). *Space Inter*, 2011, 12: 18–24 [张扬眉. 携带萤火-1的“火卫一-土壤”探测器未能按计划变轨. 国际太空, 2011, 12: 18–24]
- 9 Oberst J, Wickhusen K, Willner K, et al. DePhine—The deimos and phobos interior explorer. *Adv Space Res*, 2018, 62: 2220–2238
- 10 Campagnola S, Yam C H, Tsuda Y, et al. Mission analysis for the Martian Moons Explorer (MMX) mission. *Acta Astronaut*, 2018, 146: 409–417
- 11 Kogan A I. Distant satellite orbits in the restricted circular three body problem. *Cosmic Res*, 1989, 26: 705–710
- 12 Spiridonova S, Wickhusen K, Kahle R, et al. Quasi-satellite orbits around deimos and Phobos motivated by the dephine mission proposal. In: *Proceedings of the 26th International Symposium on Space Flight Dynamics*. Matsuyama, 2017
- 13 Broucke R A. Periodic orbits in the restricted three body problem with earth-moon masses. Technical Report 32-1168, Jet Propulsion Laboratory, 1968
- 14 Hénon M. Numerical exploration of the restricted problem, V. *Astron Astrophys*, 1969, 1: 223–238
- 15 Benest D. Effects of the mass ratio on the existence of retrograde satellites in the circular plane restricted problem. *Astron Astrophys*, 1974, 32: 39
- 16 Wiesel W E. Stable orbits about the martian moons. *J Guidance Control Dyn*, 1993, 16: 434–440
- 17 Cabral F S P, Gil P. On the Stability of Quasi-Satellite Orbits in the Elliptic Restricted Three-Body Problem. Dissertation for Master Degree. Lisbon: Universidade Técnica de Lisboa, 2011
- 18 Zamaro M, Biggs J D. Identification of new orbits to enable future mission opportunities for the human exploration of the Martian moon Phobos. *Acta Astronaut*, 2016, 119: 160–182
- 19 Zamaro M, Biggs J. Natural and Artificial Orbits Around the Martian Moon Phobos. Dissertation for Doctoral Degree. Strathclyde: University of Strathclyde, 2015
- 20 Canalias E, Lorda L, Martin T, et al. Trajectory analysis for the phobos proximity phase of the MMX mission. In: *Proceedings of the International Symposium on Space Technology and Science*. Ehime, 2017. 3–9
- 21 Scheeres D J, Van wal S, Olikara Z, et al. Dynamics in the phobos environment. *Adv Space Res*, 2019, 63: 476–495
- 22 Bezrouk C, Parker J S. Ballistic capture into distant retrograde orbits around Phobos: An approach to entering orbit around Phobos without a critical maneuver near the moon. *Celest Mech Dyn Astr*, 2018, 130: 10
- 23 Werner R A, Scheeres D J. Exterior gravitation of a polyhedron derived and compared with harmonic and mascon gravitation representations of asteroid 4769 Castalia. *Celestial Mech Dyn Astron*, 1996, 65: 313–344
- 24 Jiang Y, Li H N. Orbital Mechanics of Asteroid Explorer (in Chinese). Beijing: China Aerospace Publishing House, 2017. 2–3 [姜宇, 李恒年. 小行星探测器轨道力学. 北京: 中国宇航出版社, 2017. 2–3]

Search and analysis on quasi-satellite orbits around Martian moon Phobos

FAN ShaoBing, WANG Yue^{*}, SHI Yu & XU ShiJie

School of Astronautics, Beihang University, Beijing 100083, China

Martian moons are of great significances for the planetary science research and thus have been hot targets of deep space explorations for several decades. It is pivotal to find stable orbits around the moons to meet requirements of the scientific exploration. A new orbital dynamics model around Martian moons has been established in this paper within the framework of the Restricted Three-Body Problem consisted of Mars, the moon, and the spacecraft. The non-spherical gravity field of the Martian moon, which is modelled as that of a homogeneous polyhedron, and the eccentricity of the moon's orbit have been both taken into account. That is to say, the orbital model established is a combination of the Restricted Three-Body Problem and the orbital problem in a non-spherical gravity field of a small body. By using numerical simulations, stable Quasi-Satellite Orbits (QSOs) which start from the equatorial principal axes of Phobos have been searched, and the stability characteristics of the QSOs have been analyzed. The sensitivity of stable orbits with respect to the initial velocity error, the feasibility of global coverage, and the minimum/maximum orbital heights have been analyzed for the stable QSOs. The considerations for selecting QSOs for exploration missions have also been studied. Finally, some typical 2D QSOs and 3D QSOs are selected for further analyses, including their geometric characteristics and potential applications. Through the analyses of several QSOs, we have found that when choosing a stable QSO for a specific mission, comprehensive considerations are needed. The model established in this paper is widely applicable in the orbital dynamics research and orbital design around Martian moons, and it has revealed the basic distribution and characteristics of the stable QSOs around Martian moons, which are crucial for the orbit design of the prober.

elliptic restricted three-body problem (ERTBP), non-spherical gravity field, polyhedron model, 3D quasi-satellite orbits (3D QSOs), orbital stability

PACS: 96.25.De, 95.10.Ce, 96.25.Nc, 96.30.Hf, 95.10.Eg

doi: [10.1360/SSPMA2018-00356](https://doi.org/10.1360/SSPMA2018-00356)