丰中子锂同位素的Gamow壳模型计算

戴思捷, 许甫荣*

北京大学物理学院, 北京 100871

* 联系人, E-mail: fxu@pku.edu.cn

2020-03-06 收稿, 2020-03-27 修回, 2020-03-27 接受, 2020-03-30 网络版发表

国家重点研发计划(2018YFA0404401)和国家自然科学基金(11835001, 11921006)资助

摘要 对丰中子锂同位素 ${}^{7-10}\text{Li}$ 进行了现实核力Gamow壳模型计算, 研究了同位素链接近中子滴线区的弱束缚和非束缚核的性质, 并探讨了单粒子能级中能量高于费米面的连续谱对弱束缚核的低激发能级及其衰变性质的影响. 本文从现实核力CD-Bonn势出发, 在由质子轨道 $0p_{3/2}0p_{1/2}$ 与中子轨道 $0p_{3/2}0p_{1/2}$, 及 $p_{1/2}$ 分波中更高能量的连续谱轨道构成的模型空间内开展Gamow壳模型计算, 得到同时具有激发能量与能级共振宽度物理意义的复本征能量. 计算结果表明, 现实核力Gamow壳模型能同时对稳定束缚以及弱束缚的原子核给出准确的激发能级以及高于核子发射阈值的共振能级的共振宽度. 在对 ${}^{10}\text{Li}$ 的计算中, 现实核力Gamow壳模型计算证实了连续谱效应在弱、非束缚核能谱中具有重要的影响. 另外, 对于弱、非束缚核能级的共振宽度, 现实核力相比唯象核力在Gamow壳模型计算中能够给出与实验结果更为吻合的结果, 说明对于弱、非束缚原子核, 基于拟合稳定核性质的相互作用存在一定缺陷, 不能准确描述费米面附近高能核子的关联, 而使用适当重整化的现实核力可以避免这一问题.

关键词 Gamow壳模型, 现实核力, 弱束缚, 共振态, 连续谱效应

随着放射性核束实验装置的发展, 人类对于近滴线原子核的探索不再遥不可及. 基于放射性核束装置的实验大大丰富了人们对于弱束缚, 甚至非束缚核的认知, 也对核结构理论计算提出了新的要求.

在原子核结构的理论计算中, 尤其是对于轻、中质量的原子核, 壳模型一直是非常重要的研究方法之一. 在壳模型计算中, 通过求解原子核体系在一个或多个能壳内的组态相互作用, 能够得到包括价核子结合能、基态核子分布、低激发态能谱以及衰变宽度等原子核的重要性质. 基于唯象相互作用的壳模型在解释中等质量原子核的性质中非常成功, 例如模型空间位于p壳的PWT相互作用, sd壳的USDB相互作用^[1,2]. 基于唯象相互作用的传统壳模型已被广泛应用于对原子核基态、低激发态性质的解释. 传统的壳模型计算大多是基于体系哈密顿量在谐振子基下展开求解, 其优

势是谐振子基波函数具有解析形式, 同时谐振子势有无限大的深度, 因而谐振子基的所有单粒子本征态都具有分立的能级, 并且核子都局限在有限的区域内, 便于进行数值计算. 但是对于弱束缚、非束缚的原子核, 原子核内的核子分布并不符合谐振子基的定域性质, 而分立能级也难以描述真实体系能量高于费米面的连续轨道, 因而基于谐振子基的壳模型往往不能准确地描述弱束缚、非束缚核的性质, 例如晕核、共振等奇特现象, 对能谱的计算准确性也会降低^[3].

Woods-Saxon(WS)势具有有限的深度, 求解单粒子薛定谔方程可以得到一系列束缚能级与具有正能量的连续谱能级. 基于WS势的单粒子基^[4,5]不仅能够更好地描述弱束缚核的核子空间分布, 还能正确地引入连续能谱, 相比谐振子基更适合于弱束缚核计算. 但是, 接近滴线的弱束缚、非束缚核往往具有非常低的粒子发

引用格式: 戴思捷, 许甫荣. 丰中子锂同位素的Gamow壳模型计算. 科学通报, 2020, 65: 1592–1598

Dai S J, Xu F R. Gamow shell-model calculations of neutron-rich lithium isotopes (in Chinese). Chin Sci Bull, 2020, 65: 1592–1598, doi: [10.1360/TB-2020-0237](https://doi.org/10.1360/TB-2020-0237)

射阈值,因而费米面附近粒子与费米面上方的正能量散射态之间会存在较强的耦合.在实际计算中,需要将连续的散射态分立成大量的单粒子轨道,才能准确描述这些耦合,这会导致非常巨大的计算代价.

在Gamow壳模型中,通过将WS势的单粒子薛定谔方程解析延拓到复空间,得到了具有分立的复本征能量的共振态与非共振连续谱轨道,其中共振态包含了体系的连续谱轨道与束缚轨道之间最主要的关联,剩余的非共振连续谱轨道与束缚态之间的关联较弱,可以用微扰方法进行处理.这一由束缚态、共振态和非共振连续谱态组成的基矢被称为Berggren基^[6].解析延拓后的单粒子轨道的本征能量,其虚部具有能级共振宽度的物理意义,单粒子轨道共振宽度通过求解壳模型,通过相互作用耦合形成体系共振能级的共振宽度,使得Gamow壳模型不仅能够计算弱束缚、非束缚核的核子分部、低激发谱等性质,还能计算体系的衰变性质.包括Gamow壳模型在内的基于Berggren基的方法已被广泛应用于弱束缚、非束缚核区^[6-13].

类似唯象相互作用的经典壳模型,在Gamow壳模型计算中也可以通过拟合价壳内的相互作用强度,等效包含价壳内外的核子关联,实现价壳与价壳外空间体系哈密顿量脱耦.例如基于表面 δ 相互作用(surface delta interaction, SDI)或表面高斯相互作用(surface Gaussian interaction, SGI)的唯象核力Gamow壳模型^[7-9],在Berggren基的基础上通过¹⁸O的能量拟合了sd壳内的两体相互作用.然而,唯象相互作用拟合的对象本身一般是束缚核,缺乏高能量核子间相互作用的信息,同时拟合过程也缺乏对相互作用的高阶关联的微观解释.现实核力拟合了能量高达数百MeV的核子散射相移,可以精确描述弱束缚核内接近费米面的核子的相互作用.在现实核力基础上,通过考虑价壳空间外的核芯极化,以及两粒子激发等高阶关联机制,求解价壳内的有效相互作用,可以避免相互作用中高能部分带来的巨大计算代价.基于现实核力的Gamow壳模型已在丰中子碳同位素、氧同位素链上取得了成功^[6,13,14].现实核力Gamow壳模型作为一种从微观的唯象核力出发,计算近滴线弱束缚、非束缚核性质的方法,能够有效地弥补人们对弱、非束缚核体系中相互作用如何影响微观现象认知的不足,是现实核力与原子核结构之间联系的一块重要拼图.

锂同位素链的大部分原子核位于p壳内,其中有稳定核素^{6,7}Li,也有分别位于质子、中子滴线外的⁵Li

和¹⁰Li,在无须进行跨壳计算的情况下涵盖了两种核子的发射衰变,是Gamow壳模型理想的研究对象.本文基于现实核力CD-Bonn势,求解Berggren基下的有效相互作用,并对p壳的丰中子锂同位素⁷⁻¹⁰Li进行了现实核力Gamow壳模型计算,探究了丰中子锂同位素的低激发态的中子发射衰变现象.我们分析了现实核力Gamow壳模型给出的能谱信息,以及能谱中能量高于中子发射阈值的激发态的共振宽度,并比较了现实核力Gamow壳模型计算的优势.

1 模型

在现实核力Gamow壳模型计算中,原子核体系的性质由求解体系在Berggren基下的哈密顿量得到. Gamow壳模型的哈密顿量由单体项和两体项构成,其中单体部分由Berggren基提供. Berggren基是WS势下的单粒子薛定谔方程在复空间内的一个完备解集,球形WS势的单粒子薛定谔方程可以由以下径向方程描述:

$$\frac{d^2 u_l(k, r)}{dr^2} = \left(\frac{l(l+1)}{r^2} + \frac{2m}{\hbar^2} V_{WS}(r) - k^2 \right) u_l(k, r), \quad (1)$$

其中 $u_l(k, r)$ 为单粒子径向波函数, k 与 l 分别代表径向波函数对应的波矢与轨道角动量. $V_{WS}(r)$ 是带有自旋轨道耦合项的WS势:

$$V_{WS}(r) = -V_0 f(r) - 4V_{SO} \frac{1}{r} \frac{df(r)}{dr} l \cdot s, \quad (2)$$

$$f(r) = -\frac{1}{1 + e^{\frac{r-r_0 d^{1/3}}{d}}}, \quad (3)$$

其中 V_0 , r_0 , d , V_{SO} 是WS势中的参数,分别对应势阱深度、半径系数、弥散半径和自旋轨道耦合强度. 单粒子薛定谔方程本征态的波矢根据本征能量可能出现几种情形:对于束缚态,本征能量小于0,波矢 k 为纯虚数,而对能量大于0的散射态,波矢为实数.在Berggren基中,连续谱态的本征能量被解析延拓到复空间:

$$E = E_r - i\frac{\Gamma}{2}, \quad (4)$$

虚部中的 Γ 对应连续谱态的共振宽度.连续谱态的波矢同时具有非零的实部和虚部.单粒子薛定谔方程解中的束缚态与连续谱态共同构成Berggren基的完备关系:

$$\begin{aligned} & \sum_{n \in \{b, d\}} u_n(r, k_n) u_n(r', k'_n) + \int_{L^+} dk v(r, k) v(r', k) \\ &= \delta(r - r'), \end{aligned} \quad (5)$$

其中 b 、 d 分别表示Berggren基中的束缚态与共振态， L^+ 表示Berggren基中非共振连续谱态的复积分围道， u 、 v 分别为离散态与连续态的波函数。Berggren基中出现共振态，是由于解析延拓的连续谱态积分围道向下跨过了单粒子薛定谔方程解的极点。根据柯西积分定理，极点上下积分围道的差别由极点的留数，也就是共振态给出。在Gamow壳模型计算中，一般只需要考虑位置接近实轴的窄共振态。图1展示了复波矢平面内的积分围道，以及单粒子薛定谔方程解中的束缚态、共振态与非共振连续谱态。

在Berggren基矢内，Gamow壳模型的模型空间由目标原子核所对应的能壳中的束缚态、窄共振态，以及窄共振态所处分波的非共振连续谱态构成。最近一篇关于丰中子氧同位素链的研究^[14]提到，价壳中束缚态所处分波的连续谱态对Gamow壳模型计算的能级共振宽度有一定影响，但本文计算中暂不将这些分波的连续谱态纳入模型空间，而是通过计算有效相互作用的方法考虑它们与模型空间的关联。

现实核力Gamow壳模型的哈密顿量的两体部分通过求解CD-Bonn势在模型空间内的有效相互作用得到。在壳模型计算中，有效相互作用一般用 $\hat{Q}$ -box方法^[15]求解。 $\hat{Q}$ -box通过求解迭代方程

$$V_n^{\text{eff}} = \hat{Q}(E) + \sum_{k=1}^{\infty} \hat{Q}_k(E) (V_{n-1}^{\text{eff}})^k, \quad (6)$$

可以将模型空间外的关联，例如核芯极化、两粒子多次散射等阶关联逐级加入模型空间内的有效相互作用。其中，

$$\hat{Q}(E) = PVP + PVQ \frac{1}{E - QHQ} QVP, \quad (7)$$

其 k 阶导数

$$\hat{Q}_k(E) = \frac{1}{k!} \frac{d^k}{dE^k} \hat{Q}(E), \quad (8)$$

式中 P 、 Q 分别对应模型空间与模型外空间。在Berggren基下，由于WS势的模型空间单粒子轨道不简并，需要采用Extended Kuo-Krenciglowa(EKK)方法^[15]迭代求解。由于Berggren基模型空间内的共振态与非共振连续谱态的单粒子能有代表共振宽度的虚部，在 $\hat{Q}$ -box计算中会引入复数，但计算过程与实数的 $\hat{Q}$ -box相同。

本文计算的丰中子锂同位素，核素在模型空间的 p 壳内有一个价质子。严格处理价质子的共振态与连续谱轨道，需要求解带有库仑项的WS势单粒子薛定谔方

图1 (网络版彩色)Berggren基中的束缚态、共振态与位于积分围道 L^+ 上的非共振连续谱态。积分围道解析延拓到复空间时跨过的极点为窄共振态

Figure 1 (Color online) Bound states, resonances and non-resonant continuums on the integral contour L^+ . The pole between the integral contour and $\text{Re}(k)$ -axis is the narrow resonance

程，并在两体相互作用中加入库仑力的影响。由于库仑力在Gamow壳模型的非共振连续谱轨道的积分不收敛^[8]，本文中丰中子锂同位素的激发态中也基本不包括质子共振现象，同时谐振子基也早已被证明能够很好地描述束缚核子，因此在本文的计算中，质子轨道仍采用谐振子基。

模型空间内质子单粒子轨道 $0p_{3/2}$ 与 $0p_{1/2}$ 能量分别为-3.00与2.30 MeV，中子轨道采用的WS势参数分别是势阱深度 $V_0=43.09$ MeV，轨道耦合强度 $V_{SO}=7.60$ MeV，半径系数 $r_0=1.347$ fm，弥散半径 $d=0.7$ fm。其中势阱深度、轨道耦合强度为通用的WS势参数^[6]，半径系数与弥散半径，以及质子单粒子轨道能量则根据锂同位素中对中子发射衰变稳定的 ^7Li 进行了调节，以重复其稳定能级的激发能。在这套WS参数下，Berggren基矢的中子单粒子能级分别为束缚态 $e_{0p_{3/2}}=-1.069$ MeV，共振态 $e_{0p_{1/2}}=(1.182-0.868i)$ MeV。模型空间内的 $ip_{1/2}$ 分波的积分围道为 $\{0.00 \rightarrow (0.45-0.32i) \rightarrow (0.52-0.28i) \rightarrow 0.58 \rightarrow 1.97\} \text{ fm}^{-1}$ ，每条边分别选取14, 12, 10和14个离散点，模型空间外的其他连续谱积分围道为 $\{0.00 \rightarrow 1.97\} \text{ fm}^{-1}$ ，取10个离散点。

2 计算结果与讨论

本文从现实核力出发，通过复空间的 $\hat{Q}$ -box方法求解了Berggren基中的有效相互作用，对 p 壳中锂的丰中子同位素 $^7\text{--}^{10}\text{Li}$ 进行了现实核力Gamow壳模型计算。图2展示了 $^7\text{--}^{10}\text{Li}$ 的现实核力Gamow壳模型计算结果，以及

图2 丰中子锂同位素的不同理论的计算结果及其与实验值比较. 阴影部分表示共振态的共振宽度

Figure 2 The calculated results of neutron-rich lithium isotopes by different methods, compared with the experimentally observed values. The shaded area represents the resonance widths of resonant states

采用SGI相互作用的唯象核力Gamow壳模型^[8,9]、唯象PWT相互作用壳模型的计算结果, 并与实验上测得的结果进行比较.

对于锂同位素的低激发态, 以上理论计算给出的结果基本都与实验测得的结果符合, 误差在可接受范围内. 其中唯象核力Gamow壳模型计算在激发能方面给出的信息较少, 只包含 ${}^7\text{Li}$ 的第一个激发态. 对于激发能较高的能级, 现实核力Gamow壳模型在 ${}^7\text{Li}$ 的高激发态中表现出了明显的能级压缩的现象, 这是由于当 ${}^7\text{Li}$ 激发到较高能量时, 会发生 ${}^7\text{Li} \rightarrow \alpha + {}^3\text{H}$ 的衰变, 而本文计算没有考虑质子的连续谱效应, 同时目前的Gamow壳模型也还不能处理发射 α 粒子的情形. 对中子数更多的 ${}^8\text{Li}$, 激发态衰变以中子发射为主, 现实核力Gamow壳模型计算与唯象PWT壳模型计算结果都与实验结果符合, 理论计算给出的 ${}^9\text{Li}$ 激发态能级角动量顺序

也互相一致. ${}^{10}\text{Li}$ 是锂同位素链上第一个中子不束缚的原子核, 从基态开始就包含连续谱效应. ${}^{10}\text{Li}$ 的基态受来自sd壳的闯入态影响, 是一条负宇称能级, 由于本文计算仅局限于p壳轨道, 理论计算的结果从 ${}^{10}\text{Li}$ 的第一个激发态, 即 1^+ 态开始. 在理论计算得到的 ${}^{10}\text{Li}$ 能谱中, 唯象PWT壳模型计算给出的各个能级相对 1^+ 态的激发能都大幅超出实验值, 对理论预言为 0^+ 态的第三条激发能级, 激发能相比实验值超出1.5 MeV. 通过在壳模型中引入连续谱效应, 现实核力Gamow壳模型得到的 ${}^{10}\text{Li}$ 激发能谱相比传统的唯象壳模型准确得多. 这种传统壳模型计算近滴线核时, 低激发态能量被严重高估的现象在最近的 ${}^{26}\text{O}$ 的观测结果^[3]中也被发现, 并在使用Gamow壳模型计算后该现象得到解释^[14]. 在壳模型计算中引入连续谱效应, 不仅能解释原子核能级的共振现象, 同时对准确描述弱束缚核的激发能级也非

常重要。

除能给出激发能谱之外, 现实核力Gamow壳模型还能给出能谱的共振性质。之前提到, ^7Li 能谱中具有共振现象的激发态, 其共振宽度由多种衰变道耦合而成。由于本文的现实核力Gamow壳模型计算仅包含中子的连续谱轨道, 不能准确反映出 ^7Li 高能激发态中的共振现象。对于包含更多中子的 ^{8-10}Li , 其强相互作用衰变道由中子发射主导, 直到非常高的激发能才出现 ^3H 发射衰变, 采用模型空间包含中子连续谱轨道的Gamow壳模型给出的能级共振宽度是准确的。在 ^8Li 的第一个 3^+ 激发态中, 现实核力Gamow壳模型计算结果由于激发能量偏低, 没有得到与实验结果相符合的共振现象。但对更高的第二条 1^+ 激发态的计算, 不仅重复了该激发态的共振性质, 给出的共振宽度也非常准确。 ^9Li 在实验中有两条激发态被观测到具有中子发射衰变, 通过现实核力Gamow壳模型计算, 这两条能级的共振宽度也能得到相当准确的解释。在唯象核力Gamow壳模型计算中, ^{7-9}Li 的计算结果没有涉及实验上存在共振现象的较高激发态, 理论计算给出的这些能级也都是束缚态。这一结果虽然与实验相符, 但由于只涉及较低能量的激发态, 只是平凡的结果。在 ^{10}Li 的理论计算中, 两种Gamow壳模型计算对共振态的预测首次出现分歧。 ^{10}Li 的第一条正宇称激发态 1^+ 态是一条共振能级, 其共振宽度为100 keV。本文中对这一能级进行的Gamow壳模型计算, 现实核力Gamow壳模型计算给出了较为准确的190 keV的共振宽度, 而唯象核力Gamow壳模型未能成功解释这一能级的共振现象。这是由于在唯象Gamow壳模型中, 表面高斯相互作用的强度是根据同位素链上的轻核的基态、低激发态性质拟合而得, 对核力的理解来源于远离滴线的原子核的经验知识, 而作为研究对象的弱、非束缚核都在拟合对象之

外, 可靠性有所欠缺。现实核力拟合了核子的散射相移, 两粒子相互作用不依赖于计算的原子核体系, 并且核子散射能量范围远超出单个核子的结合能, 对费米面上的共振态、散射态依然有效。相比唯象核力, 现实核力能更好地反映弱束缚核中核子之间的相互作用, 因而成功解释了 ^{10}Li 的激发态共振现象。最后, ^{10}Li 在激发能大约1.6 MeV, 相对 1^+ 态激发能1.39 MeV的位置有一条角动量、共振宽度尚不明确的能级, 本文计算给出的预测共振宽度为0.13 MeV的 0^+ 态。

3 结论

本文从现实核力CD-Bonn势出发, 对p壳的丰中子锂同位素进行了Gamow壳模型计算, 并从激发能谱以及共振态的共振宽度两个方面对计算结果进行了讨论。现实核力Gamow壳模型计算给出的激发能谱, 除了对于 ^7Li 的较高能级外, 均与实验测得的能级符合较好, 理论计算和实验结果之间的差距与目前广泛用于核结构计算的唯象核力壳模型相当。在锂同位素链上首个非束缚核 ^{10}Li 中, 唯象核力壳模型给出的激发能大大超过了实验测量值。通过在计算中考虑连续谱效应, Gamow壳模型成功地解释了这一理论与实验间的偏差。对于锂同位素链上各个核素激发能超过各自中子分离能的能级, 现实核力Gamow壳模型计算也给出了准确的共振宽度, 其中还包括唯象核力Gamow壳模型未能解释的 ^{10}Li 的 1^+ 态。采用现实核力避免了唯象核力拟合弱束缚核中接近费米面轨道的核子间相互作用强度的困难, 同时借助日益成熟的重整化、软化核力的微观方法, 基于现实核力的计算也不再需要非常庞大的计算资源支持。现实核力Gamow壳模型在丰中子锂同位素计算中展现出了强大的解释力, 是未来向滴线进一步探索的有力工具。

参考文献

- 1 Brown B A. The nuclear shell model towards the drip lines. *Prog Particle Nucl Phys*, 2001, 47: 517–599
- 2 Brown B A, Richter W A. New “USD” Hamiltonians for the sd shell. *Phys Rev C*, 2006, 74: 034315
- 3 Kondo Y, Nakamura T, Tanaka R, et al. Nucleus ^{26}O : A barely unbound system beyond the drip line. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 102503
- 4 Zhou S G, Meng J, Ring P. Spherical relativistic Hartree theory in a Woods-Saxon basis. *Phys Rev C*, 2003, 68: 034323
- 5 Dracoulis G D, Kondev F G, Lane G J, et al. Connections between high-K and low-K states in the s-process nucleus ^{176}Lu . *Phys Rev C*, 2010, 81: 011301
- 6 Sun Z H, Wu Q, Zhao Z H, et al. Resonance and continuum Gamow shell model with realistic nuclear forces. *Phys Lett B*, 2017, 769: 227–232
- 7 Michel N, Nazarewicz W, Płoszajczak M, et al. Gamow shell model description of weakly bound nuclei and unbound nuclear states. *Phys Rev C*, 2003, 67: 054311
- 8 Michel N, Nazarewicz W, Płoszajczak M. Proton-neutron coupling in the Gamow shell model: The lithium chain. *Phys Rev C*, 2004, 70: 064313

- 9 Jaganathen Y, Betan R M I, Michel N, et al. Quantified Gamow shell model interaction for psd-shell nuclei. [Phys Rev C](#), 2017, 96: 054316
- 10 Okołowicz J, Płoszajczak M, Rotter I. Dynamics of quantum systems embedded in a continuum. [Phys Rep](#), 2003, 374: 271–383
- 11 Papadimitriou G, Rotureau J, Michel N, et al. *Ab initio* no-core Gamow shell model calculations with realistic interactions. [Phys Rev C](#), 2013, 88: 044318
- 12 Hagen G, Dean D J, Hjorth-Jensen M, et al. Complex coupled-cluster approach to an *ab-initio* description of open quantum systems. [Phys Lett B](#), 2007, 656: 169–173
- 13 Geng Y F, Ma Y Z, Li J G, et al. Realistic Gamow shell-model calculations for neutron-rich carbon isotopes (in Chinese). [Chin Sci Bull](#), 2019, 64: 2037–2042 [耿一方, 马远卓, 李健国, 等. 现实核力Gamow壳模型计算丰中子碳同位素. 科学通报, 2019, 64: 2037–2042]
- 14 Dai S J, Xu F R, Li J G, et al. Continuum effect in resonance spectra of neutron-rich oxygen isotopes. [Chin Phys C](#), 2018, 42: 114106
- 15 Takayanagi K. Effective interaction in non-degenerate model space. [Nucl Phys A](#), 2011, 852: 61–81

Summary for “丰中子锂同位素的Gamow壳模型计算”

Gamow shell-model calculations of neutron-rich lithium isotopes

Sijie Dai & Furong Xu*

*School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China** Corresponding author, E-mail: frxu@pku.edu.cn

The calculations of neutron-rich lithium isotopes have been performed using the Gamow shell model (GSM). In the present work, the shell model basis is generated by solving the one-body Schrödinger equation of the Woods-Saxon (WS) potential in the complex momentum space. The resulting single-particle basis is composed of bound, resonant and non-resonant continuum states, which is also called the Berggren ensemble. Two-body interaction between nucleons in the Berggren ensemble is derived from the realistic nuclear force CD-Bonn potential with the many-body perturbation theory named the $\bar{Q}$ -box folded diagrams. The model space consists of the $0p_{3/2}$ bound state, $0p_{1/2}$ resonant state and $p_{1/2}$ non-resonant continuum states for neutrons, and $0p_{3/2}$, $0p_{1/2}$ bound states for protons, respectively. The real and imaginary parts of the complex eigenvalues of the shell model Hamiltonian represent the excitation energies and resonance widths of resonant states, respectively. The p-shell neutron-rich lithium isotopes ${}^{7-10}\text{Li}$ have been studied. The results of GSM calculations with CD-Bonn potential are compared with traditional shell model with PWT interaction and GSM with surface Gaussian interaction (SGI). The low-lying spectra and resonance widths of resonant states are discussed, as well as the influences of the continuum states on these observables. In terms of the low-lying spectra of well-bound nuclei, the GSM calculations reproduce the excitation energies of ${}^{7-9}\text{Li}$ with good accuracy, except for the states with 4 MeV or higher energies of ${}^7\text{Li}$, which decay through α -particle emission. In the calculation of the unbound nucleus ${}^{10}\text{Li}$, the GSM calculation proves that continuum effect is crucial in its low-lying spectrum. The shell model calculation with PWT interaction of ${}^{10}\text{Li}$ overestimates the excitation energies by almost 100%, and by introducing the continuum states, GSM calculation can give more accurate values. Similar phenomenon was also observed in the shell model calculation with USDB interaction of the unbound nucleus ${}^{26}\text{O}$, and was explained by the continuum effect as well. As for the resonance widths, the present calculations extend to higher levels of the studied nuclei compared with GSM calculations with the SGI interaction, and obtain reasonable resonance widths of the resonant states. Though the widths of the α -emitting states of ${}^7\text{Li}$ cannot be explained by the current GSM, the resonant states among the excited states of ${}^{8-9}\text{Li}$ are reproduced in the present work. The GSM calculation with realistic nuclear force also gives correct resonant property of the first 1^+ state of ${}^{10}\text{Li}$, while the GSM calculation with SGI yields a non-resonant state. The excited state of ${}^{10}\text{Li}$ with unknown angular momentum and resonance width is also reproduced, which is predicted to be a 0^+ state, with 0.13 MeV width. In the present work, it is proved that the continuum effect is crucial in shell-model calculations of unbound ${}^{10}\text{Li}$. Through treating the continuum effect microscopically, the GSM calculations with properly renormalized realistic nuclear force can reproduce the observed low-lying spectra and resonance widths of both bound and unbound nuclei with high accuracy. On the other hand, the GSM with realistic nuclear force is based on a relatively small model space, and can thus be used to systems with more valence particles. The GSM with realistic nuclear force is proved to be a promising tool for future research on weakly bound or unbound nuclei.

Gamow shell model, realistic nuclear forces, weakly bound, resonant states, continuum effectsdoi: [10.1360/TB-2020-0237](https://doi.org/10.1360/TB-2020-0237)