基于天文测角测速组合的小行星探测器自主导航方法

张伟^{1,2}, 黄庆龙^{1,2*}, 陈晓^{1,2}

1. 上海卫星工程研究所, 上海 201109;

2. 上海市深空探测技术重点实验室, 上海 201109;

*联系人, E-mail: deepspace509@126.com

收稿日期: 2019-04-04; 接受日期: 2019-05-10; 网络出版日期: 2019-06-17

科工局十三五民用航天预研(编号: D030102)和上海市科委科研计划(编号: 18DZ2272300)资助项目

摘要 自主导航是保障深空探测任务顺利实施的关键技术之一, 本文针对小行星探测器在实际工程任务中对天文自主导航能力的需求, 提出了天文光谱测速结合天文图像测角的组合自主导航方法, 实现小行星探测器连续自主、实时高精度导航. 以主带小行星谷神星探测任务为背景, 分析了本文所提出的组合导航方法的可观性, 并基于UKF算法, 给出了组合导航系统仿真分析. 仿真结果表明, 组合导航系统的可观性更好, 对比传统的地面无线电导航或者测角导航方法, 导航结果精度更高、实时性更优, 可为小行星探测器变轨修正等提供准确的导航信息. 本文所给出的组合导航方法有效可靠、工程实现简单, 为我国小行星探测工程任务及后续深空重大任务的实施提供参考.

关键词 小行星探测, 组合导航, 测速导航, 光谱频移, 自主导航

PACS: 96.35.-j, 95.10.Eg, 06.20.Dk, 45.10.Db

1 引言

小行星探测是近年来国际深空探测领域的热点之一, 我国也已开展了小行星探测相关的任务论证与技术研究. 小行星探测任务飞行过程复杂, 总速度增量需求较大, 如“深空一号”、“隼鸟一号”和“黎明号”^[1-4]等典型的小行星探测任务, 总速度增量的需求都在 4 km/s 以上^[5], 所以高比冲的电推进系统是小行星探测

任务工程实施的优选配置.

由于小行星探测器电推进开机工作需要同时保证推力方向和太阳帆板对日定向, 器地通信的指向受限, 传统地面无线电导航的连续可用性无法完全保证, 这对探测器飞行任务包括电推进飞行控制策略的实施将非常不利. 小行星探测任务亟需自主导航能力的保障, “隼鸟一号”探测器曾在 2005 年 7 月因轨道确定精度不够, 导致电推进系统关机, 严重影响了探测器原定计划

引用格式: 张伟, 黄庆龙, 陈晓. 基于天文测角测速组合的小行星探测器自主导航方法. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2019, 49: 084510
Zhang W, Huang Q L, Chen X. Autonomous celestial navigation method of asteroid probe based on angle measurement and velocity measurement (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2019, 49: 084510, doi: [10.1360/SSPMA-2019-0103](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2019-0103)

的执行^[6]. 特别是对于主带小行星探测任务, 由于其飞行距离远、飞行环境未知因素多、飞程序复杂、器地通信时延与损耗大、存在跟踪盲区与天体遮挡等特点, 对小行星探测器导航系统的自主性和实时性提出了更高的要求.

目前, 在国外已实施的多次小行星探测任务中, 部分探测器已经具有部分自主导航功能, 自主导航也已经成为地面测控的一种有效补充手段. 小行星探测自主导航一方面可以克服电推进对地面测控能力的制约和地面无线电导航在实时性、运行成本和资源上的限制, 增强深空探测器的自主生存能力; 另一方面可提高小行星探测器导航的精度和连续性, 提高工程成功的可靠性. 在小行星探测某些特殊的飞行阶段, 如接近、绕飞、附着和上升交会等需要精确获得探测器相对目标小行星的位置、速度信息, 自主导航与控制往往具有超越地面测控的性能表现.

当前小行星探测的自主导航技术大多通过天文测角或测距信息来实现导航状态的实时估计, 但是受目标天体观测条件约束, 无法保证探测器获取长期实时、连续的导航信息. 然而, 空间天文光学信息中蕴含的光谱特征及其相对运动引起的频移变化, 包含了探测器的速度信息, 文献^[7]提出了一种直接获取光谱测速信息的方法, 将有利于实现瞬时速度的高精度估计, 进一步提高小行星探测器自主导航的精度^[7-10].

在上述研究的基础上, 本文提出将测角导航敏感器和测速导航敏感器的量测信息融合, 得到实时性强、连续性好、导航精度高的测角测速组合导航方法, 并基于可观性分析和UKF算法仿真给出了导航性能分析. 结果表明, 本文给出的小行星探测器导航方法可有效解决测角导航中瞬时速度估计精度不高、测速导航位置估计精度随时间发散的问题, 为小行星探测连续自主、实时高精度导航的实现提供理论支撑和技术参考.

2 测角测速组合导航原理

2.1 测角导航原理

在小行星探测工程任务中, 探测器将逐步靠近小行星, 小行星的视星等逐步减小^[11]. 探测器利用自身携带的测角导航敏感器和太阳敏感器获得小行星、太阳的光学图像, 进而提取参考天体相对于探测器的视

线方向矢量, 然后结合导航滤波算法可以实现天文测角导航. 测角导航原理如图1所示.

在日心惯性坐标系中, 根据图1中各视线矢量的几何关系, 有

$$\gamma = \arccos(\mathbf{l}_{ps} \cdot \mathbf{l}_{pa}), \quad (1)$$

$$\theta = \arccos(\mathbf{l}_{sa} \cdot \mathbf{l}_{pa}), \quad (2)$$

其中 $\mathbf{l}_{ps}$ 为太阳相对探测器的视线方向矢量, $\mathbf{l}_{pa}$ 为小行星相对探测器的视线方向矢量, 可通过导航敏感器测量获得; $\mathbf{l}_{sa}$ 为由太阳指向小行星的方向矢量, 可通过星历数据解算获得.

探测器在惯性参考系中的位置可由几何解算得到

$$\mathbf{r} = -\frac{\|\mathbf{r}_{sa}\| \sin \theta}{\sin \gamma} \cdot \mathbf{l}_{ps} = -\|\mathbf{r}_{sa}\| \sqrt{\frac{1 - (\cos \theta)^2}{1 - (\cos \gamma)^2}} \cdot \mathbf{l}_{ps}, \quad (3)$$

即

$$\mathbf{r} = -\|\mathbf{r}_{sa}\| \sqrt{\frac{1 - (\mathbf{l}_{sa} \cdot \mathbf{l}_{pa})^2}{1 - (\mathbf{l}_{ps} \cdot \mathbf{l}_{pa})^2}} \cdot \mathbf{l}_{ps}, \quad (4)$$

其中, $\mathbf{l}_{ps}$ 和 $\mathbf{l}_{pa}$ 为目标天体相对探测器视线方向的单位矢量, 可通过导航敏感器及太阳敏感器获得, 其量测模型如下:

$$\tilde{\mathbf{T}}_{ps} = \mathbf{l}_{ps} + \mathbf{V}_{ps}, \quad (5)$$

$$\tilde{\mathbf{T}}_{pa} = \mathbf{l}_{pa} + \mathbf{V}_{pa}, \quad (6)$$

其中 $\mathbf{V}_{ps}$, $\mathbf{V}_{pa}$ 为视线矢量观测噪声.

取 $\mathbf{r}$ 的观测值为 $\mathbf{Z}$, 则观测方程有

图1 (网络版彩图)测角导航原理

Figure 1 (Color online) Principle of angle measurement navigation.

$$\begin{aligned} \mathbf{Z} &= -\|\mathbf{r}_{sa}\| \sqrt{\frac{1 - (\mathbf{l}_{sa} \cdot \mathbf{l}_{pa})^2}{1 - (\mathbf{l}_{ps} \cdot \mathbf{l}_{pa})^2}} \cdot \mathbf{l}_{ps} \\ &= -\|\mathbf{r}_{sa}\| \sqrt{\frac{1 - [\mathbf{l}_{sa} \cdot (\mathbf{l}_{pa} + \mathbf{V}_{pa})]^2}{1 - [(\mathbf{l}_{ps} + \mathbf{V}_{ps}) \cdot (\mathbf{l}_{pa} + \mathbf{V}_{pa})]^2}} \cdot (\mathbf{l}_{ps} + \mathbf{V}_{ps}), \end{aligned} \quad (7)$$

对上式在 $\mathbf{l}_{ps}$ 和 $\mathbf{l}_{pa}$ 处泰勒展开, 得到

$$\mathbf{Z} = \mathbf{r} + \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{l}_{ps}} \mathbf{V}_{ps} + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{l}_{pa}} \mathbf{V}_{pa} \right) + o(\cdot), \quad (8)$$

其中, 上式 $\mathbf{r}$ 关于 $\mathbf{l}_{ps}$ 和 $\mathbf{l}_{pa}$ 的偏导为

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{l}_{ps}} = -\|\mathbf{r}_{sa}\| \sqrt{\frac{1 - (\mathbf{l}_{sa} \cdot \mathbf{l}_{pa})^2}{1 - (\mathbf{l}_{ps} \cdot \mathbf{l}_{pa})^2}} \cdot \frac{1}{1 - (\mathbf{l}_{ps} \cdot \mathbf{l}_{pa})^2}. \quad (9)$$

忽略观测量中的高阶小量, 由太阳和小行星视线信息得到探测器位置矢量的观测方程可表示为

$$\mathbf{Z} = \mathbf{h}(\mathbf{X}) + \mathbf{V}(t), \quad (10)$$

其中观测误差为

$$\mathbf{V}(t) = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{l}_{ps}} \mathbf{V}_{ps} + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{l}_{pa}} \mathbf{V}_{pa}. \quad (11)$$

2.2 测速导航原理

小行星探测器在飞行过程中接收恒星光谱时, 若探测器相对于恒星的位置是静止的, 那么在探测器上接收的恒星光谱波长就是恒定的, 若探测器相对于恒星的位置是变化的(视向方向接近或远离), 那么所接收的光谱和相对静止时的光谱相比就会有波长的漂移, 波长的漂移表现在光谱上就是谱线的移动(图2)^[11,12].

根据多普勒原理, 波长的漂移量与小行星探测器相对于恒星位置静止时的波长之比等于视向速度与光速之比, 即

$$\frac{\mathbf{v}_r}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\text{rest}}}, \quad (12)$$

其中 $\mathbf{v}_r$ 为视向速度, c 为真空中光速, $\Delta\lambda$ 为波长漂移量.

恒星光谱仪通过测量光谱频移相位变化 $\delta\phi$ 间接反演得到相对速度变化:

$$\mathbf{v}_{\text{Spe}} = \frac{c \cdot \delta\phi}{4\pi \cdot \Delta d \cdot \sigma}, \quad (13)$$

图2 (网络版彩图)利用多普勒原理测量视向相对运动速度
Figure 2 (Color online) Measuring relative velocity of apparent motion by Doppler principle.

其中, Δd 为天文光谱测速仪的光程差, 视为不变常量; σ 为光波数, 是光波长 λ 的倒数.

从天文光谱测速导航仪解算得到的是小行星探测器与目标天体相对运动速度的大小. 假设探测器、恒星在日心黄道惯性坐标系下的运动速度为 $\mathbf{v}$, $\mathbf{v}_{\text{Star}}$, 探测器相对恒星视线方向为 $\mathbf{l}_{\text{Star}}$, 那么探测器相对单颗恒星的运动速度大小为

$$(\mathbf{v}_{\text{Star}} - \mathbf{v})^T \mathbf{l}_{\text{Star}} = \mathbf{v}_{\text{Spe}}, \quad (14)$$

其中, $\mathbf{v}_{\text{Spe}}$ 是天文光谱测速仪测得的相对运动速度, $\mathbf{v}_{\text{Star}}$, $\mathbf{l}_{\text{Star}}$ 是恒星在参考惯性坐标系下的速度和视线方向矢量, 可由星表获得.

据此, 可以建立以探测器相对太阳及其他两颗恒星的视向速度为量测的观测方案, 如图3所示. 通过建立探测器与恒星之间的相对速度关系, 可以得到

$$\begin{bmatrix} \mathbf{l}_{\text{Sun}}^T \\ \mathbf{l}_{\text{Star1}}^T \\ \mathbf{l}_{\text{Star2}}^T \end{bmatrix} \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{l}_{\text{Sun}}^T \mathbf{v}_{\text{Sun}} \\ \mathbf{l}_{\text{Star1}}^T \mathbf{v}_{\text{Star1}} \\ \mathbf{l}_{\text{Star2}}^T \mathbf{v}_{\text{Star2}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{\text{Spe1}} \\ \mathbf{v}_{\text{Spe2}} \\ \mathbf{v}_{\text{Spe3}} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

分析式(15)可知, 为了能够完全反演得到探测器在惯性参考坐标系下的速度矢量, $\mathbf{v}$ 的系数矩阵 $[\mathbf{l}_{\text{Sun}} \ \mathbf{l}_{\text{Star1}} \ \mathbf{l}_{\text{Star2}}]$ 必须可逆, 即探测器相对三颗恒星的视线方向必须非共面.

因此, 通过测量满足上述约束条件的三颗及以上恒星的视向速度即可反演得到小行星探测器在惯性参

图 3 (网络版彩图)测速导航原理

Figure 3 (Color online) Principle of velocity measurement navigation.

坐标系下的速度矢量。

3 组合导航系统模型与算法

3.1 导航系统状态模型

小行星探测器自主导航系统的状态模型一般依据轨道动力学建立。在小行星探测任务中, 主要考虑太阳引力摄动、太阳光压摄动、探测器推力等因素。设探测器在J2000日心黄道惯性坐标系下的位置矢量为 $\mathbf{r}=[x, y, z]^T$, 速度矢量为 $\mathbf{v}=[v_x, v_y, v_z]^T$, 那么状态变量可以写为 $\mathbf{X}(t)=[x, y, z, v_x, v_y, v_z]^T$, 轨道动力学方程可以表示为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}} &= \mathbf{v}, \\ \ddot{\mathbf{r}} &= -\frac{\mu_s}{r^3}\mathbf{r} + \eta P_{SR} AU^2 C_R \left(\frac{A_R}{m} \right) \frac{\mathbf{r}}{r^3} + \mathbf{a}_T, \end{aligned} \quad (16)$$

其中, 第一项表示以太阳为引力中心的引力加速度项, μ_s 为太阳引力常数; 第二项表示太阳光压摄动加速度项, η 是阴影因子, P_{SR} 是距离太阳1 AU处的光压, C_R 为探测器的表面反射系数, A_R 是垂直于太阳光线方向探测器横截面积, m 是航天器的质量; 最后一项表示探测器推力加速度项, 本文采用常值推力模型。

综上, 可以将探测器轨道动力学方程表述为如下一般形式:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{X}(t), t) + \mathbf{W}(t), \quad (17)$$

其中, $\mathbf{W}(t)$ 表示状态模型噪声, 一般作高斯白噪声处理。

3.2 导航系统量测模型

(1) 测角导航量测模型。在小行星探测工程任务的捕获段中, 可以利用观测太阳视线矢量和小行星视线矢量作为导航的量测, 即

$$\mathbf{Z}_l = \mathbf{r} + \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{l}_{ps}} \mathbf{V}_{ps} + \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{l}_{pa}} \mathbf{V}_{pa} \right), \quad (18)$$

其中, $\mathbf{r}$ 是在参考坐标系下探测器的位置矢量; $\mathbf{l}_{ps}$, $\mathbf{l}_{pa}$ 分别是探测器观测到的太阳及小行星视线方向矢量; $\mathbf{V}_{ps}$, $\mathbf{V}_{pa}$ 是量测噪声, 一般作高斯白噪声处理。

双视线矢量观测可以间接得到探测器的位置和速度信息, 是一种简单的测角导航方案, 这种导航估计精度非常依赖敏感器的测量精度, 测角导航敏感器精度一般在1 arc sec量级。

(2) 测速导航量测模型。以小行星探测器相对太阳及两颗恒星的视向速度大小为量测量, 则量测方程可表示为

$$\mathbf{Z}_v = \begin{bmatrix} v_{Spe1} \\ v_{Spe2} \\ v_{Spe3} \end{bmatrix} + \mathbf{V} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}}{r} \\ (\mathbf{v}_{Star1} - \mathbf{v}) \cdot \mathbf{l}_{Star1} \\ (\mathbf{v}_{Star2} - \mathbf{v}) \cdot \mathbf{l}_{Star2} \end{bmatrix} + \mathbf{V}, \quad (19)$$

其中, v_{Spe1} , v_{Spe2} , v_{Spe3} 是由光谱仪解算得到的探测器相对恒星的视向速度值; $\mathbf{r}$, $\mathbf{v}$ 是探测器在参考惯性坐标系下的位置和速度; $\mathbf{v}_{Star}$, $\mathbf{l}_{Star}$ 是恒星在参考惯性坐标系下的速度和视线方向矢量, 具体数据可由星表获得; $\mathbf{V}$ 是速度量测误差, 目前工程上已经可达到1 m/s量级。

3.3 组合自主导航算法

无迹卡尔曼滤波算法(Unscented Kalman Filter, UKF)的优点是不需对非线性方程进行线性化, 而是选取一些特殊的样本点, 使其均值和方差等于采样时刻的状态方差和均值, 这些采样点通过该非线性系统, 产生相应的变换采样点, 对这些变换采样点进行计算, 便可得到预测的均值和协方差。对于非线性很强的系统, 由于UKF不需计算雅可比矩阵, 不需对状态方程和量测方程线性化, 因此也就没有对高阶项的截断误差, 与EKF相比可以获得更高的估计精度。

UKF算法的核心是UT变换^[13], 即在 $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ 附近选

取一系列样本点, 使这些样本点的均值和协方差分别为 $\hat{\mathbf{x}}(k|k)$ 和 $\mathbf{P}(k|k)$. 假设状态变量为 $n \times 1$ 维, 那么 $2n+1$ 个样本点及其权重分别为

$$\mathbf{x}_{0,k} = \hat{\mathbf{x}}_k, \quad (20)$$

$$\mathbf{w}_0 = \lambda / (n + \lambda), \quad (21)$$

当 $i = 1, 2, \dots, n$ 时, 有

$$\mathbf{x}_{i,k} = \hat{\mathbf{x}}_k + \sqrt{n + \lambda} \left(\sqrt{\mathbf{P}(k|k)} \right)_i, \quad (22)$$

$$\mathbf{w}_i = 1 / [2(n + \lambda)], \quad (23)$$

当 $i = n + 1, n + 2, \dots, 2n$ 时, 有

$$\mathbf{x}_{i+n,k} = \hat{\mathbf{x}}_k - \sqrt{n + \lambda} \left(\sqrt{\mathbf{P}(k|k)} \right)_i, \quad (24)$$

$$\mathbf{w}_{i+n} = 1 / [2(n + \lambda)], \quad (25)$$

其中, $\lambda \in R$; 当 $\mathbf{P}(k|k) = \mathbf{A}^T \mathbf{A}$ 时, $\left(\sqrt{\mathbf{P}(k|k)} \right)_i$ 取 $\mathbf{A}$ 的第 i 行, 当 $\mathbf{P}(k|k) = \mathbf{A} \mathbf{A}^T$ 时, $\left(\sqrt{\mathbf{P}(k|k)} \right)_i$ 取 $\mathbf{A}$ 的第 i 行.

典型的UKF算法如下:

(1) 初始化:

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = E[\mathbf{x}_0], \quad (26)$$

$$\mathbf{P}_0 = E[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T]. \quad (27)$$

(2) 计算采样点:

$$\mathbf{x}_{k-1} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k-1} & \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \sqrt{(n + \tau) \mathbf{P}_{k-1}} & \hat{\mathbf{x}}_{k-1} - \sqrt{(n + \tau) \mathbf{P}_{k-1}} \end{bmatrix}. \quad (28)$$

(3) 时间更新:

$$\mathbf{x}_{k|k-1} = f(\mathbf{x}_{k-1}, k-1), \quad (29)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \sum_{i=0}^{2n} \mathbf{w}_i \mathbf{x}_{i,k|k-1}, \quad (30)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \sum_{i=0}^{2n} \mathbf{w}_i [\mathbf{x}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_k^-] [\mathbf{x}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_k^-]^T + \mathbf{Q}, \quad (31)$$

$$\mathbf{Z}_{k|k-1} = h(\mathbf{x}_{k|k-1}, k), \quad (32)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_k^- = \sum_{i=0}^{2n} \mathbf{w}_i \mathbf{Z}_{i,k|k-1}. \quad (33)$$

(4) 量测更新:

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}_k \hat{\mathbf{z}}_k} = \sum_{i=0}^{2n} \mathbf{w}_i [\mathbf{Z}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_k^-] [\mathbf{Z}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_k^-]^T + \mathbf{R}, \quad (34)$$

$$\mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}}_k \hat{\mathbf{z}}_k} = \sum_{i=0}^{2n} \mathbf{w}_i [\mathbf{x}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_k^-] [\mathbf{Z}_{i,k|k-1} - \hat{\mathbf{z}}_k^-]^T, \quad (35)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{x}}_k \hat{\mathbf{z}}_k} \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}_k \hat{\mathbf{z}}_k}^{-1}, \quad (36)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k^-), \quad (37)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{\hat{\mathbf{z}}_k \hat{\mathbf{z}}_k} \mathbf{K}_k^T, \quad (38)$$

其中, $\mathbf{Q}_k$ 和 $\mathbf{R}_k$ 分别为系统和量测噪声协方差矩阵.

在UKF滤波过程中, $\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n$ 是一个比例因子. α 决定了 $\mathbf{x}$ 周围 σ 点的分布状态调节 α 以使高阶项的影响达到最小, 通常选择 $10^{-4} \leq \alpha \leq 1$. κ 的具体取值虽然没有界限, 但通常应该确保矩阵 $(n + \lambda) \mathbf{P}_x$ 为半正定矩阵. 对高斯分布的情况, 当状态变量为单变量时, 选择 $\kappa = 2$; 状态变量为多变量时, 一般选择 $\kappa = 3 - n$. 待选参数 $\beta \geq 0$, 调节 β 可以提高方差的精度. 对于高斯分布, 取 $\beta = 2$ 是最优的.

4 组合导航性能分析

4.1 组合导航系统可观测分析

导航系统的可观测性反映了系统通过有限时间内的观测量确定系统状态的能力^[14]. 可观测矩阵是系统可观测分析的重要依据, 针对小行星探测自主导航系统的强非线性特点, 为避免普通求导方法对导航系统做线性化处理时引入较大误差, 本文利用李导数方法求解导航系统的可观测矩阵^[14,15].

忽略误差影响, 导航系统方程可一般地表示为

$$\sum: \begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = f(\mathbf{X}), \\ \mathbf{Z} = h(\mathbf{X}), \end{cases} \quad (39)$$

其中, 状态矢量 $\mathbf{X} \in \mathbf{X}^n \subset R^n$; 状态方程 f 和观测方程 h 为 C^n 内光滑的解析函数.

由微分几何理论可知, h 沿 f 的各阶李导数为^[15]

$$L_f^0 h(\mathbf{X}) = h(\mathbf{X}), \quad (40)$$

$$L_f^k h(\mathbf{X}) = \frac{\partial (L_f^{k-1} h)}{\partial \mathbf{X}} f(\mathbf{X}), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (41)$$

其中,

$$L_f^k h(\mathbf{X}) = \frac{\partial (L_f^{k-1} h)}{\partial \mathbf{X}} f(\mathbf{X}), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (42)$$

$$dL_f^k h(X) = \frac{\partial(L_f^k h)}{\partial X}, k = 0, 1, 2, \dots \quad (43)$$

上述即可以得到非线性系统可观测性的观测空间 H .

在观测空间 H 内, $H^n = \{h, L_f h, \dots, L_f^{n-1} h\}$ 是包含状态变量和观测变量在内的最小线性空间, 并且关于李导数是封闭的. 对 $X_0 \in X^n$, 如果 dH^n 满足可观测性秩条件, 则称系统 Σ 在 X_0 点是局部弱可观测的.

由 dH^n 定义的非线性系统的可观测矩阵 $Q(X)$ 可以表示为^[16,17]

$$Q(X) = \begin{bmatrix} dL_f^0 h(X) \\ dL_f^1 h(X) \\ \vdots \\ dL_f^{n-1} h(X) \end{bmatrix}. \quad (44)$$

可观测矩阵的条件数可以表征导航系统的整体可观测度^[18], 即

$$\gamma = \frac{1}{\text{cond}(Q)} = \frac{1}{\|Q\| \cdot \|Q^{-1}\|}, \quad (45)$$

分析可知, $\gamma \in [0, 1]$; 当 $\gamma=0$ 时, $\text{rank}(Q) < n$, 系统是不可观测的. 该方法不依赖于观测数据, 只与导航系统的模

表 1 不同导航系统可观测性分析

Table 1 Observability analysis of different navigation methods

导航系统	量测方案	可观测阶数	可观测度
测角导航	太阳、小行星视线矢量	2	8.97×10^{-11}
测角测速 组合导航	太阳、小行星视线矢量 太阳、恒星视向速度	1	8.24×10^{-10}

型有关, 可以作为判断量测方案优劣的指标.

为了更好地对比分析系统的可观测性, 本文定义系统可观测阶数: 使系统可观测矩阵 $Q(k)$ 满足可观测条件的最小观测次数. 系统可观测阶数反映了系统状态与系统观测量之间的积分关系, 体现了导航估计结果的收敛速度和导航系统的抗干扰能力.

针对测角导航及测角测速组合导航, 分析导航系统的可观测性能, 结果如表1所示. 可以看出, 太阳及小行星视线矢量是2阶可观测方案, 可观测度比测角测速组合量测方案低一个数量级.

4.2 组合导航精度分析

以主带小行星中的谷神星探测任务为背景, 对本文提出的测角测速组合导航方法开展数学仿真分析. 仿真中的真实轨道数据由STK产生, 小行星探测器的相关参数见表2, 导航算法仿真参数设置见表3. 导航

表 2 小行星探测器相关参数

Table 2 Parameters of asteroid probe

参数名称	参数值
基本参数	探测器质量2000 kg, 有效光压面积10 m ²
电推进参数	推力大小2000 mN, 方向为背向太阳; 推力大小误差3 mN, 方向误差0.01°
探测器初始状态	位置 $\mathbf{r} = [-232397675 \ 234438176 \ 29399149] \text{ km}$, 偏差为 $\Delta \mathbf{r} = [1000 \ 1000 \ 1000] \text{ km}$; 速度 $\mathbf{v} = [-15.97 \ -13.05 \ 0.99] \text{ km/s}$, 误差为 $\Delta \mathbf{v} = [100 \ 100 \ 100] \text{ m/s}$
小行星初始状态	位置 $\mathbf{r} = [-245859494 \ 222859970 \ 30210427] \text{ km}$ 速度 $\mathbf{v} = [-15.27 \ -13.81 \ 0.91] \text{ km/s}$

表 3 导航算法仿真参数

Table 3 Parameters of navigation method

参数名称	参数值
UKF算法参数	$P = \text{diag}[10^6, 10^6, 10^6, 10^{-2}, 10^{-2}, 10^{-2}]$, $Q = 1 \times 10^{-20} \mathbf{I}_{6 \times 6}$, $R = 0.235 \times 10^{-10} \mathbf{I}_{6 \times 6}$, $\alpha = 1, \beta = 0, \kappa = -3$
系统量测误差	测角量测精度2 arcsec, 测速量测精度1 m/s
仿真参数设置	起始时刻2028-01-23 00:07:27.589 UTCG; 结束时刻2028-02-02 00:07:27.589 UTCG; 仿真步长600 S

系统模型状态方程中考虑太阳引力摄动、太阳光压摄动及探测器持续电推力的影响, 其中的小行星星历数据采用NASA JPL实验室发布的DE406; 导航系统量测模型中的恒星数据采用依巴谷星表, 其中两颗恒星在星表中的编号为45348和172167.

传统的无线电导航方法的仿真结果如图4所示. 此时无线电导航仿真得到的位置估计精度为278.03 km (3σ), 速度估计精度为5.14 m/s (3σ).

测角导航结果见图5, 导航仿真得到的位置估计精度为254.82 km (3σ), 速度估计精度为4.32 m/s (3σ). 可以看出, 在保证测角精度为2 arcsec情况下, 位置估计精度较高, 速度估计精度较好. 测角导航方法具备一定

的自主性和实时性, 是当前深空探测自主导航主要应用的方法.

图6是加入三颗恒星的测速量测后的组合导航仿真结果, 其中位置估计精度为114.54 km (3σ), 速度估计精度为1.31 m/s (3σ). 可以看出, 组合导航结果较测角导航在性能上有了明显的提升.

表4给出了不同导航方法的导航精度比较, 可以看出, 由于天文光谱测速量测信息的加入, 组合导航方法对小行星探测器位置估计和速度估计的精度更高. 速度量测信息的加入使组合导航方法的收敛速度加快, 更有效地减弱了量测误差及小行星星历误差等因素的影响, 使导航系统具有更高的准确性和更强的可靠性.

5 结论

由于传统地面无线电导航的局限性及小行星探测器对自主生存能力要求高等特点, 小行星探测任务对实时、自主导航能力有着迫切的需求. 而当前的自主导航方法主要是根据天体图像光学信息提取出相对位置的角度, 解算确定探测器导航参数, 这种导航方法仍无法完全满足小行星探测器连续、实时、高精度自主导航需求. 针对现有过程方法的不足, 本文提出了基于天文光谱直接测速方法, 并将其与天文测角导航相结合, 形成基于测角测速组合的小行星探测器自主导航方法. 基于该组合导航方法, 给出了组合导航系统模型及导航滤波算法, 分析了系统可观测性、导航精度等性能参数. 仿真结果表明, 加入天文光谱测量的恒

图 4 (网络版彩图)无线电导航精度分析结果

Figure 4 (Color online) Navigation results of radio navigation method.

图 5 (网络版彩图)测角导航精度分析结果. (a) 位置估计; (b) 速度估计

Figure 5 (Color online) Navigation results of angle navigation method. (a) Position estimation; (b) velocity estimation.

图 6 (网络版彩图)测角测速组合导航精度分析结果. (a) 位置估计; (b) 速度估计

Figure 6 (Color online) Navigation results of integrated navigation method. (a) Position estimation; (b) velocity estimation.

表 4 不同导航方法的导航精度比较

Table 4 Comparison of navigation accuracy of different navigation methods

导航方法	位置精度(3σ , km)	速度精度(3σ , m/s)
地面无线电导航	278.03	5.14
测角导航	254.82	4.32
测角测速组合导航	114.54	1.31

星速度信息可以大幅提高导航的位置和速度的估计精度, 更有效地抑制了误差的影响, 增强了导航系统的可靠性. 该组合导航系统原理清晰、工程实施可靠, 有效

提高导航系统性能, 在小行星探测器变轨修正等重要节点可提供准确的导航信息, 为实现小行星探测工程任务奠定了高精度自主导航技术基础.

参考文献

- 1 Rayman M D. The Successful conclusion of the deep space 1 mission: Important results without a flashy title. In: 34th COSPAR Scientific Assembly, The Second World Space Congress. Houston, 2002
- 2 Brophy J. The dawn ion propulsion system. *Space Sci Rev*, 2011, 163: 251–261
- 3 Di Cara D M, Estublier D. Smart-1: An analysis of flight data. *Acta Astronaut*, 2005, 57: 250–256
- 4 Estublier D, Saccoccia G, Jose G D A. Electric propulsion on SMART-1-a technology milestone. *ESA Bull*, 2007, 129: 40–46
- 5 Hang G R, Kang X L. Application and development trends of electric propulsion in deep-space primary propulsion (in Chinese). *J Rocket Propul*, 2012, 38: 1–8 [杭观荣, 康小录. 电推进在深空探测主推进中的应用及发展趋势. *火箭推进*, 2012, 38: 1–8]
- 6 Yu Y F. The success or failure of Japan's falcon asteroid explorer is uncertain (in Chinese). *China Aerospace*, 2006, 2: 38–40 [俞盈帆. 日本隼鸟号小行星探测器成败未卜. *中国航天*, 2006, 2: 38–40]
- 7 Zhang W, Chen X, You W, et al. New autonomous navigation method based on redshift (in Chinese). *Aerospace Shanghai*, 2013, 30: 32–33 [张伟, 陈晓, 尤伟, 等. 光谱红移自主导航新方法. *上海航天*, 2013, 30: 32–33]
- 8 Wang W, Fang B D, Zhang W. Deceleration options for a robotic interstellar spacecraft. In: 64th International Astronautical Congress. Beijing, 2013
- 9 Chen X, Zhang W, Wang W. Preliminary research of mars local navigation constellation. In: 64th International Astronautical Congress. Beijing, 2013

- 10 Lightsey E G, Mogensen A E, Burkhart P D, et al. Real-time navigation for mars missions using the mars network. *J Spacecraft Rockets*, 2008, 45: 519–533
- 11 Harlander J, Reynolds R J, Roesler F L. Spatial heterodyne spectroscopy for the exploration of diffuse interstellar emission lines at far-ultraviolet wavelengths. *Astrophys J*, 1992, 396: 730–740
- 12 Englert C R, Babcock D D, Harlander J M. Doppler asymmetric spatial heterodyne spectroscopy (DASH): Concept and experimental demonstration. *Appl Opt*, 2007, 46: 7297–7307
- 13 Qin Y Y, Zhang H Y, Wang S H. Kalman Filtering and Integrated Navigation Principle (in Chinese). Xi'an: Northwest University of Technology Press, 2012 [秦永元, 张洪钺, 汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理. 西安: 西北工业大学出版社, 2012]
- 14 Huang X Y, Cui P Y, Cui H T. Observability analysis of deep space autonomous navigation system (in Chinese). *J Astron*, 2006, 27: 332–337 [黄翔宇, 崔平远, 崔祜涛. 深空自主导航系统的可观性分析. 宇航学报, 2006, 27: 332–337]
- 15 Cui P Y, Chang X H, Cui H T. Research on observability analysis-based autonomous navigation method for deep space (in Chinese). *J Astron*, 2011, 32: 2115–2124 [崔平远, 常晓华, 崔祜涛. 基于可观性分析的深空自主导航方法研究. 宇航学报, 2011, 32: 2115–2124]
- 16 Hermann R, Krener A. Nonlinear controllability and observability. *IEEE Trans Automat Contr*, 1977, 22: 728–740
- 17 Lee E B, Markus L. Foundations of Optimal Control Theory. New York: Wiley, 1967: 27–39
- 18 Fang J C, Ning X L. Autonomous Astronomical Navigation Method for Deep Space Explorer (in Chinese). Xi'an: Northwest University of Technology Press, 2010 [房建成, 宁晓琳. 深空自主天文导航方法. 西安: 西北工业大学出版社, 2010]

Autonomous celestial navigation method of asteroid probe based on angle measurement and velocity measurement

ZHANG Wei^{1,2}, HUANG QingLong^{1,2*} & CHEN Xiao^{1,2}

¹ Shanghai Institute of Satellite Engineering, Shanghai 201109, China;

² Shanghai Key Laboratory of Deep Space Exploration Technology, Shanghai 201109, China

Autonomous navigation is one of the key technologies to ensure the successful implementation of deep space exploration mission. Aiming at the requirement of celestial autonomous navigation ability of asteroid probe in practical engineering tasks, the integrated autonomous navigation method combined celestial spectral velocity measurement with celestial image angle measurement is proposed to realize continuous autonomous, real-time and high-precision navigation of asteroid probe. Considering the limitation of traditional radio navigation on the ground and the high requirement for autonomous survivability of asteroid probe, the task of asteroid explorer has an urgent need for real-time and autonomous navigation ability. The current autonomous navigation method mainly extracts the angle measurement information of the probe relative to the target celestial planet from the optical image information of the target celestial planet, and then calculates and determines the navigation state of the probe. However the accuracy of velocity estimation by this navigation method is limited, which still cannot fully meet the current demand of asteroid probe. In view of the shortcomings of the main existing autonomous navigation methods, this paper proposes a direct velocity measurement method based on astronomical spectrum, and combines it with the astronomical angle navigation method to form the integrated autonomous navigation method. Based on the integrated autonomous navigation method, the navigation system model and filtering algorithm are derived, and the observability and navigation accuracy performance of the integrated navigation system are analyzed. Taking the Ceres exploration mission as an engineering background, the simulation results show that the stellar velocity information measured by astronomical spectroscopy can greatly improve the integrated navigation performance. And the accuracy of position and velocity estimation results of the probe can restrain the influence of errors more effectively and enhance the reliability of navigation system. Compared with the traditional terrestrial radio navigation or angle measurement navigation methods, the integrated navigation results have higher accuracy and better real-time performance, which can provide accurate navigation information for asteroid probe orbit modification. The integrated navigation method derived in this paper is effective, reliable and easy to implement. It provides a reference for the implementation of the asteroid exploration project and the subsequent major deep space missions in China.

asteroid exploration, integrated navigation, velocity measurement navigation, spectral frequency shift, autonomous navigation

PACS: 96.35.-j, 95.10.Eg, 06.20.Dk, 45.10.Db

doi: [10.1360/SSPMA-2019-0103](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2019-0103)