基于自适应控制的大型客机编队飞行一致性控制

甄子洋^{1*}, 龚华军¹, 陶钢², 许玥¹, 宋戈²

1. 南京航空航天大学自动化学院, 南京 211106;

2. Department of Electrical and Computer Engineering, University of Virginia, Charlottesville, Virginia, 22904, USA

* E-mail: zhenziyang@nuaa.edu.cn

收稿日期: 2017-06-20; 接受日期: 2017-10-20; 网络版发表日期: 2018-02-27

国家自然科学基金(批准号: 61304223, 61673209, 61533008)、航空科学基金(编号: 2016ZA52009)和中央高校基本科研业务费专项(编号: NJ20160026, NJ20170010, NS2017015)资助项目

摘要 研究解决基于多变量自适应控制的大型客机编队飞行一致性控制问题. 考虑到长机和僚机都存在参数不确定和外界扰动不确定性, 同时考虑大型客机之间的分布式通信拓扑结构, 基于代数图论思想, 提出一种状态反馈状态跟踪多变量自适应控制方法, 解决了大型客机编队飞行分布式一致性控制问题. 该一致性问题中的稳定性和渐近跟踪特性通过Lyapunov函数法进行了证明, 保证了僚机能够跟踪长机的飞行状态. 对大型客机编队飞行一致性控制问题进行数值仿真的结果表明, 基于多变量自适应控制的大型客机分布式一致性策略比固定增益控制策略具有更好的跟踪性和鲁棒性.

关键词 大型客机, 编队飞行, 自适应控制, 一致性控制

1 引言

多机协同编队飞行, 是指将多架具有自主功能的飞行器按照一定的结构形式进行三维空间排列, 使其在飞行过程中保持稳定的队形, 并能根据外部情况和任务需求进行动态调整, 以体现整个机群的协同一致性, 并能完成飞行任务的规划和组织^[1-3].

多机编队飞行最初启发于鸟类群体的迁徙飞行活动, 它们保持或变换队形以节省体力, 来增加飞行距离. 在军事领域, 实现多机协同编队飞行的控制、决策和管理, 有利于提高飞机的任务执行效率, 拓宽搜索、侦察与打击范围, 达到安全、高可靠性地执行各种任务的目的^[4,5]. 在民用领域, 多机编队飞行在气象

勘探、森林防火、紧急救援等领域有广阔的应用前景. 与无人机编队飞行类似, 大型客机编队飞行可以提高整个编队的飞行效率, 节省燃油消耗, 具有重要的经济价值. 与无人机编队飞行不同之处在于, 大型客机编队飞行要保证各机之间的相对安全距离, 避免发生碰撞, 保证乘客安全, 其次编队飞行速度不宜过快, 姿态尽量保持平稳, 保证乘坐舒适性. 因此, 编队控制器设计要求能够快速响应、较小超调和振荡, 并保证队形保持性能.

大飞机一般指起飞总重超过100 t的运输类飞机, 包括军用大型运输机和民用大型运输机, 也包括航程达到3000 km或乘坐达到100座以上的军用或民用客机. 我国把150座以上的客机称为大客机, 而国际航运

引用格式: 甄子洋, 龚华军, 陶钢, 等. 基于自适应控制的大型客机编队飞行一致性控制. 中国科学: 技术科学, 2018, 48: 336-346

Zhen Z Y, Gong H J, Tao G, et al. Consensus control of Jumbo Jet formation flight based on adaptive control (in Chinese). Sci Sin Tech, 2018, 48: 336-346, doi: 10.1360/N092017-00185

体系习惯上把300座位以上的客机称作“大型客机”。世界各国现在使用的大型民用客机种类较多、型号繁杂,代表产品有美国波音公司研制的“波音”系列,欧洲空中客车公司研制的“空客”系列,俄罗斯伊尔-86、伊尔-96大型民用飞机和图-154大型民用飞机。中国大型飞机产业的初创阶段是从仿制中小型飞机开始起步,1965~1980年,中国先后研制了轰6飞机、运7飞机、运8飞机和运10飞机,其中运10飞机是我国自行研制的第一架喷气客机。然而,运10于1985年2月停止研制试飞。自运10被搁置后,国内航空界对发展大型飞机的必要性争论甚多,其后,中国分别与美国麦道公司、欧洲空客公司合作,联合设计研制大型客机,然而都无果而终。其后很长一段时间内,中国没有生产出自己的大型客机,而中国航空市场的需求量却与日俱增。2007年,我国国务院批准大型飞机研制重大科技专项立项。2008年5月,中国商用飞机有限公司挂牌成立,并于2008年开始研制C919大型客机,基本型混合级布局155座,全经济舱布局169座、高密度布局175座,标准航程4075 km,最大航程5555 km。2017年5月5日,C919在浦东机场成功首飞,标志着我国航空工业进入了一个新时代。

大型客机的自动飞行控制系统能够减轻飞行员操纵负担,增强飞行的安全性。目前,国内外大型客机采用的自动飞行控制系统逐渐由控制增稳系统发展为具有多种主动控制功能的电传飞行控制系统,大大提高了飞机性能,获得很明显的经济效益,使飞机总体设计发展为气动力、结构强度、发动机、飞行控制系统四位一体的总体设计理念。主动控制技术主要包括:放宽静稳定性技术、直接力控制技术、阵风减缓技术等。对于大型客机来说,追求的主要目标是经济性、安全性、可靠性与环保性,而采用主动控制技术的电传飞行控制系统是实现这一目标的最好途径。文献[6~8]研究了大型客机的自动爬升/巡航/着陆控制问题。然而,对于大型客机的编队飞行控制方面的研究极少。目前,多机编队飞行的研究多数针对无人机。常见的编队飞行控制策略主要有长机-僚机法、虚拟结构法、基于行为法等,相应地产生了多种基于编队飞行控制方法。针对长机僚机一致性问题的控制方法有PID控制^[9]、反馈线性化控制^[10]、线性二次型控制^[11]、 H_∞ 控制^[12]和自适应控制^[13,14]等。为满足僚机与长机保持状态一致性,飞机之间须有信息交互,信息交互的

控制策略一般有集中式控制、分布式控制^[15]和分散式控制策略^[16]。分布式控制结构简单、信息量小、适应性强,便于工程实现,具有较好的扩充性和容错性,能同时解决信息交互和碰撞问题。因此,分布式控制是编队信息交互策略的发展方向。

综上,本文提出一种针对大型客机编队飞行的自适应控制方法,以保证飞机在飞行过程中既满足稳定性要求,且具有强自适应性和鲁棒性。创新点体现在:考虑大型客机编队飞行过程中同时具有外界干扰和模型参数变化这两类不确定性,运用分布式模型参考自适应控制理论,针对大型客机编队一致性问题设计飞行控制系统,使得僚机能够跟踪长机的飞行状态。

2 大型客机编队分布式一致性控制问题

采用长机-僚机编队控制策略,大型客机编队的状态一致问题可以描述为分布式长机-僚机一致性问题。长机-僚机的动力学表达式分别为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{d}_i(t), \\ \mathbf{d}_i(t) = \mathbf{d}_{i0} + \sum_{\beta=1}^{q_i} \mathbf{d}_{i\beta} \mathbf{f}_{i\beta}(t), \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_0(t) = \mathbf{A}_0 \mathbf{x}_0(t) + \mathbf{B}_0 \mathbf{u}_0(t) + \mathbf{B}_0 \mathbf{d}_0(t), \\ \mathbf{d}_0(t) = \mathbf{d}_{00} + \sum_{\beta=1}^{q_0} \mathbf{d}_{0\beta} \mathbf{f}_{0\beta}(t), \end{cases} \quad (2)$$

式中, $\mathbf{A}_i$ 和 $\mathbf{B}_i$ 为僚机的未知参数矩阵, $\mathbf{A}_0$ 为未知稳定的常数矩阵, $\mathbf{B}_0$ 为未知的常数矩阵。 $\mathbf{x}_i(t) \in R^n$ 是第*i*个僚机的状态, $\mathbf{u}_i(t) \in R^{p_i}$ 是控制输入, $\mathbf{x}_0(t) \in R^n$ 是长机的状态, $\mathbf{u}_0(t) \in R^m$ 是有界输入。 $\mathbf{d}_{i0} \in R^{p_i}$, $\mathbf{d}_{i\beta} \in R^{p_i}$ 和 $\mathbf{d}_{00} \in R^m$, $\mathbf{d}_{0\beta} \in R^m$ 为未知常数, $\mathbf{f}_{i\beta}(t)$ ($\beta = 1, 2, \dots, q_i$, $q_i \geq 0$)和 $\mathbf{f}_{0\beta}(t)$ ($\beta = 1, 2, \dots, q_0$, $q_0 \geq 0$)是已知有界连续的函数。

分布式大型客机状态跟踪一致性问题的控制目标为:设计有界的状态反馈控制律 $\mathbf{u}_i(t)$ 来抑制未知的外界扰动,并且使得所有僚机的状态 $\mathbf{x}_i$ 渐近跟踪长机的状态 $\mathbf{x}_0(t)$,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_0(t)) = 0$ 。

对于多大型客机编队飞行分布式控制问题,假设编队中含有 $N+1$ 架大型客机(N 架僚机,1架长机),它们之间的通信关系如同一个含有方向的图(有向图)。代数图论是基于图的理论,用来描述个体之间的拓扑关

系. 因此, 代数图论的思想被用来设计大型客机编队的一致性控制问题, 描述大型客机之间的通信拓扑关系.

有向图可以表示为 $G=(V, E)$, 其中 V 是一组顶点, $E \subseteq V \times V$ 是一组有向的边. 一个顶点表示一架大型客机, 一条有向的边 (v_j, v_i) 表示僚机 v_j 可以得到僚机 v_i 的信息, 包括状态和输入信息, 反之则不成立. 在这种情况下, v_j 是 v_i 的其中一个邻居. 定义一个邻居集合 $N_i = \{v_j \in V: (v_j, v_i) \in E\}$, $i = 1, \dots, N$. v_0 表示编队中的长机. 有向图中的一条有向路径包括以 $(v_{i1}, v_{i2}), (v_{i2}, v_{i3}) \dots$ 为形式的一系列有顺序的边.

为了使得大型客机一致性问题更容易解决, 给出两条关于信息交互图的假设.

假设1: 对于每一架大型客机 v_i , 至少存在一条从长机 v_0 指向僚机 v_i 的有向路径 $(v_0, v_{i1}), (v_{i1}, v_{i2}), \dots, (v_{i-1}, v_i)$.

假设2: 有向路径 G 不含有环形, 没有多个具有相同起点和终点的弧.

假设1和假设2对于编队系统取得良好控制效果来说是至关重要的.

对于含有未知模型参数和未知外界扰动的大型客机状态跟踪一致性问题, 传统的控制方法不能实现控制目标, 因此有必要研究一种具有自适应能力的先进控制方法. 模型参考自适应控制(MRAC)是一种在线调节控制参数、解决系统不确定性, 外界扰动不确定性等问题的方法, 而状态反馈状态跟踪MRAC应用较为广泛, 控制较为容易, 因此, 提出一种状态反馈状态跟踪自适应控制方法来解决大型客机状态跟踪一致性问题.

3 大型客机编队分布式状态一致性控制器

为了抑制未知外界扰动, 使得大型客机编队控制系统取得理想的跟踪性能, 选择一个名义控制器:

$$\begin{aligned} u_i^*(t) = & \frac{1}{n_i} \sum_{v_j \in N_i} (K_{1i}^{*T} (x_i(t) - x_j(t)) + K_{2ij}^* u_j(t) \\ & + K_{3ij}^{*T} x_j(t) + K_{5ij}^*), \end{aligned} \quad (3)$$

式中, $K_{1i}^* \in R^{n \times p_i}$, $K_{2ij}^* \in R^{p_i \times m}$, $K_{3ij}^* \in R^{n \times p_i}$ 满足以下匹配条件.

假设3: 对于每一个僚机, 存在一个参数矩

阵 $K_{1i}^* \in R^{n \times p_i}$ 和一个非奇异参数矩阵 $K_{4i}^* \in R^{p_i \times p_i}$, 使得下式成立:

$$A_e = A_i + B_i K_{1i}^{*T}, B_e = B_i K_{4i}^*, \quad (4)$$

其中, $A_e \in R^{n \times n}$ 是一个稳定已知的矩阵, $B_e \in R^{n \times p}$ 是一个已知矩阵.

假设4: 如果长机是僚机 v_i 的其中一个邻居 (即 $(v_0, v_i) \in E$), 那么存在两个参数矩阵 $K_{2i0}^* \in R^{p_i \times m}$ 和 $K_{3i0}^* \in R^{n \times p_i}$, 使得下式成立:

$$A_0 = A_i + B_i K_{3i0}^{*T}, B_0 = B_i K_{2i0}^*. \quad (5)$$

否则, 如果 $(v_0, v_i) \notin E$, 那么对于 $(v_j, v_i) \in E$ 存在两个参数矩阵 $K_{2ij}^* \in R^{p_i \times m}$ 和 $K_{3ij}^* \in R^{n \times p_i}$, 使得下式成立:

$$A_j = A_i + B_i K_{3ij}^{*T}, B_j = B_i K_{2ij}^*. \quad (6)$$

假设5: 对于每一个僚机, 存在已知矩阵 $S_i \in R^{p_i \times p_i}$ 使得 $K_{4i}^* S_i$ 是正定对称的.

假设4意味着 N 个僚机被分成两组, 第一组中的僚机可以直接获得长机的信息, 因此对于每一组 (v_0, v_i) , 存在两个矩阵 K_{2i0}^* 和 K_{3i0}^* 满足式(5). 第二组中的僚机不能直接获得长机的信息, 因此对于每一组 $(v_j, v_i) (j \neq 0)$, 存在两个矩阵 K_{2ij}^* 和 K_{3ij}^* 满足式(6). 综上所述, 对于每一组有向边 (v_j, v_i) , 都存在着相对应的矩阵 K_{2ij}^* 和 $K_{3ij}^* (0 \leq j \leq N)$, 无论 v_j 是不是长机. 假设5是设计自适应控制律所不可或缺的条件.

然而, 对于分布式长机-僚机一致性系统, 其参数 A_i 和 B_i 是未知的. 因此设计实际控制器为

$$\begin{aligned} u_i(t) = & \frac{1}{n_i} \sum_{v_j \in N_i} (K_{1ij}^T (x_i(t) - x_j(t)) + K_{2ij} u_j(t) \\ & + K_{3ij}^T x_j(t) + K_{5ij}(t)), \end{aligned} \quad (7)$$

式中, $K_{1ij}(t)$, $K_{2ij}(t)$, $K_{3ij}(t)$ 和 $K_{5ij}(t)$ 分别是对 K_{1i}^* , K_{2ij}^* , K_{3ij}^* 和 K_{5ij}^* 的估计. 对于每一个 $v_j \in N_i$, K_{1i}^* 的估计值是不同的, 因此用 $K_{1ij}(t)$ 来代表 K_{1i}^* 的估计值.

为了实现控制目标, 首先做出一些定义.

定义1: 对于每一个僚机的本地追踪误差定义为

$$e_i(t) = x_i(t) - \frac{1}{n_i} \sum_{v_j \in N_i} x_j(t). \quad (8)$$

体现了僚机 i 的状态值和它邻居们的平均状态值之间的差值. 并且对于每一个僚机, 全局追踪误

差为 $\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_0(t)$.

引理1^[17]: 如果 $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}_i(t) = 0$ 成立, 那么 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_0(t)) = 0 (i=1, \dots, N)$ 也成立, 这说明了局部追踪误差和全局追踪误差之间的等价性.

为了抑制 $\mathbf{d}_i(t)$ 的存在, 定义

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{5ij}^* &= \mathbf{K}_{2ij}^* \mathbf{d}_j(t) - \mathbf{d}_i(t) \\ &= (\mathbf{K}_{2ij}^* \mathbf{d}_{j0} - \mathbf{d}_{i0}) + \sum_{\beta=1}^{q_j} \mathbf{K}_{2ij}^* \mathbf{d}_{j\beta} \mathbf{f}_{j\beta}(t) - \sum_{\beta=1}^{q_i} \mathbf{d}_{i\beta} \mathbf{f}_{i\beta}(t) \\ &= \mathbf{K}_{50ij}^* + \sum_{\beta=1}^{q_j} \mathbf{K}_{5j\beta}^* \mathbf{f}_{j\beta}(t) + \sum_{\beta=1}^{q_i} \mathbf{K}_{5i\beta}^* \mathbf{f}_{i\beta}(t), \end{aligned} \quad (9)$$

式中, $\mathbf{K}_{50ij}^* = \mathbf{K}_{2ij}^* \mathbf{d}_{j0} - \mathbf{d}_{i0}$, $\mathbf{K}_{5j\beta}^* = \mathbf{K}_{2ij}^* \mathbf{d}_{j\beta}$, $\mathbf{K}_{5i\beta}^* = -\mathbf{d}_{i\beta}$. 则:

$$\mathbf{K}_{5ij}(t) = \mathbf{K}_{50ij}(t) + \sum_{\beta=1}^{q_j} \mathbf{K}_{5j\beta} \mathbf{f}_{j\beta}(t) + \sum_{\beta=1}^{q_i} \mathbf{K}_{5i\beta} \mathbf{f}_{i\beta}(t), \quad (10)$$

即为对 $\mathbf{K}_{5ij}^*$ 的估计.

4 大型客机编队分布式状态一致性控制器的自适应律

设计目标就是设计自适应控制律在线更新控制参数, 使得在含有参数不确定和未知外界扰动时, 大型客机编队控制系统仍然能够实现控制目标.

因此, 选择以下自适应控制律:

$$\dot{\mathbf{K}}_{1ij}^T(t) = -\frac{1}{n_i} \mathbf{S}_i^T \mathbf{B}_e^T \mathbf{P} \mathbf{e}_i(t) (\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t))^T, \quad (11)$$

$$\dot{\mathbf{K}}_{2ij}(t) = -\frac{1}{n_i} \mathbf{S}_i^T \mathbf{B}_e^T \mathbf{P} \mathbf{e}_i(t) \mathbf{u}_j^T(t), \quad (12)$$

$$\dot{\mathbf{K}}_{3ij}^T(t) = -\frac{1}{n_i} \mathbf{S}_i^T \mathbf{B}_e^T \mathbf{P} \mathbf{e}_i(t) \mathbf{x}_j^T(t), \quad (13)$$

$$\dot{\mathbf{K}}_{50ij}(t) = -\frac{1}{n_i} \mathbf{S}_i^T \mathbf{B}_e^T \mathbf{P} \mathbf{e}_i(t), \quad (14)$$

$$\dot{\mathbf{K}}_{5j\beta}(t) = -\frac{1}{n_i} \mathbf{S}_i^T \mathbf{B}_e^T \mathbf{P} \mathbf{e}_i(t) \mathbf{f}_{j\beta}^T(t), \quad \beta = 1, 2, \dots, q_j, \quad (15)$$

$$\dot{\mathbf{K}}_{5i\beta}(t) = -\frac{1}{n_i} \mathbf{S}_i^T \mathbf{B}_e^T \mathbf{P} \mathbf{e}_i(t) \mathbf{f}_{i\beta}^T(t), \quad \beta = 1, 2, \dots, q_i, \quad (16)$$

式中, $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$ 满足 $\mathbf{A}_e^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_e = -\mathbf{Q} < 0$, $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为任意正定对称矩阵, 即 $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T > 0$. $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{p_i \times p_i}$ 满足假设5.

定理1: 应用在系统式(1)上的自适应控制器式(7)和自适应控制律式(11)~(16), 保证了闭环系统有界稳定, 并且使得全局追踪误差 $\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_0(t)$ 随时间变化趋于零.

证明: 根据式(2)和式(7), 推导追踪误差方程为

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_i(t) &= \mathbf{A}_e \mathbf{e}_i(t) + \frac{1}{n_i} \mathbf{B}_e \mathbf{K}_{4i}^{*-1} \sum_{v_j \in N_i} (\tilde{\mathbf{K}}_{1ij}^T(t) (\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t)) \\ &\quad + \tilde{\mathbf{K}}_{2ij}(t) \mathbf{u}_j(t) + \tilde{\mathbf{K}}_{3ij}^T(t) \mathbf{x}_j(t) + \tilde{\mathbf{K}}_{50ij}(t) \\ &\quad + \sum_{\beta=1}^{q_j} \tilde{\mathbf{K}}_{5j\beta}(t) \mathbf{f}_{j\beta}(t) + \sum_{\beta=1}^{q_i} \tilde{\mathbf{K}}_{5i\beta}(t) \mathbf{f}_{i\beta}(t)), \end{aligned} \quad (17)$$

式中, $\tilde{\mathbf{K}}_{1ij}(t) = \mathbf{K}_{1ij}(t) - \mathbf{K}_{1i}^*$, $\tilde{\mathbf{K}}_{2ij}(t) = \mathbf{K}_{2ij}(t) - \mathbf{K}_{2ij}^*$, $\tilde{\mathbf{K}}_{3ij}(t) = \mathbf{K}_{3ij}(t) - \mathbf{K}_{3ij}^*$ 和 $\tilde{\mathbf{K}}_{50ij}(t) = \mathbf{K}_{50ij}(t) - \mathbf{K}_{50ij}^*$, $\tilde{\mathbf{K}}_{5j\beta}(t) = \mathbf{K}_{5j\beta}(t) - \mathbf{K}_{5j\beta}^*$, $\tilde{\mathbf{K}}_{5i\beta}(t) = \mathbf{K}_{5i\beta}(t) - \mathbf{K}_{5i\beta}^*$ 是参数误差.

为了证明所设计的自适应控制器和控制律使得系统有界稳定, 选择一个李雅普诺夫函数

$$V = \sum_{i=1}^N V_i, \quad (18)$$

其中, $V_i = V_{1i} + V_{2i}$. 且

$$V_{1i} = \mathbf{e}_i^T \mathbf{P} \mathbf{e}_i, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} V_{2i} &= \sum_{v_j \in N_i} \text{tr}[\tilde{\mathbf{K}}_{1ij}^T \mathbf{M}_s^{-1} \tilde{\mathbf{K}}_{1ij}] + \sum_{v_j \in N_i} \text{tr}[\tilde{\mathbf{K}}_{2ij}^T \mathbf{M}_s^{-1} \tilde{\mathbf{K}}_{2ij}] \\ &\quad + \sum_{v_j \in N_i} \text{tr}[\tilde{\mathbf{K}}_{3ij}^T \mathbf{M}_s^{-1} \tilde{\mathbf{K}}_{3ij}] + \sum_{v_j \in N_i} \text{tr}[\tilde{\mathbf{K}}_{50ij}^T \mathbf{M}_s^{-1} \tilde{\mathbf{K}}_{50ij}] \\ &\quad + \sum_{v_j \in N_i} \text{tr}[\tilde{\mathbf{K}}_{5j\beta}^T \mathbf{M}_s^{-1} \tilde{\mathbf{K}}_{5j\beta}] + \sum_{v_j \in N_i} \text{tr}[\tilde{\mathbf{K}}_{5i\beta}^T \mathbf{M}_s^{-1} \tilde{\mathbf{K}}_{5i\beta}], \end{aligned} \quad (20)$$

其中, $\text{tr}[\mathbf{M}]$ 表示矩阵 $\mathbf{M}$ 的迹.

把式(17)代入式(19)得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{1i} &= 2\mathbf{e}_i^T(t) \mathbf{P} \mathbf{e}_i(t) \\ &= \mathbf{e}_i^T(t) (\mathbf{P} \mathbf{A}_e + \mathbf{A}_e^T \mathbf{P}) \mathbf{e}_i(t) \\ &\quad + \frac{2}{n_i} \mathbf{e}_i^T(t) \mathbf{P} \mathbf{B}_e \mathbf{K}_{4i}^{*-1} \sum_{v_j \in N_i} \tilde{\mathbf{K}}_{1ij}^T(t) (\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t)) \\ &\quad + \frac{2}{n_i} \mathbf{e}_i^T(t) \mathbf{P} \mathbf{B}_e \mathbf{K}_{4i}^{*-1} \sum_{v_j \in N_i} \tilde{\mathbf{K}}_{2ij}(t) \mathbf{u}_j(t) \\ &\quad + \frac{2}{n_i} \mathbf{e}_i^T(t) \mathbf{P} \mathbf{B}_e \mathbf{K}_{4i}^{*-1} \sum_{v_j \in N_i} \tilde{\mathbf{K}}_{3ij}^T(t) \mathbf{x}_j(t) \\ &\quad + \frac{2}{n_i} \mathbf{e}_i^T(t) \mathbf{P} \mathbf{B}_e \mathbf{K}_{4i}^{*-1} \sum_{v_j \in N_i} \tilde{\mathbf{K}}_{50ij}(t) \\ &\quad + \frac{2}{n_i} \mathbf{e}_i^T(t) \mathbf{P} \mathbf{B}_e \mathbf{K}_{4i}^{*-1} \sum_{v_j \in N_i} \tilde{\mathbf{K}}_{5j\beta}(t) \mathbf{f}_{j\beta}(t) \\ &\quad + \frac{2}{n_i} \mathbf{e}_i^T(t) \mathbf{P} \mathbf{B}_e \mathbf{K}_{4i}^{*-1} \sum_{v_j \in N_i} \tilde{\mathbf{K}}_{5i\beta}(t) \mathbf{f}_{i\beta}(t). \end{aligned} \quad (21)$$

对 V_{2i} 求导得

$$\begin{aligned}
\dot{V}_{2i} = & 2 \sum_{v_j \in N_i} \text{tr}[\tilde{\mathbf{K}}_{1ij}(t) \mathbf{M}_s^{-1} \tilde{\mathbf{K}}_{1ij}^T(t)] \\
& + 2 \sum_{v_j \in N_i} \text{tr}[\tilde{\mathbf{K}}_{2ij}^T(t) \mathbf{M}_s^{-1} \tilde{\mathbf{K}}_{2ij}(t)] \\
& + 2 \sum_{v_j \in N_i} \text{tr}[\tilde{\mathbf{K}}_{3ij}(t) \mathbf{M}_s^{-1} \tilde{\mathbf{K}}_{3ij}^T(t)] \\
& + 2 \sum_{v_j \in N_i} \text{tr}[\tilde{\mathbf{K}}_{50ij}^T(t) \mathbf{M}_s^{-1} \tilde{\mathbf{K}}_{50ij}(t)] \\
& + 2 \sum_{v_j \in N_i} \text{tr}[\tilde{\mathbf{K}}_{5j\beta}^T(t) \mathbf{M}_s^{-1} \tilde{\mathbf{K}}_{5j\beta}(t)] \\
& + 2 \sum_{v_j \in N_i} \text{tr}[\tilde{\mathbf{K}}_{5i\beta}^T(t) \mathbf{M}_s^{-1} \tilde{\mathbf{K}}_{5i\beta}(t)]. \quad (22)
\end{aligned}$$

根据 $\mathbf{M}_s = \mathbf{K}_4^* \mathbf{S} = (\mathbf{K}_4^* \mathbf{S})^T > 0$, $\text{tr}[\mathbf{M}_3] = \text{tr}[\mathbf{M}_3^T]$, $\text{tr}[\mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2] = \text{tr}[\mathbf{M}_2 \mathbf{M}_1]$, 可以推导出 V 的表达式为

$$\dot{V} = -\mathbf{e}_i^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{e}_i(t) \leq -q_m \|\mathbf{e}_i(t)\|_2^2 \leq 0, \quad (23)$$

式中, $q_m > 0$ 是 $\mathbf{Q}$ 的最小特征根。由以上推导可知, 设计的自适应控制律有如下特性:

(1) $V > 0$, $\dot{V} \leq 0$ 表明由自适应律式(11)~(16), 跟踪误差式(17)组成的闭环系统的平衡状态($\mathbf{e}_i = 0$)一致稳定, 且系统状态($\mathbf{e}_i(t) = 0$, $\mathbf{K}_{1ij}(t) = 0$, $\mathbf{K}_{2ij}(t) = 0$, $\mathbf{K}_{3ij}(t) = 0$, $\mathbf{K}_{50ij}(t) = 0$, $\mathbf{K}_{5j\beta}(t) = 0$, $\mathbf{K}_{5i\beta}(t) = 0$)一致有界, 因此 $\mathbf{x}_i(t)$, $\mathbf{K}_{1ij}(t)$, $\mathbf{K}_{2ij}(t)$, $\mathbf{K}_{3ij}(t)$, $\mathbf{K}_{50ij}(t)$, $\mathbf{K}_{5j\beta}(t)$, $\mathbf{K}_{5i\beta}(t)$ 有界, 进而由式(17)可知, $\mathbf{e}_i(t)$ 有界;

(2) 式(23)意味着 $\mathbf{e}_i(t) \in L^2$; 由 $\mathbf{e}_i(t) \in L^2 \cap L^\infty$, 根据 Barbalat 引理可知, $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}_i(t) = 0$, 那么由引理1可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_0(t)) = 0$ 也成立。

以上推导证明了定理1, 可得: (1) 当存在参数不确定和未知外界扰动时, 采用分布式控制结构的僚机可以渐近跟踪长机的状态; (2) 当长机和僚机均存在不确定性时, 整个分布式系统仍能够达到期望的目标。

5 数值仿真验证

对大型客机分布式一致性问题进行仿真, 以波音 707 大型客机为对象进行编队一致性问题仿真。采用 MATLAB R2014 进行上述控制系统仿真。

5.1 控制对象

在一致性控制系统中, 有一架长机和3架僚机, 其通信拓扑关系如图1所示。

图1 一架长机和3架僚机的通信拓扑结构图

选取大型客机巡航阶段进行配平并线性化, 得到的纵向和横侧向线性模型分别为^[18]

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \alpha \\ \Delta q \\ \Delta \theta \\ \Delta h \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -0.0050 & 6.5164 & 0 & -9.800 & 0 \\ -0.0004 & -0.6130 & 1.0000 & -0.0000 & 0 \\ -0.0008 & -2.4916 & -0.2822 & -0.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -240 & 0 & 240 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \alpha \\ \Delta q \\ \Delta \theta \\ \Delta h \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0.3504 & 6.4159 \\ -0.0251 & -0.0001 \\ -1.8921 & -0.1418 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_e \\ \Delta \delta_T \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0.3504 & 6.4159 \\ -0.0251 & -0.0001 \\ -1.8921 & -0.1418 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta d_{lon1} \\ \Delta d_{lon2} \end{bmatrix}, \quad (24)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \Delta \beta \\ \Delta p \\ \Delta r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -0.1027 & 0.0015 & -0.9938 \\ -6.3489 & -2.5099 & 1.8116 \\ 2.5033 & -0.1917 & -0.4088 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \beta \\ \Delta p \\ \Delta r \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0324 \\ -3.0233 & 0.8795 \\ 0.0000 & -2.3229 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_a \\ \Delta \delta_r \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0324 \\ -3.0233 & 0.8795 \\ 0.0000 & -2.3229 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta d_{lat1} \\ \Delta d_{lat2} \end{bmatrix}. \quad (25)
\end{aligned}$$

大型客机编队飞行的配平状态如表1所示。

针对式(1)中 $\mathbf{f}_{ij}(t)$ 的不同形式, 分别加入两种情况的干扰: 常值干扰; 时变干扰。

(1) 在常值干扰下, 对于纵向控制, 长机、僚机的初始状态分别为

$$\mathbf{x}_0 = [10 \text{ m/s}, 0, 0, 0, 20 \text{ m}]^T,$$

$$\mathbf{x}_1 = [5 \text{ m/s}, 0, 0, 0, 20 \text{ m}]^T,$$

表 1 大型客机的配平状态

状态	配平值	状态	配平值
V	240 m/s	q	0°/s
H	10000 m	β	0°
θ	0.26°	p	0°/s
α	0.26°	r	0°/s
δ_e	-1.06°	δ_a	0°
δ_r	32°	δ_r	0°

$$\mathbf{x}_2 = [3 \text{ m/s}, 0, 0, 0, 20 \text{ m}]^T,$$

$$\mathbf{x}_3 = [2 \text{ m/s}, 0, 0, 0, 20 \text{ m}]^T.$$

受到的扰动分别为

$$\mathbf{d}_0 = [0.05, 0.01]^T + [0.1, 0.02]^T,$$

$$\mathbf{d}_1 = [0.15, 0.01]^T + 5 \times [0, 0.02]^T,$$

$$\mathbf{d}_2 = [0.15, 0.02]^T + 2 \times [0.15, 0.03]^T,$$

$$\mathbf{d}_3 = [0.1, 0.01]^T + 3 \times [0.1, 0.02]^T.$$

控制输入为

$$\mathbf{u}_0 = [0.1^\circ, 0.01]^T.$$

对于横侧向控制, 长机、僚机的初始状态分别为

$$\mathbf{x}_0 = [5^\circ, 0, 0]^T, \mathbf{x}_1 = [4^\circ, 0, 0]^T,$$

$$\mathbf{x}_2 = [2^\circ, 0, 0]^T, \mathbf{x}_3 = [3^\circ, 0, 0]^T.$$

受到的扰动分别为

$$\mathbf{d}_0 = [1.5, 0.5]^T + [2, 1]^T,$$

$$\mathbf{d}_1 = [1.8, 0.7]^T + 5 \times [0, 2]^T,$$

$$\mathbf{d}_2 = [2, 0.3]^T + 2 \times [2, 1]^T,$$

$$\mathbf{d}_3 = [1.2, 0.8]^T + 3 \times [1, 2]^T.$$

控制输入为

$$\mathbf{u}_0 = [-2^\circ - 1^\circ]^T.$$

(2) 在时变干扰下, 对于纵向控制, 长机、僚机的初始状态与情况1中相同, 受到的扰动分别为

$$\mathbf{d}_0 = [0.05, 0.01]^T + [0.1, 0.02]^T \times \sin(0.5t),$$

$$\mathbf{d}_1 = [0.15, 0.01]^T + [0, 0.02]^T \times \sin(0.5t),$$

$$\mathbf{d}_2 = [0.15, 0.02]^T + [0.02, 0.03]^T \times \sin(0.5t),$$

$$\mathbf{d}_3 = [0.1, 0.01]^T + [0.03, 0.02]^T \times \sin(0.5t).$$

控制输入为

$$\mathbf{u}_0 = [0.1^\circ, 0.01]^T.$$

对于横侧向控制, 长机、僚机的初始状态分别与情况1中相同, 受到的扰动分别为

$$\mathbf{d}_0 = [1.5, 0.5]^T + [0.02, 0.01]^T \times \sin(5t),$$

$$\mathbf{d}_1 = [1.8, 0.7]^T + [0, 0.02]^T \times \sin(5t),$$

$$\mathbf{d}_2 = [2, 0.3]^T + [0.02, 0.01]^T \times \sin(5t),$$

$$\mathbf{d}_3 = [1.2, 0.8]^T + [0.01, 0.02]^T \times \sin(5t).$$

控制输入为

$$\mathbf{u}_0 = [-2^\circ, -1^\circ]^T.$$

然而, 在设计编队控制器时, 上述模型参数和外界干扰是未知的. 对于含有参数不确定性和未知外界扰动的分布式领导-跟随一致性控制系统, 在进行仿真时必须满足一定的匹配条件. 由于长机和僚机的模型是一样的, 因此, $\mathbf{A}_0 = \mathbf{A}_i$, $\mathbf{B}_0 = \mathbf{B}_i (i=1, 2, 3)$. 但是长机和僚机的初始状态可能不相同. $\mathbf{A}_e$ 可以选择为一个理想闭环系统的参考对角矩阵, 它的对角线元素为系统的理想极点. $\mathbf{B}_e = \mathbf{B}_i (i=1, 2, 3)$. 因此, 假设3和假设4可以满足. 在大型客机飞行控制系统中, 假设5是可以满足的, 特别地, $\mathbf{S}_i$ 可以被选为任意正定对角矩阵^[17,19-21].

5.2 控制方法

为了阐述所提出的自适应控制能够有效地提高系统的性能, 采用了两种方法进行对比研究. 第一种方法是固定增益控制, 其实质上就是式(3)所描述的名义控制器. 第二种方法是提出的自适应控制, 由自适应控制律式(11)~(16)进行控制参数在线更新. 基于自适应控制的分布式一致性控制系统分为纵向和横侧向设计如下.

基于自适应控制器式(7)和自适应控制律式(11)~(16), 具有模型不确定性和外界扰动不确定性的自适应分布式领导-跟随一致性控制系统的纵向控制器和横侧向控制器分别如下:

$$\begin{aligned} \Delta u_{\text{lon}_i}(t) = & K_{1ij,\text{lon}}^T(t) (\Delta x_{\text{lon}_i}(t) - \Delta x_{\text{lon}_0}(t)) \\ & + K_{2ij,\text{lon}}^T(t) \Delta u_{\text{lon}_i}(t) + K_{3ij,\text{lon}}^T(t) \Delta x_{\text{lon}_0}(t) \\ & + K_{5ij,\text{lon}}(t), \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \Delta u_{\text{lat}_i}(t) = & K_{1ij,\text{lat}}^T(t) (\Delta x_{\text{lat}_i}(t) - \Delta x_{\text{lat}_0}(t)) \\ & + K_{2ij,\text{lat}}^T(t) \Delta u_{\text{lat}_i}(t) + K_{3ij,\text{lat}}^T(t) \Delta x_{\text{lat}_0}(t) \\ & + K_{5ij,\text{lat}}(t), \end{aligned} \quad (27)$$

式中, $K_{1ij,lon}$, $K_{2ij,lon}$, $K_{3ij,lon}$, $K_{5ij,lon}$ 和 $K_{1ij,lat}$, $K_{2ij,lat}$, $K_{3ij,lat}$, $K_{5ij,lat}$ 由式(11)~(16)进行更新.

基于匹配条件, 可以计算出名义控制器的控制参数, 用来仿真证明固定增益控制器不能解决模型不确定的问题. 固定增益控制器的参数 $K_{1i,lon}^*$, $K_{2ij,lon}^*$, $K_{3ij,lon}^*$, $K_{5ij,lon}^*$ 和 $K_{1i,lat}^*$, $K_{2ij,lat}^*$, $K_{3ij,lat}^*$, $K_{5ij,lat}^*$ 分别设置为它们理想值的80%和50%. 自适应控制参数由自适应控制律式(11)~(16)在线更新.

5.3 仿真结果分析

针对两种不同形式的干扰, 分两种情况进行仿真并进行结果分析. 情况1为在常值扰动下各状态量的响应, 情况2为在时变扰动下各状态量的响应.

情况1的仿真结果: 图2和图3分别展示了在固定增益控制和自适应控制下, 僚机纵向状态 ΔV 和 ΔH 和横侧向状态 $\Delta\beta$ 和 Δr 对长机状态的跟踪响应曲线, 图4和图5分别是飞机纵向、横侧向输入响应曲线. 由图2(b)和图3(b)可知, 当飞机受到常值扰动时, 采用自适应控制策略时, 僚机的状态最终能够渐近跟踪长机的状态, 状态误差收敛到零. 而图2(a)和图3(a)所示固定增益控制策略的控制参数是根据模型已知参数计算得到并始终保持不变, 因此难以在参数和外界扰动含有不确定性时, 使得每架僚机都跟踪长机的状态. 而自适应控制方法的控制参数在飞机飞行过程中不断更新变化, 且不依赖于模型参数, 能够控制僚机跟踪长机状态, 并且抑制未知外界扰动.

图2 (网络版彩图)情况1: 僚机状态 ΔV 和 ΔH 对长机的跟踪响应曲线. (a) 固定增益控制; (b) 自适应控制

图3 (网络版彩图)情况1: 僚机状态 $\Delta\beta$ 和 Δr 对长机的跟踪响应曲线. (a) 固定增益控制; (b) 自适应控制

图 4 (网络版彩图)情况1: 长机与僚机的纵向输入响应曲线. (a) 固定增益控制; (b) 自适应控制

图 5 (网络版彩图)情况1: 长机与僚机的横侧向输入响应曲线. (a) 固定增益控制; (b) 自适应控制

情况2的仿真结果: 图6和图7分别展示了僚机纵向状态 ΔV 和 ΔH 和横侧向状态 $\Delta\beta$ 和 Δr 在固定增益控制和自适应控制下对长机状态的跟踪响应曲线, 图8和图9分别是飞机纵向、横侧向输入响应曲线, 由图6(b)和图7(b)可知, 自适应控制策略可以较好地抑制时变扰动, 僚机与长机之间的跟踪误差最终趋向于零. 而在图6(a)和图7(a)中, 采用固定增益控制策略时僚机的跟踪性能不理想, 整个闭环系统的稳定性和跟踪特性难以保证.

固定增益控制是基于已知的参考模型进行设计的, 而自适应控制可以在参数不确定的情况下, 在线更新自适应律, 调节控制参数, 使得控制器工作在最佳状

态, 且整个闭环系统稳定. 因此, 自适应控制更加适用于编队飞行控制系统. 此外, 在飞行控制领域, 一般采用PD(比例-微分)控制结构, 比例控制主要用于消除偏差, 微分控制用于增稳, 很少采用积分器, 因为积分器是对误差累积求和, 虽然能够减小或消除稳态误差, 但是对于系统型别的提高, 又会降低系统的稳定性, 而对于飞机来说, 稳定是首要前提.

6 总结

本文提出基于自适应控制的大型客机编队飞行一致性控制方法. 针对长机-僚机一致性控制问题, 不同

图 6 (网络版彩图)情况2: 僚机状态 ΔV 和 ΔH 对长机的跟踪响应曲线. (a) 固定增益控制; (b) 自适应控制

图 7 (网络版彩图)情况2: 僚机状态 $\Delta\beta$ 和 Δr 对长机的跟踪响应曲线. (a) 固定增益控制; (b) 自适应控制

图 8 (网络版彩图)情况2: 长机与僚机的纵向输入响应曲线. (a) 固定增益控制; (b) 自适应控制

图 9 (网络版彩图)情况2: 长机与僚机的横侧向输入响应曲线. (a) 固定增益控制; (b) 自适应控制

于一般的自适应一致性控制, 在控制器设计时, 考虑了长机和僚机的参数不确定性和外界扰动不确定性, 并且考虑了常值扰动和时变扰动, 采用分布式控制策略, 根据Lyapunov稳定性定理, 得到自适应控制律, 使得僚机与长机的状态最终保持一致, 同时抑制了未知外界扰动, 保证了整个大型客机飞行编队系统的稳定性. 大型客机编队飞行一致性控制问题的仿真结果表明,

基于自适应控制的分布式一致性策略能够抑制未知扰动, 与固定增益控制策略相比具有更好的状态跟踪性能和鲁棒性.

本文主要研究解决大型客机状态跟踪问题, 对于大型客机的编队位置保持、编队队形重构控制是今后研究解决的重点问题. 此外, 大型客机紧密编队的气动耦合效益分析及气流干扰抑制控制也有待进一步研究解决.

参考文献

- 樊琼剑, 杨忠, 方挺, 等. 多无人机协同编队飞行控制的研究现状. *航空学报*, 2009, 30: 683–691
- Bennet D J, MacInnes C R, Suzuki M, et al. Autonomous three-dimensional formation flight for a swarm of unmanned aerial vehicles. *J Guid Control Dyn*, 2011, 34: 1899–1908
- Pu H Z, Zhen Z Y, Xia M. Flight control system of unmanned aerial vehicle. *Trans Nanjing Univ Aeron Astron*, 2015, 32: 1–8
- Zhen Z, Gao C, Zheng F, et al. Cooperative path replanning method for multiple unmanned aerial vehicles with obstacle collision avoidance under timing constraints. *P I Mech Eng G-J Aere*, 2015, 229: 1813–1823
- Gao C, Zhen Z, Gong H. A self-organized search and attack algorithm for multiple unmanned aerial vehicles. *Aerosp Sci Tech*, 2016, 54: 229–240
- Gong H, Zhen Z, Li X, et al. Design of automatic climbing controller for large civil aircraft. *J Franklin I*, 2013, 350: 2442–2454
- Gong H, Zhen Z, Li X, et al. Automatic flight control system design of level change mode for a large aircraft. *Int J Adv Robotic Syst*, 2013, 10: 96
- Zhen Z, Jiang J, Wang X, et al. Information fusion based optimal control for large civil aircraft system. *ISA Trans*, 2015, 55: 81–91
- Ou C J, Jiang J, Wang H X, et al. Monte carlo approach to the analysis of UAVs control system. In: *Proceedings of 2014 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference*. Yantai, 2014. 458–462
- Dehghani M A, Menhaj M B. Communication free leader-follower formation control of unmanned aircraft systems. *Robot Auton Syst*, 2016, 80: 69–75
- Giulietti F, Innocenti M, Napolitano M, et al. Dynamic and control issues of formation flight. *Aerosp Sci Tech*, 2005, 9: 65–71
- Renan L P, Karl H K. Tight formation flight control based on H_∞ approach. In: *24th Mediterranean Conference on Control and Automation*. Athens, 2016. 268–274

- 13 Xu Y, Zhen Z Y, Chen J. Adaptive control for leader-following consensus problem. In: 2016 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference (CGNCC). Nanjing, 2016. 1654–1659
- 14 Semsar E. Adaptive formation control of UAVs in the presence of unknown vortex forces and leader commands. In: Proceedings of the 2006 American Control Conference Minneapolis. Minnesota, 2006. 3563–3569
- 15 Joongbo S, Chaeik A, Youdan K. Controller design for UAV formation flight using consensus based decentralized approach. In: AIAA Infotech Aerospace Conference. Seattle, 2009. 1–11
- 16 Lechevin N. Towards decentralized fault detection in UAV formations. In: Proceedings of the 2007 American Control Conference. New York, 2007: 5759–5764
- 17 Song G. Adaptive control for distributed leader-following consensus of multi-agent systems. Dissertation of Masteral Degree. Charlottesville: University of Virginia, 2015
- 18 李欣. 大型客机自动飞行控制律研究. 硕士学位论文. 南京: 南京航空航天大学, 2013
- 19 Sang Q. Model reference adaptive control of piecewise linear systems with applications to aircraft flight control. Dissertation of Doctoral Degree. Charlottesville: University of Virginia, 2012
- 20 Lavretsky E, Gadiant R, Gregory I M. Predictor-based model reference adaptive control. *J Guid Control Dyn*, 2010, 33: 1195–1201
- 21 Lavretsky E. Combined/composite model reference adaptive control. *IEEE Trans Automat Contr*, 2009, 54: 2692–2697

Consensus control of Jumbo Jet formation flight based on adaptive control

ZHEN ZiYang¹, GONG HuaJun¹, TAO Gang², XU Yue¹ & SONG Ge²

¹ College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China;

² Department of Electrical and Computer Engineering, University of Virginia, Charlottesville, Virginia 22904, USA

This paper studies the consensus control problem of Jumbo Jet formation flight based on multivariable adaptive control. By considering the uncertainties of the system parameters and external disturbances of the lead aircraft and the wing aircraft, with a certain distributed communication topology, based on the algebraic graph theory, a novel multivariable adaptive control with state feedback and state tracking is proposed to solve the consensus problem of the Jumbo Jet formation flight. The stability and the asymptotic tracking of the consensus control system are verified by the Lyapunov theory, to guarantee the wing aircraft to track the lead aircraft flight states. Finally, the simulation results of the consensus control system of Jumbo Jet formation flight show that the multivariable adaptive control method has better tracking performance and robustness than the fixed control gain method.

Jumbo Jet, formation flight, adaptive control, consensus control

doi: [10.1360/N092017-00185](https://doi.org/10.1360/N092017-00185)