FBMC 系统中的 SR-NYQ 原型滤波器设计

闻建刚¹, 华惊宇^{2*}, 徐志江¹, 李枫¹, 陈浩¹

1. 浙江工业大学信息工程学院, 杭州 310023

2. 浙江工商大学信电学院, 杭州 310018

* 通信作者. E-mail: eehjy@163.com

收稿日期: 2018-01-16; 修回日期: 2018-05-28; 接受日期: 2018-07-02; 网络出版日期: 2019-04-30

国家自然科学基金 (批准号: 61471322) 资助项目

摘要 FBMC (filter bank multicarrier) 作为新一代移动通信中的候选方案, 相对于 OFDM (orthogonal frequency division multiplexing) 具有旁瓣衰减大、无需严格正交同步等多个方面的优势, 在实现子载成形的原型滤波器上起到了重要作用. 目前, 常用 FBMC 原型滤波器包括 PHYDYAS 滤波器和 IOTA 滤波器, 但在两者的相应设计中, 可控参数较少而灵活性欠佳. 因此, 本文提出了一种约束优化方法来直接设计 FBMC 滤波器. 在该方法中, 将滤波器的阻带误差能量作为优化目标, 目的在于减小 FBMC 波形的旁瓣泄漏. 同时, 通过近似方法在频域对 NYQ (Nyquist) 条件进行约束, 实现对符号间干扰的控制. 该 NYQ 约束包含线性矩阵不等式和针对截止频点的线性不等式, 避免了原始约束中由卷积计算引起的非凸问题. 通过半定规划算法可对约束优化问题进行求解, 所得线性相位 FIR (finite impulse response) 滤波器能够在适当放宽 NYQ 条件的同时有效改善阻带衰减特性, 从而提升 FBMC 波形的频率选择特性. 误码率仿真结果表明优化所得滤波器相对于 PHYDYAS 滤波器和 IOTA 滤波器具有一定优势. 此外, 在本文设计方法下, 可采用长度更短的滤波器, 其 BER (bit error rate) 与采用 PHYDYAS 滤波器时的 BER 结果近似可比, 而其乘法复杂度比 PHYDYAS 滤波器低.

关键词 滤波器组多载波, 原型滤波器, Nyquist 条件, 阻带能量, 误码率

1 引言

随着信息时代的不断发展, 移动互联网和物联网技术的兴起, 通信网络中的连接设备数量和传输容量正呈现指数式增长^[1~3]. 这对现有的第 4 代移动通信网络 (the 4th generation, 4G) 形成巨大挑战, 因而研究和技术人员开始寻求第 5 代移动通信网络 (the 5th generation, 5G) 以满足日益增长的需求. 目前, 第 5 代移动通信及其关键技术已成为国内外众多学者的研究热点^[4~6]. 根据未来移动通信论坛

引用格式: 闻建刚, 华惊宇, 徐志江, 等. FBMC 系统中的 SR-NYQ 原型滤波器设计. 中国科学: 信息科学, 2019, 49: 886–899, doi: 10.1360/N112018-00015
Wen J G, Hua J Y, Xu Z J, et al. Design of SR-NYQ prototype filter in an FBMC system (in Chinese). Sci Sin Inform, 2019, 49: 886–899, doi: 10.1360/N112018-00015

所提出的 5G 白皮书可知, 5G 对数据速率、连接数量、广播时延等关键性能指标的要求较 4G 有着非常大的甚至是数量级的提升^[7,8]. 作为每一代通信网络中的关键, 物理层波形对系统所用技术具有定义性作用, 为了替代 OFDM, 学术界已提出包含滤波器组多载波 (filter bank multicarrier, FBMC)、广义频分复用 (generalized frequency division multiplexing, GFDM) 等在内的多种新波形. 其中, FBMC 在波形调制上具有较大的灵活性优势, 已被 PHYDYAS (physical layer for dynamic spectrum access and cognitive radio), 5G NOW (the 5th generation non-orthogonal waveforms for asynchronous signaling) 等多项欧盟资助项目作为重点研究对象^[1,9].

FBMC 采用具有良好时频聚集特性 (time-frequency localization, TFL) 的原型滤波器来对子载进行滤波成形, 该类滤波器产生的旁瓣泄漏远小于 OFDM 中所采用的矩形滤波器^[10,11]. 因此, FBMC 能够具有较强的抗符号干扰 (inter-symbol interference, ISI) 和抗载波干扰 (inter-carrier interference, ICI) 鲁棒性, 从而无需循环前缀也无需严格正交同步, 可以实现更高的频谱利用率并降低通信系统代价^[9,12]. 在复杂度方面, IFFT/FFT (inverse fast Fourier transformation/fast Fourier transformation) 操作的多相结构能够有效构建 FBMC 系统中的分析和综合滤波器组, 优于如 GFDM 等其他多载波候选^[13]. 此外, FBMC 已被证明能够与认知无线电技术有效结合, 得益于原型滤波器带来的改进带外衰减特性, 采用 FBMC 的次级系统在频谱感知能力和通信容量方面均优于基于 OFDM 的次级系统^[14,15].

以上 FBMC 的特点及其相对 OFDM 的优势与其所采用的原型滤波器密切相关. 根据滤波器组理论, 多载波系统的原型滤波器需要满足 Nyquist (NYQ) 条件以保证系统输入信号可在接收端完美重建 (perfect reconstruction, PR)^[10]. 且该 NYQ 条件的满足需要联合 FBMC 系统收发两端的原型滤波器, 因此原型滤波器也就是 SR-NYQ (square root-NYQ) 滤波器^[16]. 在早期相关 FBMC 的研究中, 已提出多种连续时间正交函数来满足 PR 条件, 其中典型的 IOTA (isotropic orthogonal transform algorithm) 函数具有近似最优的各向同性 TFL^[17,18]. 但是, 在将连续时间函数应用到 FBMC 系统前, 需要对其进行离散时间采样和长度截断, 而这会导致不可控的正交性损失, 所得原型滤波器的性能会相对变差^[17]. 因此, 在本文的研究中, 将直接针对离散时间 FBMC 原型滤波器进行优化设计, 使其满足 PR 条件, 也就是 NYQ 条件. 由于信道等的影响, 信号的完美重建在实际环境中根本无法实现, 因此一般只要求滤波器近似满足完美重建 (nearly-PR, NPR)^[19,20]. 具体到本文原型滤波器设计, 则一方面要求其近似满足 NYQ 条件以减小 ISI, 另一方面要求其具有尽可能快速衰减的旁瓣以抑制 ICI. 如此, FBMC 原型滤波器的 NYQ 失真和旁瓣衰减特性成为可交换的性能对象, 在不同的需求下对两者进行一定范围内的灵活折衷, 可以保证甚至进一步提升 FBMC 波形的抗干扰鲁棒性.

在已有的离散时间 FBMC 原型滤波器设计中, 频率采样和加窗设计是两种典型方法^[21], 设计所得皆为线性相位 FIR (finite impulse response) 滤波器. 在不同的优化准则下, 以上两种方法可以被用来设计具有不同性能特点的 FBMC 原型滤波器. 其中, 频率采样方法下所得 PHYDYAS 滤波器在近似满足 NYQ 条件的同时, 具有快速旁瓣衰减特性, 已被 PHYDYAS 研究组视为 FBMC 系统的标准原型滤波器^[21,22]. 但是, 在该频率采样方法以及加窗设计中, 可调节参数少而性能交换空间有限, 无法灵活地对 NYQ 条件和旁瓣衰减特性进行折衷以满足不同需求. 为解决以上不足, 本文方法将针对所有可调节参数, 也就是 SR-NYQ 滤波器的时域冲激响应系数, 进行约束优化设计, 并适当牺牲 NYQ 条件以改进阻带衰减特性. 实际上, 以上 FBMC 原型滤波器设计思路在文献 [19,23] 已有体现, 但文中各自的实现方式不同且同样存有不足. 其中, 文献 [19] 的方法在约束系统 ISI 和 ICI 的同时优化滤波器阻带误差能量. 由于约束条件具有非凸非线性问题, 所用求解算法为分支定界类搜索方法, 该方法存在收敛时间随优化变量个数指数增长的问题, 因而一般得到可行解即停止搜索. 而在文献 [23] 中,

通过对加权代价函数的优化来实现 NYQ 失真和阻带误差能量的折衷, 该优化需要进行矩阵变换和卷积运算变形, 从而利用最小二乘 (least square, LS) 问题下的闭式表达式进行迭代求解. 若要实现给定的滤波器指标要求, 则需对代价函数中的加权值进行人为调节, 缺乏足够的设计灵活性.

不同于已有方法, 本文将对 NYQ 条件进行直接约束来优化设计 FBMC 原型滤波器, 所得线性相位 SR-NYQ 滤波器可以灵活地实现 NYQ 失真和旁瓣衰减特性的折衷交换, 也就是对 ISI 和 ICI 的折衷控制. 具体而言, 利用频域 NYQ 条件即功率互补条件^[24], 在频域对 NYQ 进行直接约束松弛的同时最小化阻带误差能量, 从而改善滤波器旁瓣衰减特性来提升 FBMC 波形的频率选择性. 虽然原始频域 NYQ 约束也存在非线性非凸问题, 但本文提出的近似方法可以有效解决该问题. 在该方法下, 原始约束可转变成线性矩阵不等式 (linear matrix inequation, LMI) 和线性不等式的联合, 其中线性矩阵不等式对应 NYQ 上界约束, 针对相关频带内所有频点, 而线性不等式对应 NYQ 下界约束且只针对截止频点 ω_c . 在阻带近似等波纹的 SR-NYQ 滤波器设计中, 通过改变过渡带边缘频率来使该点幅度逼近 3 dB 电平, 可以实现近似满足 NYQ 的最优设计^[25,26]. 联合 NYQ 约束下的 LMI 和线性不等式, 以及阻带误差能量这一二阶代价函数, 本文 FBMC 原型滤波器设计的优化问题可以采用半定规划 (semi-definite programming, SDP)^[27] 进行求解.

采用本文设计方法, 通过对 NYQ 约束门限的松弛, 可以得到阻带误差能量更小也就是阻带衰减特性更优的 FBMC 原型滤波器. 与 PHYDYAS 滤波器和 IOTA 滤波器对比, 可见本文方法在性能交换上的灵活性. 将其应用于 FBMC 系统, 虽然 NYQ 条件的失真会加剧 ISI, 但改善的阻带衰减特性可以有效提升 FBMC 波形的抗 ICI 鲁棒性. 在 FBMC 系统仿真中, 考虑载波频偏 (carrier frequency offset, CFO) 对系统误码率 (bit error rate, BER) 的影响, 本文设计方法所得 SR-NYQ 滤波器相比于 PHYDYAS 滤波器和 IOTA 滤波器具有优势, 即使采用长度更短的 FBMC 原型滤波器, 也可取得和 PHYDYAS 滤波器接近的 BER.

2 FBMC 与 SR-NYQ 滤波器设计基础

在已有的研究中, 存在多种不同类型的 FBMC 系统结构, 例如 CMT (cosine modulated multitone), EMFB (exponentially modulated filter bank) 和 MDFT (modified discrete Fourier transform). 本文采用 PHYDYAS 小组所研究的 OFDM-OQAM (orthogonal frequency division multiplexing-offset quadrature amplitude modulation), 其具体收发结构如图 1 所示^[10,19]. 采用该结构实现的 FBMC, 其子载调制对象为 OQAM 而不再是 OFDM 中的 QAM (quadrature amplitude modulation), 通过对 QAM 进行虚实拆分和 $T/2$ (T 为符号时间) 延迟来实现. 由于以上 OQAM 操作, 子载间和符号间的虚实交错保证了奇偶正交性, 因此对某一子信道, 在理想情况下, 其受到的干扰只来自从相邻第 2 个子信道算起的奇数或者偶数子信道^[18]. 所以, OFDM-OQAM 也被称为 SMT (staggered multitone). 同时, 对于 FBMC 的原型滤波器来说, 由于相邻子信道的虚实正交性, 可以采用最大滚降因子 $\alpha = 1.0$, 此时子信道的过渡带在相邻子信道的中心处截止^[9].

在发射端, 原始输入信号为复数 QAM, 表示为

$$x_k(n) = a_k(n) + \mathrm{j}b_k(n), \quad (1)$$

其中 $a_k(n)$ 和 $b_k(n)$ 分别为第 n 个输入符号位于第 k 个子载上的实数和虚数部分. 经 $T/2$ 的延时交

图 1 本文所用 FBMC 系统实现结构

Figure 1 The structure of the FBMC system in this paper

错后, 所得信号由合成滤波器组调制到 M 个间隔为 $1/T$ 的子载上, 从而发射端信号表示为^[19]

$$s(t) = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [a_k(n)h(t-nT) + jb_k(n)h(t-nT-T/2)] e^{jk\varphi_t}, \quad (2)$$

其中 $\varphi_t = \frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{2}$ 为子载调制所需频移乘子。

在图 1 和式 (2) 中, 所用 $h(t)$ 为 FBMC 系统的原型滤波器, 但在实际实现中, 只考虑其离散形式 $h(n)$ 。若该原型滤波器满足 PR 条件, 则在理想信道下, 能够在接收端实现系统输入信号的完美重建。但考虑到实际信道产生的干扰影响远大于滤波器组本身, 原型滤波器并不需要严格满足 PR 条件。因此, 本文考虑 NPR 条件下的离散时间 SR-NYQ 原型滤波器 $h(n)$, 该滤波器长度为 N_p 且具有线性相位。此时, 该滤波器的冲激响应系数具有对称性, 利用该对称性, 其频率响应可表示为

$$H(\omega, \mathbf{h}) = \sum_{n=0}^{N_p-1} h(n)e^{-j\omega n} = A_h(\omega, \hat{\mathbf{h}})e^{-j\omega \frac{N_p-1}{2}}, \quad (3)$$

$$A_h(\omega, \hat{\mathbf{h}}) = \mathbf{c}^T(\omega)\hat{\mathbf{h}}, \quad (4)$$

其中 $\mathbf{h} = [h(0), h(1), \dots, h(N_p-1)]$ 为一般情况下向量化表示的滤波器系数, 而利用对称性进行频率响应表示时所采用的系数向量为 $\hat{\mathbf{h}} = [h(0), h(1), \dots, h((N_p-1)/2)]^T$ 。此外, $A_h(\omega, \hat{\mathbf{h}})$ 和 $e^{-j\omega \frac{N_p-1}{2}}$ 分别为滤波器的零相位响应和相位响应部分, 而 $\mathbf{c}(\omega) = [2\cos((N_p-1)\omega/2), \dots, 2\cos(\omega), 1]^T$ 。

在传统滤波器设计中, 为了获得较好的幅度特性, 往往在约束幅度波动的同时优化某一和幅度相关的代价函数, 所用模型一般可表示为

$$\min_{\hat{\mathbf{h}}} f(\hat{\mathbf{h}}) \quad \text{s.t.} \quad \begin{cases} |A_h(\omega, \hat{\mathbf{h}}) - 1| \leq \delta_p^m, & \omega \in [0, \omega_p], \\ |A_h(\omega, \hat{\mathbf{h}})| \leq \delta_s^m, & \omega \in [\omega_s, \pi], \end{cases} \quad (5)$$

其中 δ_p^m 和 δ_s^m 为针对通带和阻带幅度波动的约束门限, $f(\hat{\mathbf{h}})$ 为需要优化的代价函数。对于 FBMC 原型滤波器, 则需要重点考虑阻带幅度特性来改进其旁瓣衰减特性, 因此该代价函数 $f(\hat{\mathbf{h}})$ 也和阻带幅度

波动相关. 此外, 关于 $f(\hat{\mathbf{h}})$ 的选择, 传统上有最小二乘误差能量 (least square, LS) 和最小最大误差波动 (minimax, MM) 两种^[19, 28]. 具体的选择需要结合实际应用对频率响应的要求, 前者能使幅度频响波动快速下降而后者能使幅度频响波动呈现近似等波纹特点.

另一方面, 在 FBMC 原型滤波器设计中, 必须考虑 NYQ 条件^[23], 也就是以下建立在时域的等式条件, 该条件的满足意味着由滤波器引起的 ISI 为零.

$$g(n) = \begin{cases} 1, & n = (N_g - 1)/2, \\ 0, & n = kM, n \neq (N_g - 1)/2, \\ \text{arbitrary}, & n \neq kM, \end{cases} \quad (6)$$

其中 $g(n)$ 由收发两端原型滤波器的卷积所得, 被称为 NYQ 滤波器. 当所用原型滤波器为线性相位 SR-NYQ 滤波器时, 则收发两端原型滤波器相同. 此时, $g(n)$ 也是原型滤波器 $h(n)$ 的自相关系数, 可由 $h(n)$ 本身的卷积运算 $h(n) * h(n)$ 得到, 其长度为 $N_g = 2N_p - 1$.

在实际 FBMC 应用, 并不要求其原型滤波器严格满足 NYQ 条件, 而更多的要求其具有良好甚至优异的旁瓣衰减特性, 从而提升 FBMC 波形的频率选择性. 通常 NYQ 条件近似满足即可, 甚至可对其适当松弛来换取阻带衰减以提升频率选择特性. 在以往的 SR-NYQ 滤波器设计中, NYQ 条件近似实现方法有两种. 第一种在 SR-NYQ 滤波器 $h(n)$ 的直接设计中进行 NYQ 约束, 但该约束存在非线性非凸问题, 因而变换问题形式并采用非约束优化方法来实现近似 NYQ 设计, 所得 SR-NYQ 滤波器为线性相位滤波器^[23]. 另一种方法为间接设计方法^[27, 29], 首先约束优化设计 NYQ 滤波器 $g(n)$, 其约束直接针对式 (6) 中的时域 NYQ 条件, 然后采用谱分解技术将 $g(n)$ 分解为两个 SR-NYQ 滤波器 (具有不可避免的非线性相位特性), 分别作为系统收发两端的原型滤波器. 本文的设计目标是可用于 FBMC 系统的线性相位 SR-NYQ 滤波器, 因此将采用直接设计方法. 同时, 为了实现 NYQ 失真和旁瓣衰减特性的灵活折衷, 所用 NYQ 约束实现方式将有所改变, 并对 FBMC 原型滤波器采用约束优化方法进行设计.

3 SR-NYQ 原型滤波器约束优化设计

本节将给出用来实现 SR-NYQ 原型滤波器设计的具体约束优化方法, 包括 NYQ 约束和幅频响应约束优化. 虽然同为针对 SR-NYQ 滤波器的直接设计, 但本文所用 NYQ 约束不同于文献 [23] 中的时域实现, 而是基于频域功率互补条件来构建, 该互补条件为时域条件 (6) 在频域的对应等价表示^[24]. 此外, 从 FBMC 在认知无线电系统等的的应用可知, 阻带衰减特性尤其是阻带能量的优化能够有效改善 FBMC 波形频率选择性^[19]. 因此, 在本文针对 SR-NYQ 原型滤波器进行的约束优化设计中, 采用 LS 准则, 其代价函数 $f(\hat{\mathbf{h}})$ 为阻带误差能量.

3.1 频域 NYQ 约束

对应上文时域 NYQ 条件 (6) 的等价频域 NYQ 条件表示为

$$\sum_{k=0}^{M-1} |G(e^{j(\omega + \frac{2\pi}{M}k)})| = 1, \quad \omega \in [0, \pi/M]. \quad (7)$$

该条件被称为频域功率互补条件, 意味着 NYQ 滤波器 $g(n)$ 的幅频响应在 M 等分频带上的累加和为单位一^[24]. 对于以上等式 (7), 由于 $G(e^{j\omega})$ 具有线性相位特征, 因此可以借助其零相位响应 $A_g(\omega, \hat{\mathbf{g}})$

来构建针对频域 NYQ 条件的约束不等式, 其中 $\hat{\mathbf{g}} = [g(0), g(1), \dots, g(N_p - 1)]^T$. 进一步地, 利用 $g(n)$ 和 $h(n)$ 两个滤波器零相位响应间的平方关系:

$$A_g(\omega, \hat{\mathbf{g}}) = |A_h(\omega, \hat{\mathbf{h}})|^2, \quad (8)$$

可将基于频域功率互补条件的 NYQ 约束表示成以下不等式:

$$\begin{cases} \sum_{k=0}^{M-1} |\mathbf{c}^T(\omega + \frac{2\pi}{M}k) \hat{\mathbf{h}}|^2 - 1 \leq \theta_f, & \omega \in [0, \pi/M], \\ -\sum_{k=0}^{M-1} |\mathbf{c}^T(\omega + \frac{2\pi}{M}k) \hat{\mathbf{h}}|^2 + 1 \leq \theta_f, & \omega \in [0, \pi/M], \end{cases} \quad (9)$$

其中 θ_f 为控制 NYQ 失真而预先设定的门限, 通过该门限的调节可实现不同程度的 NYQ 松弛. 以上约束中的第一个不等式对应 NYQ 条件的上界约束, 可将其进一步表示为

$$\hat{\mathbf{h}}^T \mathbf{Q}_c(\omega) \hat{\mathbf{h}} - 1 \leq \theta_f, \quad \omega \in [0, \pi/M], \quad (10)$$

其中 $\mathbf{Q}_c(\omega) = \sum_{n=0}^{M-1} \mathbf{c}(\omega + \frac{2\pi}{M}k) \mathbf{c}^T(\omega + \frac{2\pi}{M}k)$ 为正定矩阵. 通过 Cholesky 分解, 将该矩阵表示为 $\mathbf{Q}_c(\omega) = \mathbf{R}_c^T(\omega) \mathbf{R}_c(\omega)$, 从而可将以上约束 (10) 表示为线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} 1 + \theta_f & (\mathbf{R}_c(\omega) \hat{\mathbf{h}})^T \\ \mathbf{R}_c(\omega) \hat{\mathbf{h}} & \mathbf{I}_{M_p} \end{bmatrix} \succeq 0, \quad \omega \in [0, \pi/M], \quad (11)$$

其中 $M_p = (N_p + 1)/2$.

对于约束 (9) 中的第 2 个不等式, 由于非凸问题的存在, 不能将其转换成类似的 LMI 来控制 NYQ 失真的下界. 在文献 [25, 26] 中, 作者通过调节某个参数 (通带截至频点 ω_p 和阻带起始频点 ω_s) 来使截止频点 $\omega_c = \pi/M$ 的幅频响应逼近 3 dB 电平, 从而能够在近似满足 NYQ 条件的同时获得最优阻带等波纹特性. 对于以上 NYQ 下界约束, 舍弃频带 $[0, \pi/M]$ 内其他频点, 只考虑最重要的 ω_c , 可得以下单点约束:

$$\sqrt{2} \mathbf{c}^T \left(\frac{\pi}{M} \right) \hat{\mathbf{h}} \geq \sqrt{1 - \theta_f}. \quad (12)$$

联合 LMI 约束 (11) 和线性不等式约束 (12), 我们可以在直接 SR-NYQ 原型滤波器设计中实现对 NYQ 条件的近似控制. 通过对 NYQ 约束门限 θ_f 的松弛, 可以在一定范围内放松对 NYQ 失真的要求, 并将其用来交换更重要的阻带衰减特性, 使 FBMC 波形具有更优的频率选择特性.

3.2 幅度约束优化

第 2 节 SR-NYQ 滤波器设计基础部分, 我们给出了一般化的幅度约束优化模型, 为实现 FBMC 波形更优的频率选择性, 将 SR-NYQ 原型滤波器设计的代价函数 $f(\hat{\mathbf{h}})$ 设为阻带能量, 其计算公式为

$$f(\hat{\mathbf{h}}) = \int_{\omega_s}^{\pi} |\mathbf{c}^T(\omega) \hat{\mathbf{h}}|^2 d\omega, \quad (13)$$

表示成矩阵形式

$$f(\hat{\mathbf{h}}) = \hat{\mathbf{h}}^T \mathbf{Q}_s \hat{\mathbf{h}}, \quad \mathbf{Q}_s = \int_{\omega_s}^{\pi} \mathbf{c}(\omega) \mathbf{c}^T(\omega) d\omega. \quad (14)$$

同时, 对于模型 (5) 中的约束不等式, 通带截至频率 $\omega_p = \frac{(1-\alpha)\pi}{M}$ 和阻带起始频率 $\omega_s = \frac{(1+\alpha)\pi}{M}$ 决定了需要进行幅度约束的频域区间. 但是, 在 FBMC 原型滤波器设计中所用滚降因子为 $\alpha = 1.0$, 此时 $\omega_p = 0$, 无需考虑通带内幅频响应. 因此, 相关幅度约束只涉及阻带部分, 表示为

$$\begin{cases} \mathbf{c}^T(\omega)\hat{\mathbf{h}} \leq \delta_s^m, & \omega \in [\omega_s, \pi], \\ -\mathbf{c}^T(\omega)\hat{\mathbf{h}} \leq \delta_s^m, & \omega \in [\omega_s, \pi]. \end{cases} \quad (15)$$

对于控制阻带幅度波动的门限 δ_s^m , 我们将只给定系统最低性能要求, 因为该原型滤波器设计意在取得更优的阻带能量以提升 FBMC 波形频率选择性. 联合式 (14) 和不等式 (15), 原幅度约束优化模型 (5) 可以转化表示为

$$\min_{\hat{\mathbf{h}}} \hat{\mathbf{h}}^T \mathbf{Q}_s \hat{\mathbf{h}} \quad \text{s.t.} \quad \begin{cases} \mathbf{c}^T(\omega)\hat{\mathbf{h}} \leq \delta_s^m, & \omega \in [\omega_s, \pi], \\ -\mathbf{c}^T(\omega)\hat{\mathbf{h}} \leq \delta_s^m, & \omega \in [\omega_s, \pi]. \end{cases} \quad (16)$$

3.3 SR-NYQ 约束优化模型

以上所给 NYQ 约束包含了线性矩阵不等式 (11) 和线性不等式 (12), 将其结合到约束优化问题 (16) 中, 则 SR-NYQ 原型滤波器的优化设计问题为带有 LMI 的二次约束二次规划问题. 出于优化求解考虑, 将原优化目标 $f(\hat{\mathbf{h}})$ 转换成以下等价约束形式:

$$\min_x \mathbf{c}_x^T \mathbf{x} \quad \text{s.t.} \quad \begin{bmatrix} E_s & (\hat{\mathbf{R}}_s \mathbf{x})^T \\ \hat{\mathbf{R}}_s \mathbf{x} & \mathbf{I}_{M_p+1} \end{bmatrix} \succeq 0, \quad (17)$$

其中 $\mathbf{x} = [\hat{\mathbf{h}}^T, E_s]^T$, $\mathbf{c}_x = [\mathbf{0}_{1 \times M_p}, 1]^T$, $\hat{\mathbf{R}}_s = [\mathbf{R}_s^T, 0]^T$, 而 $\mathbf{R}_s$ 来自对 $\mathbf{Q}_s$ 的 Cholesky 分解, 即 $\mathbf{Q}_s = \mathbf{R}_s^T \mathbf{R}_s$. 最终关于 SR-NYQ 原型滤波器的优化设计可表示为

$$\min_x \mathbf{c}_x^T \mathbf{x} \quad \text{s.t.} \quad \begin{cases} \begin{bmatrix} E_s & (\hat{\mathbf{R}}_s \mathbf{x})^T \\ \hat{\mathbf{R}}_s \mathbf{x} & \mathbf{I}_{M_p+1} \end{bmatrix} \succeq 0, \\ \hat{\mathbf{c}}^T(\omega) \mathbf{x} \leq \delta_s^m, & \omega \in [\omega_s, \pi], \\ -\hat{\mathbf{c}}^T(\omega) \mathbf{x} \leq \delta_s^m, & \omega \in [\omega_s, \pi], \\ \begin{bmatrix} 1 + \theta_f & (\hat{\mathbf{R}}_c(\omega) \mathbf{x})^T \\ \hat{\mathbf{R}}_c(\omega) \mathbf{x} & \mathbf{I}_{M_p+1} \end{bmatrix} \succeq 0, & \omega \in [0, \pi/M], \\ \sqrt{2} \hat{\mathbf{c}}^T(\frac{\pi}{M}) \hat{\mathbf{x}} \geq \sqrt{1 - \theta_f}, \end{cases} \quad (18)$$

其中 $\hat{\mathbf{c}}(\omega) = [\mathbf{c}^T(\omega), 0]^T$, $\hat{\mathbf{R}}_c(\omega) = [\mathbf{R}_c^T(\omega), 0]^T$. 以上约束优化问题可纳入到 SDP 框架, 并通过优化工具进行快速求解. 求解所得 E_s 即为最优阻带能量, 且利用系数对称性从结果 $\mathbf{x}$ 可得最优 SR-NYQ 滤波器系数为 $\mathbf{h} = [\hat{h}(0), \dots, \hat{h}(M_p - 2), \hat{h}(M_p - 1), \hat{h}(M_p - 2), \dots, \hat{h}(0)]$.

4 仿真与分析

本节将采用约束优化模型 (18) 来设计阻带误差能量最优的 SR-NYQ 原型滤波器, 并将其作为原型滤波器应用于 FBMC 系统. 在该模型中, 所需设定的调节变量有 δ_s^m 和 θ_f , 两者决定了最终滤波器

可得优化性能. 对于 δ_s^m , 根据 LTE(A) 中对滤波器阻带衰减的最低要求, 将其设定为 $\delta_s^m = 0.01$ [9]. 而对于 θ_f , 为了取得更优的阻带衰减特, 采用不同程度的松弛 (NYQ 失真) 来进行滤波器性能折衷交换.

为了实现滤波器性能测度, 将采用下式 (19), 其中 E_s 对应问题 (18) 中的代价函数, ISI_t 对应时域 NYQ 条件近似程度, 而 ISI_f 对应频域 NYQ 条件近似程度. 此外, 通带波纹 (R_p) 和阻带衰减 (A_s) 为传统线性相位 FIR 滤波器中的经典测度. 需要说明的是, 在以上 FBMC 原型滤波器设计中 $\omega_p = 0$, 因此将 R_p 的测算范围修改为 $[0, \pi/M]$.

$$\left\{ \begin{array}{l} E_s = \int_{\omega_s}^{\pi} |A_h(\omega, \hat{h})|^2 d\omega, \\ \text{ISI}_t = \sum_{k=1}^K \frac{|g(\frac{N_g-1}{2} + kM)| + |g(\frac{N_g-1}{2} + kM)|}{|g(\frac{N_g-1}{2})|}, \\ \text{ISI}_f = \max_{\omega \in [0, \frac{\pi}{M}]} \left| \sum_{k=0}^{M-1} \left| A_h(\omega + \frac{2\pi}{M}k, \hat{h}) \right|^2 - 1 \right|, \\ R_p = 20 \log_{10}(1 + \delta_p), \quad \delta_p = \max_{\omega \in [0, \omega_p]} |A_h(\omega, \hat{h}) - 1|, \\ A_s = -20 \log_{10}(\delta_s), \quad \delta_s = \max_{\omega \in [\omega_s, \pi]} |A_h(\omega, \hat{h})|. \end{array} \right. \quad (19)$$

4.1 SR-NYQ 原型滤波器设计

用于 FBMC 的原型滤波器, 其长度一般取为 $N_p = KM + 1$, 其中 K 被称为重叠因子, 其典型取值为 4. 因此, 在本文的 SR-NYQ 滤波器设计中需确定的参数还有 M 和 θ_f , 两者的取值选择如下:

- $M \in \{8, 16, 32, 64\}$. M 为 FBMC 系统子载个数, 不同取值对应不同系统设置. 在以下滤波器设计中, 将考虑不同系统情况下 SR-NYQ 原型滤波器的可优化或可交换性能.
- $\theta_f \in \{\{0.6 : 0.1 : 0.9\} \cup \{1 : 1 : 10\}\} \cdot 10^{-3}$. 为实现阻带能量的最优化以改进 SR-NYQ 原型滤波器的频率选择性, 将对约束优化问题中的 NYQ 门限 θ_f 进行不同程度的松弛.

图 2 显示了 θ_f 不断松弛下优化所得 SR-NYQ 原型滤波器的性能测度. 其中, 为了清楚地显示 E_s , 采用变换式 $-20 \log_{10}(E_s)$. 此外, 在滤波器设计中并没有进一步松弛 θ_f , 使其取值大于 $10 \cdot 10^{-3}$. 因为当 $\theta_f > 10 \cdot 10^{-3}$, 将优化设计所得 SR-NYQ 原型滤波器应用于 FBMC 系统, 该系统的 BER 结果没有明显改善. 从图 2(d) 可以明显地看到所设定的 θ_f 和结果 ISI_t 间的近似等值性, 两者的关系曲线斜率非常接近 1.0. θ_f 是对频域 NYQ 的松弛水平, 而 ISI_t 反映了时域 NYQ 的近似程度, 这说明了时域 NYQ 条件约束和频域 NYQ 条件约束间的等价性, 两种实现方式皆可行. 此外, 从图 2 可见随着 NYQ 约束门限 θ_f 的不断松弛, 阻带衰减 A_s 和阻带能量 E_s 都得到不断改善, 而通带波 R_p 则逐渐增大 (有部分波动) 且其增大程度极其有限. 以上性能的变化就是滤波器性能的折衷交换, 可见 NYQ 条件的松弛对阻带衰减特性 (包括 A_s 和 E_s) 有着显著的改善, 这符合实际 FBMC 应用中对 NPR 原型滤波器的要求, 因为阻带衰减特性的改善有利于提升 FBMC 波形的频率选择性. 除上述 θ_f 外, 不同取值的 M 也会对原型滤波器性能产生影响. 从图 2(a) 可见, M 取值越大则代价函数 E_s 越小 (图中 $-20 \log_{10}(E_s)$ 越大). 同时, 在图 2(c) 中的大部分 θ_f 取值下, 大值 M 反而会引起结果 A_s 的变差, 直到门限 θ_f 超过某一数值.

4.2 FBMC 系统仿真

由以上 SR-NYQ 滤波器设计可知, NYQ 条件松弛对滤波器阻带衰减特性具有改善作用, 因此本节仅针对 $M = 64$, 采用几组典型的 SR-NYQ 设计 (包括 $K = 4$ 和 $K = 3$ 两种情况), 将其应用于

图 2 在不同 θ_f 松弛下优化求解问题 (18) 所得最优 SR-NYQ 滤波器的性能测度

Figure 2 The measured performances of the optimized SR-NYQ filters by solving the problem (18) with different relaxations of θ_f . (a) $-20\log_{10}(E_s)$ vs. θ_f ; (b) R_p vs. θ_f ; (c) A_s vs. θ_f ; (d) ISI_t vs. θ_f

表 1 优化所得 SR-NYQ 滤波器与 PHYDYAS, IOTA 滤波器的性能测度对比

Table 1 The performances comparison of the optimized SR-NYQ filters with the PHYDYAS filter and the IOTA filter

$\{M = 64, K = 4/3\}$	N_p	R_p (dB)	A_s (dB)	E_s	ISI_t	ISI_f
PHYDYAS	257	3.0103	39.8544	1.3476×10^{-6}	8.14×10^{-4}	6.27×10^{-4}
IOTA	257	2.6807	13.8932	5.6124×10^{-4}	2.70×10^{-3}	4.22×10^{-2}
h1 _A	257	3.0033	49.4834	4.0514×10^{-8}	8.00×10^{-4}	7.89×10^{-4}
h1 _B	257	3.0429	55.7287	9.8038×10^{-9}	1.40×10^{-2}	1.16×10^{-2}
h1 _C	193	2.9926	39.7521	1.2428×10^{-6}	8.10×10^{-4}	8.06×10^{-4}

FBMC 系统中. 所对比的对象包括被 PHYDYAS 小组视为标准的 PHDYAS 滤波器以及具有良好 TFL 特性的 IOTA 滤波器, 两者都近似满足 NYQ 条件. 具体的 SR-NYQ 原型滤波器设计指标设定如下:

- 对于 $K = 4$, 采用 $\theta_f \in \{0.8, 10\} \times 10^{-3}$. 采用 $\theta_f = 0.8 \times 10^{-3}$ 是为了和 PHDYAS 滤波器的 ISI 结果保持基本一致, 而采用 $\theta_f = 10 \cdot 10^{-3}$ 是为了尽可能地松弛 NYQ 以换取阻带衰减特性的改善, 两者分别对应表 1 中的 h1_A 和 h1_B.
- 在 $K = 3$ 时, θ_f 的松弛对 SR-NYQ 原型滤波器性能改善没有 $K = 4$ 时那么显著, 因此只采用 $\theta_f = 0.8 \times 10^{-3}$, 对应表 1 中的 h1_C.

表 1 展示了约束优化设计所得 SR-NYQ 原型滤波器各自的性能测度, 同时结合以上图 2, 可见本文约束优化所得滤波器在性能折衷上较现有常用 FBMC 原型滤波器具有更强的灵活性, 即通过 θ_f 等参数的调节可实现性能折衷交换. 图 3 进一步展示了 $K = 4$ 和 $K = 3$ 时, SR-NYQ 原型滤波器与 PHYDYAS 滤波器以及 IOTA 滤波器的幅频响应对比.

图 3 表 1 中 FBMC 原型滤波器的幅度频率响应对比

Figure 3 The comparison of the magnitude responses of the FBMC prototype filters in Table 1. (a) $M = 64, K = 4$; (b) $M = 64, K = 3$

表 2 BER 仿真测试的 FBMC 系统参数

Table 2 The parameters for the BER simulation of FBMC system

Parameter	Value
Subcarrier spacing Δf	15 kHz
Number of subcarriers	64
FFT size	64
Number of used subcarriers	32
Number of users	2
Sampling rate	0.96 MHz
Modulation	4-QAM
Overlapping factor	$K \in \{3, 4\}$

从表 1 可以清楚地看到, 在 $K = 4$ 取值下, 本文约束优化方法所得 SR-NYQ 原型滤波器在 A_s 和 E_s 两方面皆优于 PHYDYAS 滤波器和 IOTA 滤波器, 所得阻带衰减特性优势明显. 尤其是同 IOTA 滤波器的对比, 从图 3 可见, 设计所得原型滤波器 $h1_A$ 和 $h1_B$ 无论是在频率选择性还是在旁瓣滚降速率上都具有较大优势. 同时, 这两个滤波器在代价函数 E_s 上的优势, 即使同 PHYDYAS 滤波器对比, 也可以达到两个数量级. 此外, 从图 3(a) 可见, 原型滤波器 $h1_A$ 和 $h1_B$ 在过渡带附近有较 PHYDYAS 滤波器略低的旁瓣衰减, 但其旁瓣衰减速率要略慢于 PHYDYAS. 事实上, 根据滤波器性能交换理论, 以上的旁瓣特点是 R_p , A_s , E_s 以及 Nyquist 条件交换折衷的联合结果. 在表 1 中, 原型滤波器 $h1_C$ 具有优于 IOTA 滤波器但近似 PHYDYAS 滤波器的幅度衰减特性, 而在图 3 中, $h1_C$ 的旁瓣衰减速率优于 IOTA 滤波器的同时劣于 PHYDYAS 滤波器, 但 $h1_C$ 采用 $K = 3$, 相对于采用 $K = 4$ 的后两者, 在滤波器长度上有着 25% 的下降, 有利于减小因滤波器过长引起的传输时延.

将表 1 中的原型滤波器应用至 FBMC 系统进行仿真对比, 并以 BER 作为测试指标. FBMC 系统参数见表 2, 其设置参考文献 [9], 为其简化版本且采用 4-QAM. 在具体 FBMC 仿真实现中, 还将考虑以下两个干扰因素:

- 载波频率偏移 (carrier frequency offset, CFO). 一种场景是 CFO 为 $-0.2 \sim 0.2$ 间随机分布, 体现实际异步通信. 另一种场景 CFO 为确定值 0.2, 为通信环境非常恶劣的情况.

图 4 FBMC 系统 BER 测试结果, CFO 为 $-0.2 \sim 0.2$ 间随机分布

Figure 4 The BER results of FBMC system in which the CFO is random in $-0.2 \sim 0.2$. The BER comparison for prototype filters: (a) UPR = 1 : 2; (b) UPR = 1 : 5

图 5 FBMC 系统 BER 测试结果, CFO 为确定值 0.2

Figure 5 The BER results of FBMC system in which the CFO is certainly equal to 0.2. The BER comparison for prototype filters: (a) UPR = 1 : 2; (b) UPR = 1 : 5

• 用户功率比 (user power ratio, UPR) 不同, 64 个子载均匀分配给两个用户. 一种情况用户功率比为 $\text{UPR} = 1 : 2$, 另一种情况用户功率比为 $\text{UPR} = 1 : 5$, 表征认知网络应用场景, 且 BER 的测试针对功率为 1 的用户.

图 4 和 5 分别显示了 CFO 在 $-0.2 \sim 0.2$ 内随机和 $\text{CFO} = 0.2$ 两种情况下 FBMC 系统的 BER 结果. 首先, 从以上两图中可以明确看到 CFO 增大或者 UPR 增大对系统性能的负面影响, 即 BER 结果严重恶化. 从随机 CFO 情况转变成恶劣 $\text{CFO} = 0.2$ 情况, BER 会有显著的下降, 因为严重的载频偏移使得相邻用户间甚至子载间的干扰显著增大. 此时, 即使所用 SR-NYQ 原型滤波器具有较大的阻带衰减特性优势, 该优势对 FBMC 抗干扰鲁棒性的影响力也会减弱, 因此图中不同滤波器下的 BER 结果随着 CFO 的增大而愈接近. 对于 UPR, 随着两用户功率比的增大, 高功率用户对低功率用户的干扰增强, 从而也会导致 BER 结果变差. 另外, 相比于 PHYDYAS 和本文设计所得 SR-NYQ 原型滤波器, IOTA 滤波器尽管有近似最优的时频同向 TFL, 但其 BER 结果却是最差的, 尤其是在 $\text{CFO} = 0.2$ 的情况下. 这是因为 IOTA 滤波器的时频同向 TFL 特性并没有产生阻带衰减特性优势, 这一点从图 3 的频响对比中可见, 所以在 CFO 严重情况下采用 IOTA 滤波器, FBMC 波形的抗干扰能力非常弱.

表3 h_{1B} 和 PHYDYAS 滤波器的进一步 BER 对比
 Table 3 The further BER comparison between the h_{1B} and the PHYDYAS filter

SNR (dB)	0	5	10	15	20	25
PHYDYAS	0.3430	0.1755	0.0852	0.0516	0.0377	0.0277
h_{1B}	0.3403	0.1702	0.0814	0.0483	0.0347	0.0243

结合图3和表2,从图4和5还可见,具有更优阻带衰减特性的SR-NYQ原型滤波器 h_{1A} 和 h_{1B} ,相比于IOTA滤波器和PHYDYAS滤波器,能够在FBMC仿真中得到更优的BER结果.且在 h_{1A} 和 h_{1B} 两者的对比中,可进一步发现在NYQ条件上更松弛的 h_{1B} ,具有更优的阻带衰减特性,因而其BER结果也相对更优.这说明了阻带衰减特性对于FBMC原型滤波器的重要性,对其进行优化可以提升FBMC波形的频率选择性,增强系统抗干扰鲁棒性,系统仿真BER结果更优.所以,在本文的FBMC原型滤波器设计中,通过NYQ条件的适当牺牲来改进SR-NYQ滤波器的阻带衰减特性是有意义的.表3,进一步给出了 h_{1B} 和PHYDYAS滤波器两者的BER对比.其中,两个干扰因素的取值分别为 $UPR = 1:5$ 和 $CFO = 0.2$,而SNR的取值范围则增大为 $[0:5:25]$.

同时在图4和5中,SR-NYQ滤波器 h_{1C} 具有优于IOTA原型滤波器且近似可比与PHYDYAS滤波器的BER结果.该滤波器在阻带衰减特性近似PHYDYAS滤波器的同时,在滤波器长度上有着25%的下降,这对于减小FBMC滤波器组构建复杂度和促进FBMC在短包数据传输中的应用有一定意义.因此,本文约束优化方法能够有效设计具有优异阻带衰减特性的SR-NYQ滤波器,所得滤波器在性能交换上较PHYDYAS滤波器和IOTA滤波器有着更大的灵活性,将其作为FBMC系统原型滤波器可以提升系统抗干扰鲁棒性.

5 结论

本文采用直接约束优化方法设计SR-NYQ滤波器,并将其作为FBMC系统的原型滤波器.该设计中,在将阻带能量作为代价函数的同时,从频域实现NYQ条件约束,包括线性矩阵不等式形式的上界约束和线性不等式形式的下界约束.通过对NYQ条件的约束松弛,可以获得比现有PHYDYAS滤波器和IOTA滤波器更大的设计灵活性,实现滤波器阻带衰减特性的最优化.相应地,FBMC波形的频率选择性得到改善,系统仿真下的BER结果也相对更优.

参考文献

- 1 You X H, Pan Z W, Gao X Q, et al. The 5G mobile communication: the development trends and its emerging key techniques. Sci Sin Inform, 2014, 44: 551–563 [尤肖虎, 潘志文, 高西奇, 等. 5G移动通信发展趋势与若干关键技术. 中国科学:信息科学, 2014, 44: 551–563]
- 2 Wang D M, Zhang Y, Wei H, et al. An overview of transmission theory and techniques of large-scale antenna systems for 5G wireless communications. Sci Sin Inform, 2016, 46: 3–21 [王东明, 张余, 魏浩, 等. 面向5G的大规模天线无线传输理论与技术. 中国科学:信息科学, 2016, 46: 3–21]
- 3 Ijaz A, Zhang L, Grau M, et al. Enabling massive IoT in 5G and beyond systems: PHY radio frame design considerations. IEEE Access, 2017, 4: 3322–3339
- 4 Gupta A, Jha R K. A survey of 5G network: architecture and emerging technologies. IEEE Access, 2015, 3: 1206–1232
- 5 Agiwal M, Roy A, Saxena N. Next generation 5G wireless networks: a comprehensive survey. IEEE Commun Surv Tut, 2017, 18: 1617–1655

- 6 Ding Z, Liu Y, Choi J, et al. Application of non-orthogonal multiple access in LTE and 5G networks. *IEEE Commun Mag*, 2017, 55: 185–191
- 7 Yuan Y F, Zhu L M. Application scenarios and enabling technologies of 5G. *China Commun*, 2014, 11: 69–79 [袁弋非, 朱龙明. 5G 应用场景与可能的技术. *中国通信*, 2014, 11: 69–79]
- 8 Wunder G, Kasparick M, Wild T, et al. 5G NOW: intermediate frame structure and transceiver concepts. In: *Proceedings of Globecom Workshops*, Austin, 2014. 565–570
- 9 Kasparick M, Wunder G, Chen Y, et al. 5G waveform candidate selection D3.1. 5G NOW, 2013. http://5gnow.eu/wp-content/uploads/2015/04/5GNOW_D3.1.pdf/
- 10 Farhang-Boroujeny B. OFDM versus filter bank multicarrier. *IEEE Signal Process Mag*, 2011, 28: 92–112
- 11 Nissel R, Rupp M. OFDM and FBMC-OQAM in doubly-selective channels: calculating the bit error probability. *IEEE Commun Lett*, 2017, 21: 1297–1300
- 12 Schaich F, Wild T, Chen Y. Waveform contenders for 5G-suitability for short packet and low latency transmissions. In: *Proceedings of Vehicular Technology Conference (VTC Spring)*, Seoul, 2014. 1–5
- 13 Aminjavaheri A, Farhang A, RezazadehReyhani A, et al. Impact of timing and frequency offsets on multicarrier waveform candidates for 5G. In: *Proceedings of Signal Processing and Signal Processing Education Workshop*, Salt Lake City, 2015. 178–183
- 14 Srinivasan S, Dikmese S, Renfors M. Spectrum sensing and spectrum utilization model for OFDM and FBMC based cognitive radios. In: *Proceedings of Signal Processing Advances in Wireless Communications*, Cesme, 2012. 139–143
- 15 Dikmese S, Srinivasan S, Shaat M, et al. Spectrum sensing and resource allocation for multicarrier cognitive radio systems under interference and power constraints. *EURASIP J Adv Signal Process*, 2014, 1: 68–80
- 16 Farhang-Boroujeny B. Filter bank multicarrier modulation: a waveform candidate for 5G and beyond. *Adv Electr Eng*, 2014, 2014: 482805
- 17 Sahin A, Guvenc I, Arslan H. A comparative study of FBMC prototype filters in doubly dispersive channels. In: *Proceedings of Globecom Workshops*, Anaheim, 2012. 197–203
- 18 Sahin A, Guvenc I, Arslan H. A survey on multicarrier communications: prototype filters, lattice structures, and implementation aspects. *IEEE Commun Surv Tut*, 2014, 16: 1312–1338
- 19 Chen D, Qu D, Jiang T, et al. Prototype filter optimization to minimize stopband energy with NPR constraints for filter bank multicarrier modulation systems. *IEEE Trans Signal Process*, 2012, 61: 159–169
- 20 Aminjavaheri A, Farhang A, Doyle L, et al. Prototype filter design for FBMC in massive MIMO channels. In: *Proceedings of International Conference on Communications*, Paris, 2017
- 21 Viholainen A, Ihalainen T, Stitz T H, et al. Prototype filter design for filter bank based multicarrier transmission. In: *Proceedings of European Signal Processing Conference*, Glasgow, 2009. 1359–1363
- 22 Viholainen A, Bellanger M, Huchard M. Prototype filter and structure optimization. PHYDYAS, 2009. <http://www.ict-phydyas.org/delivrables/PHYDYAS-D5-1.pdf>
- 23 Farhang-Boroujeny B. A square-root Nyquist (M) filter design for digital communication systems. *IEEE Trans Signal Process*, 2008, 56: 2127–2132
- 24 Mirabbasi S, Martin K. Overlapped complex-modulated transmultiplexer filters with simplified design and superior stopbands. *IEEE Trans Circ Syst II: Analog a Digital Signal Process*, 2003, 8: 456–469
- 25 Datar A, Jain A, Sharma P C. Design and performance analysis of adjustable window functions based cosine modulated filter banks. *Digital Signal Process*, 2013, 23: 412–417
- 26 Harris F J. *Multirate Signal Processing for Communication Systems*. Englewood: Prentice Hall PTR, 2004
- 27 Lai X, Lin Z. Optimal design of constrained FIR filters without phase response specifications. *IEEE Trans Signal Process*, 2014, 62: 4532–4546
- 28 Shaeen K, Elizabeth E. Prototype filter design approaches for near perfect reconstruction cosine modulated filter banks – a review. *J Sign Process Syst*, 2015, 81: 183–195
- 29 Hua J, Wen, J, Lu W, et al. Design and application of nearly Nyquist and SR-Nyquist FIR filter based on linear programming and spectrum factorization. In: *Proceedings of Conference on Industrial Electronics and Applications*, Hangzhou, 2014. 64–67

Design of SR-NYQ prototype filter in an FBMC system

Jiangang WEN¹, Jingyu HUA^{2*}, Zhijiang XU¹, Feng LI¹ & Hao CHEN¹

1. College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China;

2. School of Information and Electronic Engineering, Zhejiang Gongshang University, Hangzhou 310018, China

* Corresponding author. E-mail: eehjy@163.com

Abstract As a candidate for next generation mobile communication, filter bank multicarrier (FBMC) has several advantages over orthogonal frequency division multiplexing (OFDM), such as larger side-lobe attenuation and no requirements of strict orthogonality and synchronization, in which the prototype filter for subcarrier shaping plays an important role. Currently, the commonly used prototype filters include the PHYDYAS filter and the IOTA filter, but in the corresponding design of both, there are few controllable parameters and the filters' flexibility is insufficient. Therefore, a constrained optimization method to directly design the FBMC filter is proposed herein. In this method, the error energy in the stopband is considered the optimization target, which is aimed at reducing the side-lobe leakage of the FBMC waveform. Furthermore, the constraints on the Nyquist (NYQ) condition are implemented in the frequency domain via approximation, through which the control of inter-symbol interference can be achieved. These NYQ constraints contain linear matrix inequalities and a linear inequality for the cut-off frequency point, which circumvent the nonconvex problem caused by the convolution calculation in original constraints. After solving the constrained optimization via semi-definite programming, the designed FIR filter with linear phase can effectively improve stopband attenuation characteristics when the NYQ condition is suitably relaxed, thus improving the frequency selectivity of the FBMC waveform. The bit error rate (BER) simulations indicate that the optimized filters have a certain superiority over the PHYDYAS and IOTA filters. In addition, using the proposed method, the designed filter with shorter length can also result in a BER comparable to that of the PHYDYAS filter, with a multiplication complexity is lower than that of the PHYDYAS filter.

Keywords FBMC, prototype filter, Nyquist condition, stopband energy, BER

Jiangang WEN was born in 1989. He received his B.S. degree in electronic and information engineering from the Zhejiang University of Technology, Hangzhou, China, in 2012. He is currently a graduate student at the Zhejiang University of Technology. His research interest is digital filtering in mobile communications.

Jingyu HUA was born in Zhejiang province, China, in 1978. He received his Ph.D. degree in radio engineering from Southeast University in 2006. In 2006, he joined the Zhejiang University of Technology as an assistant professor and was promoted to be a full professor in 2012. Since 2018, he has been serving as a distinguished professor at the Zhejiang Gongshang University. His research interests include parameter estimation, channel modeling, wireless localization, and digital filtering in mobile communications.