反射波全波形反演

姚刚¹, 吴迪^{2*}

1. Department of Earth Science and Engineering, Imperial College London, London SW7 2BP, UK;

2. 中国石油大学非常规天然气研究院, 北京 102249

* 通讯作者, E-mail: wudi@cup.edu.cn

收稿日期: 2016-11-09; 接受日期: 2017-07-31; 网络版发表日期: 2017-09-19

国家自然科学基金项目(批准号: 41504106、41274099)、中国石油大学(北京)引进人才科研启动基金项目(编号: 2462015YJRC012)和油气资源与探测国家重点实验室自主课题(编号: PRP/INDEP-3-1508)资助

摘要 得益于结合最优化算法和完整的波动方程, 全波形反演已成为地震勘探最前沿的研究方向, 正逐渐发展成为获取地球内部信息的重要工具。但是, 在初始速度模型不够精准条件下, 利用纯反射波进行波形反演来更新光滑的背景速度模型是非常困难的。本文展示了一种利用纯反射波通过交替进行最小二乘逆时偏移和波形反演的方法来成功地同时反演反射系数和背景速度的方法。其波形反演中用于更新背景速度的层析梯度是通过基于Born近似的正演模拟来分离反射波波场得到的, 这样可以很好地更新光滑的背景速度模型。之后, 常规全波形反演把上一步得到的光滑背景速度模型作为初始模型, 利用纯反射波获得最终的高保真、高分辨率的速度模型。进一步分析揭示了高分辨率的速度模型是由于在全波形反演中应用了反褶积成像条件。相对于其他类型的地震波, 反射波带有地下更深部的信息, 因此, 反射波波形反演能够进一步提高我们对地球内部的成像精度。

关键词 全波形反演, 反射波波形反演, 反射波, 反褶积成像条件

1 引言

近年来, 随着计算机硬件技术和三维波动方程模拟技术的进步(Zhang和Yao, 2013; Liu, 2013; Wang等, 2014; Yao等, 2016), 利用三维全波形反演(full-waveform inversion, FWI)进行速度模型的更新成功地用于实际野外地震数据(Kapoor等, 2013; Warner等, 2013)。由于全波形反演结合了最优化算法和完整的波动方程, 因此全波形反演可以构建比基于射线的层析成像更准确、分辨率更高的速度模型, 从而使叠前深度偏移的成像质量得到显著的提高(Ratcliffe等, 2011; Silva等,

2016)。因为全波形反演是对地下介质的物性参数, 诸如P波速度的反演, 所以其结果可以直接用于地下介质的物性解释。其中一个很成功的应用就是识别浅层地质灾害, 例如浅层气云(shallow gas)(Bright等, 2015)。除了在石油勘探领域的成功应用, 全波形反演也被成功地应用到地球物理的其他分支, 如地壳构造物理(Operto等, 2006; Kamei等, 2012)、火山学(Arnoux等, 2017)等。

然而, 常规全波形反演在实际数据中的应用必须满足一些苛刻的条件。首先, 地震数据必须包含通过目标层的回折波(refraction)。因此, 全波形反演通常要

中文引用格式: 姚刚, 吴迪. 2017. 反射波全波形反演. 中国科学: 地球科学, 47: 1220–1232, doi: 10.1360/N072016-00367

英文引用格式: Yao G, Wu D. 2017. Reflection full waveform inversion. Science China Earth Sciences, 60: 1783–1794, doi: 10.1007/s11430-016-9091-9

求大偏移距地震数据. 其次, 全波形反演要求初始速度模型必须与真实速度模型接近. 再次, 全波形反演需要野外数据必须包含低至3~4Hz的低频数据. 第一个要求是由于常规的全波形反演利用回折波更新背景速度场, 而回折波一般只能在远偏移距接收到. 另外两个条件是由于全波形反演基本上是利用局部梯度法进行反演的, 因此, 需要初始模型接近真实模型和低频数据来避免周期跳跃(周期错位)(cycle skipping)现象. 基于这些原因, 在实际数据中, 常规全波形反演大多数情况下被应用于回折波占主导地位的OBC数据或者类似的观测系统数据中. 在人工震源条件下, 如更常见的具有中等偏移距的拖缆(towed streamer)数据中, 其反射波占主导地位, 由于缺少回折波, 反射波是获得地球更深部信息的唯一信息源. 因此, 利用反射波的全波形反演有利于提高地震勘探对地下深部构造的成像精度, 进而提高对地下深部构造认识的精确度. 但是, 常规全波形反演利用反射波对背景速度模型的更新就不是非常有效. 主要有两方面的原因, 首先, 为了能够把反射界面偏移到正确的深度位置, 初始速度模型必须相当精确; 其次, 相对于长波长的背景速度更新, 常规全波形反演中的梯度更倾向于更新反射界面处的速度扰动.

为了解决这一问题, Xu等(2012)提出了反射波波形反演的概念. 其方法实施过程中, 应用真振幅逆时偏移(Zhang等, 2007)给出模型的高频速度扰动. 这种真振幅偏移理论上给出了准确的相对AVO, 但不能保证其反偏移中模拟数据的振幅能够准确地匹配上观测数据. Zhou等(2015)、Wu和Alkhalifah(2015)通过分离波形反演梯度中长波长的背景速度分量和短波长的速度界面分量, 并建立一个联合目标函数来同时更新背景速度和速度界面. 其文章中的例子展示了其方法能对背景速度起到更新的作用. 这些方法的目标函数都是建立在数据域(data domain). 相对于数据域的目标方程, 更新背景速度的目标方程也可以建立在成像域(image domain)(Symes和Carazzone, 1991; Shen等, 2005; Symes, 2008). 这种方法的优点在于, 能够消除地下构造对背景速度反演的影响, 但是需要对数据进行多次波去除.

在本文中, 我们探索了一种包含两个步骤的交替迭代方法来对反射波进行全波形反演的方法. 第一步, 建立一个临时的反射界面, 即反射系数模型. 这个临

时的反射界面将在第二次交替迭代中再次重新建立. 第二步, 利用临时建立的反射界面去更新背景速度场. 通过交替迭代这两步, 可以逐步改进背景速度模型, 从而使反射界面更加准确地聚焦到其真实位置. 这种方法的关键优越之处在于: 该方法不需要知道非常准确的初始背景速度模型, 能通过提取背景速度的梯度使其适用于光滑背景速度模型的更新. 由恢复的光滑速度模型作为初始模型, 常规全波形反演能利用反射数据给出最后的高精度、高分辨率速度模型. 因此, 该方法能够提高我们获取更深部地下信息的准确度.

2 方法原理

常规的全波形反演是通过最小化目标函数来实现的. 通常的目标函数是预测数据与观测数据之间的差的二范数的平方(Tarantola, 1984), 而最小化的过程通常由多次迭代的局部梯度法实现的. 其中的更新方向是以目标函数对模型的梯度为导向的. 如果在给定一个光滑初始速度模型的情况下, 把这种方法应用于纯反射波数据, 常规全波形反演的过程可以用图1表示.

在第一次迭代(图1a)中, 第一步是通过以子波为震源的正演模拟, 来产生正传波场. 由于初始速度是光滑的, 正传波场只包含入射波; 第二步是利用反传余量来产生反传波场. 因为第一步中没有反射波产生, 所以第二步中的余量只包含观测数据的反射波能量. 如果正传波场的振幅为1, 那么反传波场的振幅与反射系数 R 的量级相当. 其互相关只在界面处有值, 并且其值和反射系数 R 的量级相当. 虽然应用了全波形反演, 但是波形反演却只对反射界面进行更新. 第一次迭代等价于逆时偏移.

由于反射界面已经在第一次迭代中产生, 在第二次迭代中, 正传波场和反传波场都包含了入射波, 反射波及透射波. 如图1b所示, 如果设定正传波场中的入射波振幅为1, 那么其反射波振幅为 R . 与此相对, 反传波场包含量级为 R 的入射波及量级为 R^2 的反射波; 这里的入射波和反射波是指在反传过程中的入射波和其产生的反射波. 对正传波场和反传波场做互相关, 在反射界面处可以获得与 R 成正比的值, 在反射界面以上可以获得与 R^2 成正比的值. 因此, 第二次迭代可以同时更新界面和界面以上的背景速度. 前者相当于做反射系数偏移反演, 后者相当于做速度层析成像.

图1 光滑初始速度模型条件下应用全波形反演到纯反射波数据

(a) 第一次迭代中, 在正传和反传波场中只有透射波能量, 取其互相关(即形成梯度)建立反射界面, 不能更新背景速度场; (b) 在后续的迭代中, 正传和反传都包含了反射波能量, 取其互相关可以更新背景速度场. 但是这个更新背景速度场的分量的强度与 R^2 成正比, 而更新反射界面的分量与 R 成正比

由于 $|R| \ll 1$, 对反射系数的更新要远远大于对背景速度的更新. 不断的迭代试图通过调整反射系数的大小和对应的反射界面位置来与观测数据吻合. 这个反演过程对背景速度进行的更新是微乎其微的.

从这个分析中我们受到启发, 在这个系统中有两个关键问题需要解决. 其一, 是在缺失精确背景速度模型的条件下如何把反射界面放在正确的位置. 其二, 在常规全波形反演算法主要对高频反射系数而非光滑背景速度更新的情况下, 找到更新背景速度模型的有效方法. 为了解决第二个问题, 我们必须增强全波形反演的层析成像分量, 来实现背景速度的更新. 而解决第一个问题, 我们可以通过背景速度模型在逐步迭代修正过程中, 重新建立反射系数模型, 从而使反射界面随着背景速度的更新建立在更准确的位置上.

这里, 我们应用一种交互式反演方法, 在第一步中利用小偏移距数据进行最小二乘逆时偏移建立反射系数模型(Yao和Wu, 2015), 使反射系数模型产生的预测数据能在最小二乘意义下拟合上该偏移距的数据. 然而大偏移距的数据在走时(或相位)上是没有被完全拟合上, 如图2所示, 预测数据和观察数据存在一个时间差. 如果这个时间差大于零, 则在产生这个数据的反射界面以上部分的背景速度过低, 反之则意味着背景速度过高. 这就为背景速度修正方向提供了可靠依据. 第二步, 在固定反射系数的条件下, 利用反射波波场来产生背景速度的全波形反演梯度, 并利用全波形反演修正背景速度模型. 得到更新的背景速度模型后, 第一步建立的反射系数模型中反射轴的位置已

图2 反射波波波形反演中数据选择和数据拟合示意图

在第一步最小二乘偏移中, 小偏移距数据被选取. 其预测的数据在最小二乘意义下拟合了这部分数据. 而大偏移距的数据没有完全拟合. 预测数据(虚线)和观察数据(实线)存在一个时间差. 如果这个时间差大于零, 则产生这个数据的反射界面以上部分的背景速度过低. 否则背景速度过高

经不能和新的背景速度模型吻合. 因此, 我们设置反射系数模型为零, 再交替应用这两个步骤直到获得最优解. 第一步中的小偏移距选取的一个经验准则: 以零偏移距, 直达波结束后为起点, 逐渐随时间增加而扩大偏移距. 因此, 用于最小二乘偏移的数据基本是一个锥形或半椭球形. 这样可以保证早期选择的偏移距范围小, 后期选择的偏移范围大. 但总体而言在各个时间处, 用于最小二乘偏移的数据的范围小于用于背景速度更新的范围.

结合最小二乘逆时偏移进行的反射波波波形反演

是一个最优化过程, 其目标函数可以表示为

$$\phi(v, r) = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{x}_r, \omega} |Pu_r(\mathbf{x}, \omega) - d(\mathbf{x}_r, \omega)|_2^2, \quad (1)$$

受约束于

$$Au_s(\mathbf{x}, \omega) = s(\mathbf{x}_s) \quad (2)$$

和

$$Au_r(\mathbf{x}, \omega) = j\omega r(\mathbf{x}) u_s(\mathbf{x}, \omega). \quad (3)$$

上面三个式子中, v 是背景速度, r 是反射系数, A 是波动方程算子, $u_s(\mathbf{x}, \omega)$ 和 $u_r(\mathbf{x}, \omega)$ 分别是在位置 $\mathbf{x}$ 处频率为 ω 的入射波波场和反射波波场, $s(\mathbf{x}_s)$ 是在 $\mathbf{x}_s$ 处的震源, P 是抽取函数, 用来提取在检波器处的波场值, $d(\mathbf{x}_r, \omega)$ 是在 $\mathbf{x}_r$ 处检波器记录到的频率为 ω 的观测记录, j 是单位虚数. 式(3)中, $j\omega$ 对应于时间域中的一阶时间导数, 其保证了反射系数 r 是零相位的. 其推导过程请见网络版附录1(<http://earthcn.scichina.com>)或参见 Wu 等(2016)文章中的附录. 式(3)右端的虚拟源波场是背景波场 u_s , 其不包括多次散射, 如多次波, 因此方程(3)应用到 Born 近似. 这带来的好处是整个方程系统(式(2)和(3))更线性化, 有利于提高反演的收敛性, 但是这也需要对输入数据进行多次波去除.

通过迭代局部梯度法, 例如最速下降法、共轭梯度法, 最小化目标函数 $\phi(v, r)$ 最关键之处在于求得目标函数对模型参数的梯度. 此处目标函数 $\phi(v, r)$ 对背景速度 v 和反射系数 r 的梯度可以通过伴随状态(adjoint state)方法求得(Plessix, 2006). 在式(2)和(3)中的两个状态变量(state variable)分别是 u_s 和 u_r . 在伴随状态方法中, 我们定义与两状态变量对应的伴随状态变量 λ_{u_s} 和 λ_{u_r} . 通过拉格朗日乘子法, 受约束的目标函数 $\phi(v, r)$ 可以转化成非约束的目标函数,

$$\begin{aligned} \ell(v, r, u_s, u_r, \lambda_{u_s}, \lambda_{u_r}) = & \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{x}_r, \omega} |Pu_r(\mathbf{x}, \omega) - d(\mathbf{x}_r, \omega)|_2^2 \\ & - \langle \lambda_{u_s}, Au_s(\mathbf{x}, \omega) - s(\mathbf{x}_s) \rangle \\ & - \langle \lambda_{u_r}, Au_r(\mathbf{x}, \omega) - j\omega r(\mathbf{x}) u_s(\mathbf{x}, \omega) \rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

式中, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 表示内积, 连接两内积项和原目标函数的减号也可以用加号代替, 而他们形成的伴随方程和梯度公式产生的梯度计算结果是相同的. 对新的扩展目标函数求关于状态变量的导数并设置其导数为零则产

生伴随状态方程.

$$\frac{\partial \ell}{\partial u_r} = 0, \quad (5)$$

给出

$$A^\dagger \lambda_{u_r}(\mathbf{x}, \omega) = P^\top (Pu_r(\mathbf{x}, \omega) - d(\mathbf{x}_r, \omega)), \quad (6)$$

式中, $\dagger$ 指共轭转置, 这等同于在时间域的逆时反传. 因为抽取函数 P 一般是实函数, 所以只有转置. 通常情况下, 对于单点检波器抽取函数 P 只是一个单位脉冲函数, 可以表示为只在对角线有稀疏非零值的矩阵, 因此, 其转置等于其本身. 同理,

$$\frac{\partial \ell}{\partial u_s} = 0, \quad (7)$$

给出

$$A^\dagger \lambda_{u_s}(\mathbf{x}, \omega) = -j\omega r(\mathbf{x}) \lambda_{u_r}(\mathbf{x}, \omega). \quad (8)$$

从式(6)和(8)可以看出, 伴随状态变量 λ_{u_r} 是通过反传余量得到的即反传过程中的入射波波场, 即图1b中反传过程中的长虚线所示; 而伴随状态变量 λ_{u_s} 是通过反传经反射系数 r 加权的 λ_{u_r} 的一阶时间导数的负值得到的, λ_{u_s} 即反传过程中的反射波波场, 即图1b中反传过程中的短虚线所示.

扩展目标函数对反射系数 r 和背景速度 v 求导数则得到目标函数对它们的梯度,

$$\frac{\partial \ell}{\partial r} = \sum_{\omega} -j\omega u_s^\dagger(\mathbf{x}, \omega) \lambda_{u_r}(\mathbf{x}, \omega), \quad (9)$$

和

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ell}{\partial v} = & \sum_{\omega} \left[- \left(\frac{\partial A}{\partial v} \right)^\dagger u_s^\dagger(\mathbf{x}, \omega) \lambda_{u_s}(\mathbf{x}, \omega) \right] \\ & + \sum_{\omega} \left[- \left(\frac{\partial A}{\partial v} \right)^\dagger u_r^\dagger(\mathbf{x}, \omega) \lambda_{u_r}(\mathbf{x}, \omega) \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

从式(9)可以看出目标函数对反射系数的梯度是正传过程中入射波波场的时间导数和反传过程中的入射波波场做零延迟互相关得到的. 式(10)说明了目标函数对背景速度的梯度包含两项: 第一项是由正传过程中的入射波波场和反传过程中的反射波波场做零延迟互相关; 第二项是由正传过程中的反射波波场和反传过程中的入射波波场做零延迟的互相关. 对于

常密度的声波方程,

$$A = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 = -\frac{\omega^2}{v^2} - \nabla^2. \quad (11)$$

因此,

$$\left(\frac{\partial A}{\partial v} \right)^{\dagger} = 2 \frac{\omega^2}{v^3}. \quad (12)$$

为了简单起见, 这里我们在频率域表述方程并进行推导, 但是数值实施是在时间域实现以发挥数据的全频带优势和时间域处理数据的灵活性.

式(9)和(10)分别给出了最小二乘逆时偏移和全波形反演实现背景速度更新的梯度. 因此, 我们可以应用梯度法, 如最速下降或共轭梯度法, 结合式(9)来完成第一步, 即最小二乘逆时偏移. 关于更多的最小二乘逆时偏移实施细节, 读者请参考Yao和Wu(2015). 进而, 我们可以用梯度法并结合式(10)来完成第二步, 即用全波形反演来更新背景速度. 值得注意的一点, 第一步最小二乘逆时偏移中的反射系数 r 代表模型中波阻抗的变化, 因此, 反射系数包括密度变化产生的波阻抗变化, 本方法可以应用于由密度变化产生的反射数据. 如果密度界面以上的速度不准确, 那么在预测数据中, 密度界面产生的反射波的走时跟观测数据的走时不一致. 因此, 第二步的背景速度更新能对密度界面以上的速度模型进行修正, 这一点不同于以折射波数据为驱动的常规波形反演. 由于密度的扰动并不改变折射波的走时, 因此密度扰动不能为以折射波为驱动的常规波形反演提供背景速度修正信息.

下面我们用一个两层模型的例子来说明常规波形反演和反射波波形反演的梯度对反射界面和背景速度的敏感性. 该模型上层的速度是 2000 m s^{-1} , 下层的速度是 2400 m s^{-1} , 界面在 800 m 的深度. 在模型的表面, 从 $1500 \sim 7500 \text{ m}$ 每隔 40 m 由声波波动方程产生151炮记录, 震源子波是一个 10 Hz 的Ricker子波. 每炮是中间放炮, 两边接收, 最大偏移距 1500 m . 第一组测试的初始模型是 1950 m s^{-1} , 因此, 波形反演应该增加初始模型的速度. 图3a和b分别显示了用常规波形反演第一、二次迭代产生的梯度. 由图可知, 第一次迭代的梯度只反映了界面缺失的信息, 而第二次迭代的梯度仍然主要反映了界面缺失的信息; 相比之下, 梯度中的背景速度分量是非常微弱, 这印证了图1的示意及相关论述: 应用反射波的常规波形反演对界面缺失的信息

更为敏感. 图3c显示了在反射波波形反演中, 用式(9)结合 400 m 小偏移距数据产生的反射系数模型第一次迭代的梯度. 图3d显示了在反射波波形反演中, 用式(10)结合所有偏移距数据产生的背景更新时第一次迭代的梯度. 由图可以非常清楚地看出本文中的反射波波形反演的梯度能很好地克服常规波形反演对界面的高敏感性, 并正确地提取背景速度信息. 因为初始模型的速度低于真实模型, 所以速度梯度为负值, 即反演将向速度增大的方向更新. 图3d显示了速度梯度是非常光滑的, 说明其具有长波长特征. 这是因为公式(10)中, 做互相关的波场是沿相反方向传播, 所以其夹角是接近 180° . 而梯度的波数可以由公式,

$$|k| = \frac{2\omega}{v} \cos \frac{\theta}{2}, \quad (13)$$

算出(Virieux和Operto, 2009), 此处 θ 是互相关波场的夹角. 因此当做互相关的波场的夹角接近 180° 时, 波数基本为零, 即波长很长. 与此四图相对应, 图3e~h显示了当初始模型为 2053 m s^{-1} 的情况. 我们可以清楚的看出, 常规波形反演的梯度仍然主要针对反射界面缺失的信息, 而反射波波形反演能够正确地反映出背景速度的缺失信息.

3 实例应用

3.1 层状模型

第一个例子, 我们选择一个层状模型(图4a). 该模型由一个 2400 km s^{-1} 的高速层和一个光滑的低速异常体组成. 模型的背景速度是 2000 km s^{-1} . 在模型的表面, 从 $3000 \sim 7000 \text{ m}$ 每隔 50 m , 由声波波动方程产生80炮记录. 每炮是中间放炮, 两边接收, 最大偏移距 2400 m . 图4b显示了其中一炮记录. 直达波已经被切除掉, 只有反射波用于波形反演. 由于模型中的低速体很光滑, 从而不产生明显的反射波. 这里, 模拟用到了吸收边界, 因此, 合成记录并没有多次波. 在实际应用中, 多次波可以被预处理去除. 本方法不考虑多次波的一个重要原因是: 多次波增加目标函数的非线性, 而波形反演出于计算量考虑, 广泛采用针对线性方程(更精确地说是凸问题(王彦飞, 2010; 袁亚湘和孙文瑜, 2010))的局部梯度法.

虽然这个模型非常简单, 但是如果长波长的背景

图3 对比常规波形反演和反射波波形反演在一个两层模型中的梯度

此模型宽9km, 深1.3km. 上层速度 2km s^{-1} , 下层速度 2.4km s^{-1} . 界面的深度是0.8km. (a)~(d)对应初始模型速度 1.95km s^{-1} ; (e)~(h)对应初始模型速度 2.053km s^{-1} . (a)和(e)对应常规波形反演第一次迭代产生的梯度; (b)和(f)对应常规波形反演第二次迭代产生的梯度. (c)和(g)对应反射波波形反演在建立反射系数模型步骤中第一次迭代产生的梯度. (d)和(h)对应反射波波形反演在更新背景速度步骤中第一次迭代产生的梯度

速度未知, 用纯反射波进行全波形反演很难得到满意的结果. 一个理想的反演应该能够恢复第一个反射轴以上及两个反射轴之间的速度, 并且恢复浅层低速异常体, 以及反射轴的正确深度, 尽管我们不期望能恢复第二个反射层以下的速度, 这是因为没有记录来自第二个反射轴以下的反射数据. 另外, 反射波振幅受模型的速度和密度变化影响, 同时也受其他弹性, 衰减和短波长各向异性性质影响, 因此, 波形反演不应该假设反射波的绝对振幅包含任何有用的P波速度信息. 在本方法中, 反射波的绝对振幅信息被映射到反射系数中了, 因此背景速度更新主要依赖反射波走时信息. 这也是由于在背景速度更新过程中, 梯度主要反映背景速度缺失信息(图3d和h), 因此其更新主要

依赖反射波走时信息.

图4c展示了光滑过的真实速度模型. 因此它包含了正确的长波长背景速度信息. 如果这个光滑的速度模型被作为初始速度模型, 常规全波形反演能产生的结果展示在图4d中. 对比图4d和a, 可以看出如果初始模型包含了正确的背景速度, 常规全波形反演能够将纯反射数据偏移到正确的位置, 并形成精确的反射界面. 然后, 精确反射界面产生的反射波能透过浅层低速异常体, 并被检波器所记录. 从而使常规全波形反演能够用这些带有低速异常体信息的反射波进行低速异常体的恢复.

图4e显示了另一个初始模型. 这个模型由 1950km s^{-1} 的常速度组成. 而真实速度模型的第一层和第三层

图4 反演一个简单但是困难的层状模型

(a) 真实模型; (b) 一炮记录, 其中只包含反射波; (c) 光滑后的真实模型; (d) 以(c)作为初始模型的常规全波形反演结果; (e) 1950 m s^{-1} 的常速度初始模型, 而真实背景速度是 2000 m s^{-1} ; (f) 以(e)作为初始模型的常规全波形反演结果; (g) 以(e)作为初始模型的反射波波形反演(本文中的方法)的结果; (h) 以(g)作为初始模型的常规全波形反演结果. 其跟理想结果(d)非常接近

的背景速度是 2000 m s^{-1} . 因此, 这个初始模型是完全不正确的. 以此为初始模型的常规波形反演给出的结果展示在图4f中. 实验测试显示用更多迭代次数或稍微改动反演策略, 比如用多尺度(multi-scale)反演, 都不会提高反演效果. 这种情况下, 在初始迭代中, 全波形反演将反射界面建立在错误的深度或形成错误的几何形状, 因此, 全波形反演的层析成像属性不能被发挥. 在这种情况下, 常规全波形反演几乎等同于最小二乘逆时偏移, 即将反射系数映射到速度模型中.

图4g展示了本文所提的反射波波形反演给出的结果. 其初始模型是常速度模型(图4e), 反演中用到数据的最大偏移距是2400m. 在每个交替迭代中, 用式(9)结合800m小偏移距数据进行三次迭代更新反射系

数, 然后再用公式(10)结合全偏移距数据进行三次迭代更新背景速度. 在更新反射系数和背景速度的过程中, 采用少许的几次, 比如三次, 迭代能实现计算量和目标函数收敛程度的一种平衡. 更多次的迭代能让目标方程收敛更多, 但是计算量会大幅增加, 然而对反演质量的提高是有限的. 反之, 能减少计算量, 但是目标函数收敛程度过低, 从而反演效果会受影响. 当完成一个交替迭代后, 反射系数被重置为零. 在下一个交替迭代中, 反射系数模型将被重新建立. 这是因为经过速度更新后, 反射系数模型已经不能和更新后的背景速度模型兼容了. 图4g是30次交替迭代后的速度模型. 对比初始模型(图4e), 可以看出反射波波形反演较精确地恢复了第一层和第二层的背景速度, 并且恢

复了低速异常体. 如果以图4g作为初始模型, 常规全波形反演能继续提高反演结果(图4h). 对比图4g和h, 可以看出, 经过50次迭代的常规全波形反演在反射波波形反演的基础上恢复了模型中高频信息, 即界面信息, 并进一步修正了低速异常体.

用波形反演给出的速度模型进行偏移是检验反演结果质量的一种方法. 图5展示了逆时偏移的结果. 图5a是以真实速度进行偏移的结果, 图5b是用反射波波形反演结果(图4g)进行深度偏移的结果. 这里我们只展示了整个模型中7.5km的偏移结果, 因为此部分不受边界影响.

测量这两个偏移结果表明图4b中第一个反射轴的位置偏差几乎为零, 而第二个反射轴最大深度偏差为大约12m. 产生这种偏差的原因是受浅层低速体的影响, 反射波波形反演没能完全正确地恢复低速体和低速体下的第二层.

3.2 Marmousi模型

在3.1节, 我们用反射波波形反演成功地恢复了一个简单几何构造的层状模型. 在这一节中, 更为复杂和通用的Marmousi模型将用来测试本文提的反射波波形反演方法. 根据我们的经验和波形反演文献的例子, 可以看出应用大偏移距、回折波、低频率及精准初始速度模型可以很容易反演出Marmousi模型. 这里, 我们试图在只有短偏移距、剔除折射波的条件下, 用10Hz雷克子波作为震源子波, 从一个不精准的初始速度模型出发来反演Marmousi模型(图6). 这是一个非常具有挑战性的课题, 但是和传统的用于反演Marmousi模型的设置相比, 更符合大多数实际数据的情况.

在本实验中, 我们用声波方程合成了509炮数据. 第一炮位于地表位置187m, 最后一炮位于12888m, 炮

间距为25m, 道间距为12.5m(即有限差分的网格间距). 其中位于模型中间的一炮显示在图7a中. 在反演中, 直达波、折射波被预先去除了(图7b). 反演中所包含的最大偏移距是3500m, 这个偏移距与目标层的深度相当.

为了得到准确的偏移成像, 我们希望子波是准确的. 如果子波有错误也可以在反演中进行修正(Pratt, 1999). 如果我们反演的主要目的是背景速度修正, 那么我们只希望第一步产生的反射轴在一个合理的深度, 并且能让预测数据的振幅(波形)跟观察数据的振幅(波形)拟合上, 而不要求反射轴本身的形状准确. 如果输入子波在形状上有小误差, 那么它会引起第一步最小二乘偏移产生的反射系数模型的反射轴形状有误差. 此过程中的子波形状的误差函数和反射轴形状的误差函数是倒数关系. 因此, 由这个带有误差的子波和反射轴预测的数据跟没有误差的子波和反射轴预测的数据的波形是相同的. 因此, 背景速度的梯度式(10)中 u_R 和 λ_{u_R} 是不变的; u_S 和 λ_{u_S} 是会变化的, 但是由于倒数关系, 其零延迟互相关是不变的. 因此, 背景速度的梯度是不变的, 进而子波波形的的小误差不会对背景速度的修正带来很大的影响, 这不同于子波误差对常规波形反演的巨大影响, 如Delprat-Jannaud和Lailly(2005).

图8a是一维不精准初始模型. 由此可以看出, 初始模型不包含正确的背景速度. 用这样的初始模型, 在没有大偏移距的回折波、低频数据(图7b)的情况下, 常规的全波形反演是很难恢复真实模型的. 图8b是常规全波形反演30次多尺度迭代恢复的速度模型. 对比图6和8b, 可以看出全波形反演恢复了Marmousi模型的基本几何形状, 断层和背斜能够被识别. 但是图8b中地层界面的位置和几何形状跟实际模型有较大的

图5 逆时偏移结果

(a) 以真实速度模型偏移结果; (b) 以反射波波形反演速度模型偏移结果

图6 Marmousi模型的P波真实速度

误差,这是由于在反演过程中没有正确地恢复背景速度,整个反演过程基本着力于偏移反射数据并形成高频地层界面。

图8c是用本文提出的反射波波形反演给出的背景速度结果。在反射系数模型反演步骤中,应用了偏移距小于1250m的数据;在背景速度模型反演步骤中,使用了全偏移距数据。对比反演的背景速度(图8c)、真实速度模型(图6)和初始模型(图8a),可以看出反射波波形反演对背景速度进行了较好的恢复,很好的反演出了模型的大致几何趋势。在这个反演过程中,反射系数和光滑背景速度模型是独立进行存储和更新的。正传和反传波场分别模拟两次:一次只用背景速度模型来产生入射波波场,即解式(2)或(6),另一次用被反射系数加权的入射波波场并求一阶时间导数作为虚

拟震源来产生一次反射波场,即解式(3)或(8)。对反射波场模拟其实是基于Born近似的,因此,这种方法不能处理多次反射波,反演前需要做多次波预处理。在反演过程中,交替迭代更新反射系数和背景速度。在一次交替迭代中,我们采用三次迭代建立反射系数模型,再三次迭代更新背景速度。当一次交替迭代完成后,反射系数模型被重置为零,并在下一次交替迭代中重新建立。在多次交替迭代中,每次迭代后摒弃掉反射系数,最终使光滑背景速度模型得到连续更新。因此,反射波波形反演着重于背景速度模型的更新。虽然它不产生高频的速度界面信息,但是其结果具有满足深度偏移要求的走时信息,至少在反射波带宽范围内是足够精确的。我们需要再次强调的是,这个结果是在没有引入回折射波能量,只使用了偏移距与目标层深度相当的短偏移距反射波数据的条件下获得的。

图8d是常规全波形反演用反射波波形反演恢复的背景速度模型(图8c)作为初始模型,并用纯反射数据进行反演的结果。该反演采用了与图8b反演相同的策略,包含了30次多尺度迭代。对比其与真实模型(图6)和以一维模型为初始模型的结果(图8b),可看出图8d给出了较为完美的结果,除了边界和模型右下角部分。模型的边界问题是由于没有足够的信息,模型的右下角问题是由于反射波波形反演对右下角部分过分更新了(即图8c中的两蓝色异常体)。这也反映了反射波波形反演的一个挑战,即反射数据只记录了在有限的孔径内的信息,相比回折波反演,反射波反演变得更加欠定:即使出现了过分更新,也不能在目标

图7 用Marmousi模型合成的地震记录

(a) 单炮原始数据; (b) 去除直达波和折射波的记录。在反演中,最大偏移距被设定为3500m

图8 反演Marmousi模型

(a) 一维初始模型; (b) 以(a)作为初始模型, 常规全波形反演的速度模型; (c) 反射波波形反演的背景速度模型; (d) 以(c)作为初始模型, 常规全波形反演恢复的速度模型

函数中产生明显响应。

为了检测恢复的背景速度的质量, 我们首先对比了用其与一维初始模型和真实模型三次迭代产生的反射系数模型。其结果显示在图9中。通过对比, 可以发现, 用恢复的背景速度模型产生的反射系数模型中, 反射轴的位置和真实速度模型产生的反射轴位置非常吻合, 除了边界和模型的右下角区域。而在一维初始模型产生的反射系数模型中, 反射轴的位置和真实模型产生的反射轴位置有较大错位, 即使在模型的浅层部分错位也较大。这说明了反射波波形反演能很好的恢复背景速度模型。

接下来, 我们对比了初始和最终反演速度模型所产生的预测数据。图10a显示了对比初始速度模型(图8a)和真实速度模型(图6)产生的一炮正演数据。通过每10道交替显示, 可以看出在直达波、折射波切除区(黑色虚线所示)以下, 反射轴并没有对齐, 特别在远偏移距处错位更明显。图10b显示了对比最终反演速度模型(图8c)和真实速度模型产生的一炮正演数据。通过此图可以明显看出反射轴吻合的很好, 特别是旅行

时对应得很精确。这说明了, 我们的反射波波形反演能够较精确地恢复背景速度。

最后, 我们对比了在1.875和8.75km处, 由初始速度模型(图8a)、反射波反演的速度模型(图8c)和真实速度模型(图6)做深度偏移产生的共成像点道集(CIG)。由图11a, 可以很明显地看出, 初始速度模型产生的共成像点道集中有很多向下弯曲的同相轴, 这是由于初始速度模型的左边部分速度过高。相反, 因为初始速度模型在右边部分过低, 所以共成像点道集中有很多向上弯曲的同相轴。而这些问题都在由反射波波形反演的速度形成的共成像点道集中得以很大程度地拉平, 并且其平整度跟真实速度形成的道集很相近。这说明了, 我们的反射波波形反演恢复的背景速度是有效的并且比较精确的。

4 分辨率分析

从图8d中我们可以看到, 在背景速度精确的条件下, 应用纯反射波数据进行常规全波形反演可以获得非常高的分辨率。例如, 在断层附近、厚度为35m左右

图9 恢复的反射系数模型

(a) 一维速度模型为背景速度模型; (b) 反射波波形反演恢复的速度模型为背景速度模型; (c) 真实速度模型为背景速度模型

图10 对比初始模型(a)和最终反射波波形反演模型(b)产生的预测数据和实际观察数据

观测数据和预测数据每10道交替显示, 以反映由速度误差引起的反射轴错位。从左到右, 观察数据先显示, 然后是预测数据。图中炮集的震源位置在3.1875km。虚线表示直达波、折射波切除位置

的薄层被清晰地重建了。然而, 在速度约 2300m s^{-1} 的断层区域10Hz雷克子波的半波长是89m。这就意味着全波形反演可以提供比半波长更高的分辨率成像。其根本的原因是全波形反演对反射波的成像隐含地应用了反褶积成像条件。其数学上表述为

$$\delta v(\mathbf{x}) = -\frac{v^3(\mathbf{x})}{2} \sum_{\omega} \frac{u_r(\mathbf{x}, \omega)}{\omega^2 u_s(\mathbf{x}, \omega)}, \quad (14)$$

式中, $\delta v(\mathbf{x})$ 是更新的速度, $v(\mathbf{x})$ 是在 $\mathbf{x}$ 处的背景速度, $u_s(\mathbf{x}, \omega)$ 和 $u_r(\mathbf{x}, \omega)$ 分别是在 $\mathbf{x}$ 处的入射波波场和反射波波场。上式的推导是基于对波动方程做Born近似, 并线性化速度更新(扰动) δv 和反射数据(扰动) u_r 。其推导过程请参考Yao和Jakubowicz(2016)附录B中推导最小二乘逆时偏移中的反褶积成像条件。

5 结论

本文提出的反射波波形反演算法通过交替更新反射系数模型和光滑背景速度模型来实现用纯反射波数据对模型, 特别是光滑背景速度模型的恢复。然而, 在初始模型不精确的条件下, 常规全波形反演利用反射波数据几乎不能更新背景速度。另外, 相对于基于折射波的常规全波形反演, 这种算法不容易陷入由周期跳跃(周期错位)(cycle-skipping)引起的局部最小解。除了多尺度(multi-scale)可以应用在背景速度更新中以减少周期跳跃的可能性外, 反射波波形反演在第一步反射系数模型重建中, 总是可以找到一个反射系数(界面)模型与记录数据的平均位置吻合。这样使

图 11 对比由初始速度模型((a)和(d))、反射波反演产生的速度模型((b)和(e))、真实速度模型((c)和(f))产生的共成像点道集 (a)~(c)对应的成像点位置是在1.875km; (d)~(f)对应的成像点位置是在8.75 km

得预测的数据更靠近观察的数据. 因此周期跳跃就不容易发生. 此外, 对相同的目标层, 反射波到达时间比折射波到达时间短, 因此周期跳跃发生的可能性被进一步降低了.

这种反射波波形反演的方法给出了光滑背景速度模型, 并没有给出反射波数据的全部解, 即缺失高频界面. 然而, 这种方法可以成功地对初始速度模型进行预处理, 从而帮助常规全波形反演最终获得精确的高分辨率速度模型. 这种方法提供了一种稳健的普遍性的适用于反射波波形反演的方法. 此外, 分辨率分析也揭示了全波形反演隐含地应用了反褶积成像条件从而可以提供更高的分辨率. 相对于其他类型的地震波, 反射波带有地下更深部的信息. 因此, 反射波波形反演能够进一步提高我们对地球内部的成像精度.

致谢 感谢两位审稿专家从宏观(原理)到微观(算法细节)提出的深入并有意义的建议. 这些建议极大地增加了文章的清晰度.

参考文献

- 王彦飞. 2010. 反演问题的计算方法及其应用. 北京: 高等教育出版社
- 袁亚湘, 孙文瑜. 2010. 最优化理论和方法. 北京: 科学出版社
- Arnoux G M, Toomey D R, Hooft E E E, Wilcock W S D, Morgan

- J, Warner M, VanderBeek B P. 2017. Seismic evidence that black smoker heat flux is influenced by localized magma replenishment and associated increases in crustal permeability. *Geophys Res Lett*, 5: 1687–1695
- Bright D, Jones C E, Belhassen Y, Brasil R, Macintyre H, França C. 2015. Full waveform inversion for shallow hazard identification on a narrow azimuth dataset. Mardid: 77th EAGE Conference and Exhibition. WS10-C03
- Delprat-Jannaud F, Lailly P. 2005. A fundamental limitation for the reconstruction of impedance profiles from seismic data. *Geophysics*, 70: R1–R14
- Kamei R, Pratt R G, Tsuji T. 2012. Waveform tomography imaging of a megasplay fault system in the seismogenic Nankai subduction zone. *Earth Planet Sci Lett*, 317–318: 343–353
- Kapoor S, Vigh D, Wiarda E, Alwon S. 2013. Full waveform inversion around the world. In: 75th EAGE Conference and Exhibition, London. We-11-03
- Liu Y. 2013. Globally optimal finite-difference schemes based on least squares. *Geophysics*, 78: T113–T132
- Operto S, Virieux J, Dessa J X, Pascal G. 2006. Crustal seismic imaging from multifold ocean bottom seismometer data by frequency domain full waveform tomography: Application to the eastern Nankai trough. *J Geophys Res*, 111: B09306
- Plessix R E. 2006. A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications. *Geophys J Int*, 167: 495–503
- Pratt R G. 1999. Seismic waveform inversion in the frequency domain, Part I: Theory and verification in a physical scale model. *Geophysics*,

- 64: 888–901
- Ratcliffe A, Win C, Vinje V, Conroy G. 2011. Full waveform inversion: A North Sea OBC case study. San Antonio: 81st Annual International Meeting. SEG. 2384–2388
- Shen P, Symes W W, Morton S, Calandra H. 2005. Differential semblance velocity analysis via shot profile migration. Huston: 75th Annual International Meeting. SEG. 2249–2252
- Symes W W. 2008. Migration velocity analysis and waveform inversion. *Geophys Prospecting*, 56: 765–790
- Symes W W, Carazzone J J. 1991. Velocity inversion by differential semblance optimization. *Geophysics*, 56: 654–663
- Silva N V, Ratcliffe A, Vinje V, Conroy G. 2016. A new parameter set for anisotropic multiparameter full-waveform inversion and application to a North Sea data set. *Geophysics*, 81: U25–U38
- Tarantola A. 1984. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. *Geophysics*, 49: 1259–1266
- Virieux J, Operto S. 2009. An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics. *Geophysics*, 74: WCC1–WCC26
- Wang Y, Liang W, Nashed Z, Li X, Liang G, Yang C. 2014. Seismic modeling by optimizing regularized staggered-grid finite-difference operators using a time-space-domain dispersion-relationship-preserving method. *Geophysics*, 79: T277–T285
- Warner M, Ratcliffe A, Nangoo T, Morgan J, Umpleby A, Shah N, Vinje V, Štekl I, Guasch L, Win C, Conroy G, Bertrand A. 2013. Anisotropic 3D full-waveform inversion. *Geophysics*, 78: R59–R80
- Wu D, Yao G, Cao J, Wang Y. 2016. Least-squares RTM with L1 norm regularisation. *J Geophys Eng*, 13: 666–673
- Wu Z, Alkhalifah T. 2015. Simultaneous inversion of the background velocity and the perturbation in full-waveform inversion. *Geophysics*, 80: R317–R329
- Xu S, Wang D, Chen F, Zhang Y, Lambare G. 2012. Full Waveform Inversion for Reflected Seismic Data. Copenhagen: 74th EAGE Conference and Exhibition. EAGE. W024
- Yao G, Jakubowicz H. 2016. Least-squares reverse-time migration in a matrix-based formulation. *Geophys Prospecting*, 64: 611–621
- Yao G, Wu D. 2015. Least-squares reverse-time migration for reflectivity imaging. *Sci China Earth Sci*, 58: 1982–1992
- Yao G, Wu D, Debens H A. 2016. Adaptive finite difference for seismic wavefield modelling in acoustic media. *Sci Rep*, 6: 30302
- Zhang J H, Yao Z X. 2013. Optimized finite-difference operator for broadband seismic wave modeling. *Geophysics*, 78: A13–A18
- Zhang Y, Xu S, Bleistein N, Zhang G. 2007. True-amplitude, angle-domain, common-image gathers from one-way wave-equation migrations. *Geophysics*, 72: S49–S58
- Zhou W, Brossier R, Operto S, Virieux J. 2015. Full waveform inversion of diving & reflected waves for velocity model building with impedance inversion based on scale separation. *Geophys J Int*, 202: 1535–1554